UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
COORDINACIÓN DE TECNOLOGÍA E INGENIERÍA ELÉCTRICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

TRABAJO DE GRADO

ESTIMACIÓN DE ESTADO EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN UTILIZANDO LA ENERGÍA COMO PSEUDOMEDIDA

por

Andrés Alejandro Rojas Quintana

Mayo, 2013

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
COORDINACIÓN DE TECNOLOGÍA E INGENIERÍA ELÉCTRICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

ESTIMACIÓN DE ESTADO EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN UTILIZANDO LA ENERGÍA COMO PSEUDOMEDIDA

Trabajo de Grado presentado a la Universidad Simón Bolívar por
Andrés Alejandro Rojas Quintana

Como requisito parcial para optar al grado de
Magister en Ingeniería Eléctrica

Con la asesoría del Profesor
Paulo De Oliveria

Mayo, 2013

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
COORDINACIÓN DE TECNOLOGÍA E INGENIERÍA ELÉCTRICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

ESTIMACIÓN DE ESTADO EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN UTILIZANDO LA ENERGÍA COMO PSEUDOMEDIDA

Este Trabajo de Grado ha sido aprobado en nombre de la Universidad Simón Bolívar por el siguiente jurado examinador:

_____

Presidente
Prof.

_____

Miembro Externo
Prof.
Universidad

_____

Miembro Principal - Tutor
Prof. Paulo De Oliveira

Fecha:_____

A mi Familia

AGRADECIMIENTOS

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DECANATO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
COORDINACIÓN DE TECNOLOGÍA E INGENIERÍA ELÉCTRICA

ESTIMACIÓN DE ESTADO EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN UTILIZANDO LA ENERGÍA COMO PSEUDOMEDIDA

RESUMEN

Por: Andrés Alejandro Rojas Quintana
Tutor: Paulo De Oliveira
Mes y Año: Mayo, 2013

En este trabajo se propone una nueva metodología para la resolución del problema de Estimación de Estado en Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica. Como aporte principal se tiene el uso de la Energía como pseudomedida en condición de demanda máxima en aquellos de nodos de la red en los cuales se disponga de la relación cliente - transformador. La función objetivo consiste en minimizar el error cuadrático ponderado sujeto a las ecuaciones no lineales de tensiones vinculadas a las corrientes inyectadas en concordancia con las Leyes de Kirchoff, desarrolladas en la referencia [1] [1]. La metodología fue exitosamente aplicada a las redes de prueba IEEE de 4, 37 y 123 nodos. Los resultados obtenidos son comparados y validados con el tratado clásico de estimación de estado basado en las ecuaciones potencias nodales desarrollado en [2] [2] y [3] [3]. Finalmente se elabora un Análisis de Sensibilidad vía aplicación de Técnica de Monde Carlo, modelando los vectores de medidas y pseudomedidas como variables aleatorias independientes pertenecientes a distribuciones de probabilidad normales

PALABRAS CLAVE: Estimación de Estado, Flujo de Carga, Monte Carlo

[1] P.M. De Oliveira-De Jesus, M.A. Alvarez, and J.M. Yusta. Distribution power flow method based on a real quasi-symmetric matrix. Electric Power Systems Research,95:148 159, 2013

[2] F. C. Schweppe and J. Wildes. Power system static-state estimation, part i: Exact model. Power Systems, IEEE Transactions on, (1):120125, 1970

[3] M. E. Baran and A. W. Kelley. State estimation for real-time monitoring of distribution systems. Power Systems, IEEE Transactions on, 9(3):16011609, 1994

ÍNDICE GENERAL

APROBACIÓN II

DEDICATORIA III

AGRADECIMIENTOS IV

RESUMEN V

ÍNDICE DE TABLAS XI

ÍNDICE DE FIGURAS XIV

ACRÓNIMOS XVII

SÍMBOLOS XIX

INTRODUCCIÓN 1

Capítulo 1: ESTADO DEL ARTE 14

1.1 Métodos Determinísticos 14

1.1.1 Roytelman y Shahidehpuor 15

1.1.2 Baran y Kelley 15

1.1.3 Lu y Teng 18

1.1.4 Sakis Meliopoulas 20

1.1.5 Teng y Ling 21

1.1.6 Sun y Zhang 22

1.1.7 Wan 22

1.1.8 Wang y Schulz 24

1.1.9 Singh y Pal 25

1.1.10 R. Singh 25

1.1.11 Dzafic 26

1.1.12 Karimi y Bakar 26

1.1.13 Korres y Manousakis 26
1.1.14 Abdel y Braun 27
1.1.15 Haughton y Heydt 28
1.1.16 Woolley y Milanovic 28
1.1.17 Baran M 29
1.1.18 De Oliveira 29
1.2 Métodos Probabilísticos 29
1.2.1 Ke Li 29
1.2.2 Ghosh y Lubkeman 30
1.2.3 Ravindra y Singh 32
1.2.4 Hu y Ku 33
1.2.5 Pegoraro y Sulis 34
1.3 Metodologías basadas en lógica difusa 34
1.3.1 Miranda W 34
1.3.2 Pereira 35
1.3.3 Andrija 35
1.4 Métodos Heurísticos 36
1.4.1 Algoritmos genéticos y programación evolutiva 36
1.4.1.1 Hossam y Abdallah 36
1.4.1.2 Nusrat 37
1.4.1.3 Kling 37
1.4.2 Optimización basada en Enjambres de Partículas 37
1.4.2.1 Fukuyama 38
1.4.2.2 Naka 38
1.4.2.3 Niknam 38
1.4.2.4 Chilard y Devaux 39
1.4.3 Redes Neuronales 39
1.4.3.1 Manitsas y Singh 39
1.5 Otras contribuciones 40
1.5.1 Taylor 40
1.5.2 De Alvaro Garcia 40
1.5.3 Ali Reza 40
1.5.4 Dzafic 41
1.5.5 Singh R 41
1.6 Tabla Resumen 42

Capítulo 2: METODOLOGÍA 45

2.1 Caso de Secuencia Positiva 46
2.1.1 Paso 1: Datos de Entrada al Algoritmo 47
2.1.1.1 Construcción de la matriz **TRX** 48
2.1.1.2 Energías Mensuales Facturadas como pseudomedidas . . . 49
2.1.1.3 Mediciones en el Circuito Principal de la Subestación y Reconectadores 51
2.1.1.4 Factores de Potencia Nodales 52
2.1.1.5 Matriz de pesos $[\omega]$ 53
2.1.1.6 Identificación de los Nodos con Potencias Nulas 54
2.1.2 Paso 2: Problema de Optimización 54
2.1.2.1 Vector de Mediciones ψ 56
2.1.2.2 Vector de Variables de Estado $\mathbf{x}$ 57
2.1.2.3 Mediciones Estimadas $g(\mathbf{x})$ 57
2.1.2.4 Función Objetivo 58
2.1.2.5 Restricciones 58
2.1.3 Paso 3: Resultados del Algoritmo 59
2.2 Análisis Genérico de Observabilidad 61
2.2.1 Método Clásico 61
2.2.2 Método de Estimación de Estado propuesto en esta Tesis 62
2.2.3 Análisis de observabilidad para un ejemplo de tres nodos 62
2.3 Caso Trifásico 64
2.3.1 Paso1: Datos de entrada al Algoritmo 66
2.3.1.1 Matriz $\mathbf{TRX_{abc}}$ [1] 67
2.3.1.2 Energías Mensuales Facturadas - Caso trifásico 68
2.3.1.3 Mediciones en el circuito principal y reconectadores - Caso trifásico 69
2.3.1.4 Factores de Potencia en cada fase 71
2.3.1.5 Factores de Carga por fase 71
2.3.1.6 Identificación con los nodos de potencia nula 72
2.3.1.7 Matriz de pesos $[\omega_{abc}]$ 72
2.3.2 Paso 2: Problema de optimización en su equivalente trifásico 73
2.3.2.1 Vector de Medidas $\psi_{\mathbf{abc}}$ 75
2.3.2.2 Vector de Variables de Estado $\mathbf{x_{abc}}$ 75
2.3.2.3 Vector de mediciones estimadas $\mathbf{g}(\mathbf{x_{abc}})$ 76
2.3.2.4 Función objetivo - caso trifásico 77
2.3.2.5 Restricciones - caso trifásico 77

2.3.3 Paso 3: Resultados del algoritmo - caso trifásico 78
2.4 Análisis de Sensibilidad 82
2.4.1 Modelo en variable aleatoria del Estimador de Estado 83

Capítulo 3: CASOS DE ESTUDIO 92
3.1 Caso IEEE de 4 Nodos 92
3.1.1 Equivalente de Secuencia Positiva 92
3.1.2 Equivalente Trifásico 93
3.2 Caso IEEE de 37 Nodos 95
3.2.1 Equivalente de Secuencia Positiva 95
3.2.2 Caso Trifásico 99
3.3 Caso IEEE de 123 Nodos 100
3.3.1 Equivalente de Secuencia Positiva 100
3.3.2 Caso Trifásico 105

Capítulo 4: RESULTADOS 106
4.1 Caso 4 Nodos 107
4.1.1 Red de Secuencia Positiva 107
4.1.1.1 Tensiones y Ángulos 107
4.1.1.2 Análisis de Observabilidad 109
4.1.1.3 Análisis de Monte Carlo 113
4.1.2 Equivalente Trifásico 115
4.1.2.1 Tensiones y Ángulos 115
4.1.2.2 Análisis de Observabilidad 123
4.1.2.3 Análisis de Monte Carlo 126
4.2 Caso 37 Nodos 128
4.2.1 Red de Secuencia Positiva 128
4.2.1.1 Tensiones y Ángulos 128
4.2.1.2 Análisis de Observabilidad 131
4.2.2 Equivalente Trifásico 132
4.2.2.1 Tensiones y Ángulos 132
4.2.2.2 Análisis de Observabilidad 135
4.3 Caso 123 Nodos 135
4.3.1 Red de Secuencia Positiva 135
4.3.1.1 Tensiones y Ángulos 135
4.3.1.2 Análisis de Observabilidad 137
4.3.2 Equivalente Trifásico 137

4.3.2.1 Tensiones y Ángulos 137
4.3.2.2 Análisis de Observabilidad 142

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 143

BIBLIOGRAFÍA 147

APÉNDICE A: DATOS DE REDES IEEE 152
A.1 Datos de potencias inyectadas, factores de potencia y energías activas para las redes IEEE de 37 y 123 nodos 152

APÉNDICE B: RESULTADOS RED IEEE DE 4 NODOS 174
B.1 Tablas de Resultados - Equivalente en Secuencia Positiva 174
B.1.1 Estimador de Estado - Método Propuesto 174
B.1.2 Estimador de Estado - Método basado en ecuaciones de Potencia . 175
B.2 Tablas de Resultados- Equivalente Trifásico 176
B.2.1 Estimador de Estado - Método Propuesto 176
B.2.2 Estimador de Estado - Método basado en ecuaciones de Potencia . 177

APÉNDICE C: RESULTADOS RED IEEE DE 37 NODOS 179
C.1 Tablas de Resultados - Equivalente en Secuencia Positiva 179
C.1.1 Estimador de Estado - Método Propuesto 179
C.1.2 Estimador de Estado basado en las Ecuaciones de Potencia 182
C.2 Tablas de Resultados - Equivalente Trifásico 186
C.2.1 Estimador de Estado - Método Propuesto 186
C.2.2 Estimador de Estado - Método basado en las Ecuaciones de Potencia 197

APÉNDICE D: RESULTADOS RED IEEE DE 123 NODOS 203
D.1 Tablas de Resultados - Equivalente en Secuencia Positiva 203
D.1.1 Estimador de Estado - Método Propuesto 203
D.1.2 Estimador de Estado basado en las Ecuaciones de Potencia 212
D.2 Tablas de Resultados - Equivalente Trifásico 222
D.2.1 Estimador de Estado Método Propuesto 222
D.2.2 Estimador de Estado - Método basado en las Ecuaciones de Potencia 238

ÍNDICE DE TABLAS

1.1 Tabla Resumen - 1 43
1.2 Tabla Resumen - 2 44

3.1 Parámetros de la red IEEE de 4 nodos 93
3.2 Mediciones y Pseudomediciones para la red IEEE de 4 nodos 93
3.3 Parámetros de la red IEEE de 4 nodos trifásica 94
3.4 Mediciones en el circuito principal de la red IEEE de 4 nodos 94
3.5 Parámetros de la red IEEE de 37 nodos 96
3.6 Mediciones en el el circuito principal para la red IEEE de 37 nodos 97
3.7 Potencias máximas inyectadas y su conversión a energía mensual para la red IEEE de 37 nodos 98
3.8 Mediciones en el circuito principal de la red IEEE de 37 nodos 99
3.9 Parámetros de la red IEEE de 123 nodos 101
3.10 Parámetros de la red IEEE de 123 nodos - Continuación 102
3.11 Mediciones en el el circuito principal para la red IEEE de 123 nodos 103
3.12 Potencias máximas inyectadas y su conversión a Energía mensual para la red IEEE de 123 nodos 103
3.13 Potencias máximas inyectadas y su conversión a Energía mensual para la red IEEE de 123 nodos - continuación 104
3.14 Mediciones en el circuito principal de la red IEEE de 123 nodos 105

4.1 Red de 4 nodos secuencia positiva - Tabla de ubicación 108
4.2 Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 4 nodos 109
4.3 Comparación entre restricciones para la red IEEE de 4 nodos 113
4.4 Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 4 nodos trifásica 118
4.5 Red de 4 nodos trifásica- Tabla de ubicación 123
4.6 Comparación entre restricciones para la red IEEE de 4 nodos trifásica . . . 123
4.7 Red de 37 nodos secuencia positiva - Tabla de ubicación 131
4.8 Comparación entre restricciones para la red IEEE de 37 nodos 132
4.9 Red de 37 nodos trifásica - Tabla de ubicación 133

4.10 Comparación entre restricciones para la red IEEE de 37 nodos trifásico . . 135
4.11 Red de 123 nodos - Tabla de ubicación 137
4.12 Comparación entre restricciones para la red IEEE de 123 nodos 137
4.13 Red de 123 nodos trifásica - Tabla de ubicación 142
4.14 Comparación entre restricciones para la red IEEE de 123 nodos trifásica . 142
4.15 Contexto de Aportes Metodológicos 142

A.1 Potencias máximas inyectadas y su conversión a energía mensual para la red IEEE de 37 nodos - caso trifásico 152
A.2 Potencias máximas inyectadas y su conversión a energía mensual para la red IEEE de 123 nodos - caso trifásico 155
A.3 Términos que componen la matriz $\mathbf{Z_{abc}}$ para la red IEEE de 37 Nodos . . 161
A.4 Términos que componen la matriz $\mathbf{Z_{abc}}$ para la red IEEE de 123 Nodos . . 164

B.1 Resultados red IEEE de 4 de nodos - Variables de Estado Estimadas . . . 174
B.2 Resultados red IEEE de 4 nodos - Energías inyectadas estimadas 174
B.3 Resultados red IEEE de 4 nodos - Factores de Potencia estimados 174
B.4 Resultados red IEEE de 4 nodos - Corrientes de Rama 174
B.5 Resultados red IEEE de 4m nodos - Variables de Estado 175
B.6 Resultados red IEEE de 4 - Potencia activa estimada 175
B.7 Resultados red IEEE de 4 - Potencia reactiva estimada 175
B.8 Resultados red IEEE de 4 - Flujos de Potencia 175
B.9 Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica - Variables de Estado Estimadas 176
B.10 Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica - Energías inyectadas estimadas 176
B.11 Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica- Factores de Potencia estimados 176
B.12 Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica- Corrientes de Rama 177
B.13 Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica- Variables de Estado Estimadas . 177
B.14 Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica -Potencias activas y reactivas inyectadas 177
B.15 Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica - Flujos de Potencia 178

C.1 Resultados red IEEE de 37 nodos- Variables de Estado Estimadas 180
C.2 Resultados red IEEE de 37 nodos - Energías inyectadas estimadas 181
C.3 Resultados red IEEE de 37 - Factores de Potencia estimados 182
C.4 Resultados red IEEE de 37 nodos - Corrientes de Rama 182
C.5 Resultados red IEEE de 37 nodos- Variables de Estado Estimadas 184
C.6 Resultados red IEEE de 37 nodos -Potencias activas y reactivas inyectadas 184
C.7 Resultados red IEEE de 37 - Flujos de Potencia 184

C.8 Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 37 nodos 186
C.9 Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico - Variables de Estado Estimadas 189
C.10 Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico- Energías Inyectadas estimadas 190
C.11 Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico- Factores de Potencia estimadas 191
C.12 Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico - Corrientes de Rama 192
C.13 Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 37 nodos trifásica . . . 197
C.14 Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico- Variables de Estado Estimadas 200
C.15 Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico-Potencias activas y reactivas inyectadas 201
C.16 Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico - Flujos de Potencia 202

D.1 Resultados red IEEE de 123 nodos- Variables de Estado Estimadas 206
D.2 Resultados red IEEE de 123 nodos - Energías inyectadas estimadas 209
D.3 Resultados red IEEE de 123 - Factores de Potencia estimados 211
D.4 Resultados red IEEE de 123 - Corrientes de Rama 211
D.5 Resultados red IEEE de 123 nodos- Variables de Estado Estimadas 215
D.6 Resultados red IEEE de 123 nodos -Potencias activas y reactivas inyectadas 218
D.7 Resultados red IEEE de 123 - Flujos de Potencia 218
D.8 Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 123 nodos 221
D.9 Resultados red IEEE de 123 nodos - Variables de Estado Estimadas 232
D.10 Resultados red IEEE de 123 nodos - Energías Inyectadas estimadas 234
D.11 Resultados red IEEE de 123 nodos - Factores de Potencia estimadas 237
D.12 Resultados red IEEE de 123 - Corrientes de Rama 237
D.13 Resultados red IEEE de 123 nodos trifásico- Variables de Estado Estimadas 248
D.14 Resultados red IEEE de 123 nodos trifásico-Potencias activas y reactivas inyectadas 251
D.15 Resultados red IEEE de 123 nodos trifásico - Flujos de Potencia 251
D.16 Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 123 nodos trifásica . . . 261

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1 Esquema EE - FC 22
1.2 Comparación Bayesiano - Clásico 33

2.1 Metodología 46
2.2 Red de 3 nodos 63
2.3 Red de 3 nodos - método clásico 64
2.4 Metodología - algoritmo trifásico 65
2.5 Requerimientos del Algoritmo 81
2.6 Simulación de Monte Carlo 88
2.7 Comparación entre los métodos de resolución 90

3.1 Red IEEE de 4 nodos 92
3.2 Red IEEE de 37 nodos 95
3.3 Red IEEE de 123 nodos 100

4.1 Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 4 nodos - Método propuesto en esta tesis 107
4.2 Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 4 nodos - Método con las ecuaciones de Potencia 108
4.3 Coeficiente de variación de las pérdidas $CV\Delta P$ - red de 4 nodos 114
4.4 Coeficiente de variación de las pérdidas $CV\Delta Q$ - red de 4 nodos 114
4.5 Varianza a la entrada y salida del algoritmo 115
4.6 Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 4 nodos trifásica - método propuesto en esta tesis 116
4.7 Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 4 nodos trifásica - Método de Potencias (Baran) 117
4.8 Diferencia de $\triangle\mathbf{P_{abc}}$ entre ambos métodos, red 4 nodos 121
4.9 Diferencia de $\triangle\mathbf{Q_{abc}}$ entre ambos métodos, red 4 nodos 121
4.10 Pérdidas $\triangle\mathbf{P_{abc}}$ y banderas de salida, red 4 nodos 122
4.11 Relación entre las varianzas a la entrada y a la salida de las energías en la fase a 126

4.12 Relación entre las varianzas a la entrada y a la salida de las energías en la fase b . . . 127
4.13 Relación entre las varianzas a la entrada y a la salida de las energías en la fase c . . . 127
4.14 Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 37 nodos - Método Propuesto 128
4.15 Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 37 nodos - Método de basado en ecuaciones de potencia . . . 129
4.16 Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{P}$ para ambas metodologías - 37 nodos . . . 130
4.17 Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{Q}$ para ambas metodologías - 37 nodos . . . 130
4.18 Pérdidas $\triangle\mathbf{P}$ y banderas de salida - 37 nodos . . . 131
4.19 Módulos de Tensiones Estimadas red $IEEE$ de 37 nodos trifásico - Método propuesto . . . 132
4.20 Ángulos Estimados red $IEEE$ de 37 nodos trifásico - Método propuesto . . 133
4.21 Módulos de Tensiones Estimadas red $IEEE$ de 37 nodos trifásico - Método basado en ecuaciones de potencia . . . 134
4.22 Ángulos Estimados red $IEEE$ de 37 nodos trifásico - Método basado en ecuaciones de potencia . . . 134
4.23 Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 123 nodos - Método Propuesto 136
4.24 Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 123 nodos - Método de basado en ecuaciones de potencia . . . 136
4.25 Módulos de Tensiones Estimadas red $IEEE$ de 123 nodos trifásico - Método Propuesto . . . 138
4.26 Ángulos Estimados red $IEEE$ de 123 nodos trifásico - Método Propuesto . 139
4.27 Módulos de Tensiones Estimadas red $IEEE$ de 123 nodos trifásico - Método basado en ecuaciones de potencia . . . 140
4.28 Ángulos Estimados red $IEEE$ de 123 nodos trifásico - Método basado en ecuaciones de potencia . . . 141

C.1 Energías y factores de potencia Estimados red 37 nodos . . . 186
C.2 Energías estimadas red $IEEE$ de 37 nodos trifásico . . . 192
C.3 Factores de potencia estimados red $IEEE$ de 37 nodos trifásico . . . 193
C.4 Diferencia de $\triangle\mathbf{P}_{\mathbf{abc}}$ entre ambos métodos, red 37 nodos . . . 193
C.5 Diferencia de $\triangle\mathbf{Q}_{\mathbf{abc}}$ entre ambos métodos, red 37 nodos . . . 194
C.6 Pérdidas $\triangle\mathbf{P}_{\mathbf{abc}}$ y banderas de salida, red 37 nodos . . . 194

D.1 Energías y factores de potencia de red IEEE de 123 nodos . . . 212
D.2 Energías y factores de potencia de red IEEE de 123 nodos trifásico . . . 238

D.3 Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{P}$ para ambas metodologías - 123 nodos 261
D.4 Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{Q}$ para ambas metodologías - 123 nodos 262
D.5 Pérdidas $\triangle\mathbf{P}$ y banderas de salida - 123 nodos 262
D.6 Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{P}$ para ambas metodologías - 123 nodos trifásico . 263
D.7 Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{Q}$ para ambas metodologías - 123 nodos trifásico . 263
D.8 Pérdidas $\triangle\mathbf{P}$ y banderas de salida - 123 nodos trifásico 264

ACRÓNIMOS

ACA	Algoritmo de Colonia de Hormigas / Ant Colony Algorithm
AG	Algoritmos genéticos
AMI	Infraestructura Avanazada de Medición / Advanced Metering Infrastructure
ANFIS	Redes Neuronales Ariticiales para Sistemas de Inferencia Difusa / Artifitial Neural Network Fuzzy Inference System
Ang	Medida de ángulo
D	Determinístico
DMS	Sistema de Gestión en Distribución / Distribution Management System
EE	Estimación de Estado
EESDEE	Estimación de Estado en Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica
EMS	Sistema de Gestión de Energía / Energy Management System
F	Difuso / Fuzzy
FC	Flujo de Carga
IE	Inferencia Estadística
IEA	Agencia Internacional de Energía / International Energy Agency
IEEE	Instituto de Ingeneiros Eléctricistas y Electrónicos / Institute of Electrical and Electronics Engineers
Im	Medida de Corriente
LAG	Multiplicadores de Lagrange
MC	Monte Carlo
MCP	Mínimo Cuadrado Ponderado
Mtoe	Mega toneladas de petróleo
NEW	Newton
NN	Redes Neuronales / Neural Network
P.INT	Punto Interior
PENAL	Penalización
Pm	Medida de Potencia
PMU	Unidades de Medición Sincrofasoras / Phasor Measurement Unit

PROB	Probabilístico
PSO	Algoritmo de Enjambres de Partículas / Particle Swarm Optimization
SAP	Software Modular para Aplicación Empresarial
SCADA	Sistema de Supervisión y Control / Supervisory Control Acquisition Data System
SED	Subestación Eléctrica de Distribución
SG	Redes Inteligentes / Smart Grids
T.M.P	Tipo de Medida o Pseudomedida
VE	Variable de Estado
Vm	Medida de Tensión

SÍMBOLOS

$\mathbf{x}$	Variable de estado
$\mathbf{x_0}$	Barra slack
ψ	Vector de medidas (para la metodología propuesta)
$\mathbf{g(x)}$	Vector que relaciona las medidas con las tensiones (para la metodología propuesta)
ω	Matriz de pesos
$\omega_{\mathbf{ii}}$	Término de la diagonal de la matriz de pesos
$\sigma_{\mathbf{ii}}^{\mathbf{2}}$	Varianza de un equipo de medición
$\mathbf{TRX}$	Matriz que relaciona conexión y parámetros de la red
$\mathbf{I}$	Vector de corrientes inyectadas
$\mathbf{x^m}$	Vector de medidas de variables de estado
$\mathbf{W^m}$	Vector de medidas de energía
$\mathbf{W}$	Vector de energía estimada
$\mathbf{Z}$	Vector de impedancias de rama
$\overline{Z_{ij}}$	Término perteneciente al vector $\mathbf{Z}$
R_{ij}	Término que indica resistencia de un tramo de línea
X_{ij}	Término que indica la reactancia de un tramo de línea
$\mathbf{T}$	Matriz de conectividad
$\mathbf{R}$	Componente real de la matriz $diag(\mathbf{Z})$
$\mathbf{X}$	Componente en cuadratura de la matriz $diag(\mathbf{Z})$
${Fc_i}^{720}$	Factor de carga nodal calculado en un período de 720 h
P_i^{prom}	Potencia activa promedio calculada en un período de 720 h para el nodo i
P_i^{max}	Potencia activa máxima calculada para un período de 720 h en el nodo i
P_i^{max}	Potencia reactiva máxima calculada para un período de 720 h en el nodo i
$Tmax_i$	Tiempo máximo en el nodo i
$\mathbf{Fc_i^{720}}$	Vector de factor de carga nodal
$\mathbf{W^m}$	Vector de energías nodales inyectadas
$\lvert\mathbf{V^m}\rvert$	Vector de módulos de tensiones nodales
$\lvert V_i^m\rvert$	Módulo de la tensión en el nodo i

$\|J_{ij}^m\|$	Corriente de rama en el tramo ij
fp_{01}^m	Factor de potencia del circuito principal
P_{01}^m	Flujo de potencia activa en el circuito principal
Q_{01}^m	Flujo de potencia reactiva en el circuito principal
$\overline{V_0^m}$	Fasor de tensión en la barra slack
$\overline{J_{01}^m}$	Fasor de corriente de rama en el circuito principal
fp_i^m	Factor de potencia en el nodo i
$\|\mathbf{fp^m}\|$	Vector de factores de potencia nodales
$(\sigma_{\|Vi\|}{}^m)^2$	Varianza de las medidas de tensión nodales
$(\sigma_{\|Jij\|}{}^m)^2$	Varianza de las medidas de corrientes de rama
$(\sigma_{Wi}{}^m)^2$	Varianza de las pseudomedidas de energía nodal inyectada
$\sigma_{fp}{}^m)^2$	Varianza de los factores de potencia nodales
ζ	Vector de potencias aparentes inyectadas nulas
S_i^{nulas}	Potencias aparentes nulas
$\mathbf{V_x}$	Vector de variables de estado en su componente real
V_{x-i}	Componente del vector $\mathbf{V_x}$ en el nodo i
$\mathbf{V_y}$	Vector de variables de estado en su componente en cuadratura
V_{y-i}	Componente del vector $\mathbf{V_y}$ en el nodo i
$\mathbf{V_{x-0}}$	Vector representativo de la componente real de la barra slack
$\mathbf{V_{y-0}}$	Vector representativo de la componente en cuadratura de la barra slack
$\|V_0\|$	Módulo de la tensión en la barra slack
$\mathbf{I_x}$	Vector de corrientes inyectadas nodales en su componente real
I_{x-i}	Componente del vector $\mathbf{I_x}$ en el nodo i
$\mathbf{I_y}$	Vector de corrientes inyectadas nodales en su componente en cuadratura
I_{y-i}	Componente del vector $\mathbf{I_y}$ en el nodo i
$\mathbf{J_x}$	Vector de corrientes de rama en su componente real
J_{x-ij}	Componente del vector $\mathbf{J_x}$ en el tramo ij
$\mathbf{J_y}$	Vector de corrientes de rama en su componente en cuadratura
J_{y-ij}	Componente del vector $\mathbf{J_y}$ en el tramo ij
$\|\mathbf{V}\|$	Vector que representa los módulos de las variables de estado estimadas
$\|V_i\|$	Componente del vector $\|\mathbf{V}\|$ en el nodo i
$\|\mathbf{J}\|$	Vector que representa los módulos de las corrientes de rama estimadas
$\|J_{ij}\|$	Componente del vector $\mathbf{J}$ en el tramo ij
fp_{01}	Factor de potencia estimado en el circuito principal
$\mathbf{W}$	Vector de las energías (inyectadas) estimadas nodales
W_i	Componente del vector $\mathbf{W}$ en el nodo i

$\mathbf{fp}$	Vector de los factores de potencia estimados nodales
fp_i	Componente del vector $\mathbf{fp}$ en el nodo i
$\mathbf{e}$	Error entre medidas y valores estimados
θ_i	Ángulo en el nodo i
f	Identificador de fase; $f = a, b, c$
ψ_{abc}	Vector de mediciones para el algoritmo trifásico
$\mathbf{x_{abc}}$	Vector de variables de estado trifásicas
$\mathbf{x_{abc-0}}$	Barra *slack* trifásica
$\mathbf{TRX_{abc}}$	Matriz de que relaciona conexión y parámetros - caso trifásico
$g(\mathbf{x_{abc}})$	Función que relaciona las medidas con las variables de estado - caso trifásico
$\mathbf{I_{abc}}$	Vector de corrientes inyectadas trifásicas
$\omega_{\mathbf{abc}}$	Matriz de pesos trifásica
${W_{f-i}}^m$	Energía inyectada en la fase f del nodo i
${fp_{f-i}}^m$	Factor de potencia en la fase f del nodo i
Fc_{f-i}^{720}	Factor de carga en la fase f del nodo i calculado para un período de 720 h
ω_{f-ii}	Término de la diagonal de la matriz de pesos $\omega_{\mathbf{abc}}$
${\sigma_{f-ii}}^2$	Varianza de un equipo de medición en la fase f
$\mathbf{Z_{abc}}$	Matriz de impedancias de rama
$\mathbf{Z_{abc-ij}}$	Matriz de impedancia de la rama ij
$\overline{z_{ff-ij}}$	Término perteneciente a la matriz $\mathbf{Z_{abc-ij}}$
$\mathbf{R_{abc}}$	Componente real de la matriz $diag(\mathbf{Z_{abc}})$
$\mathbf{X_{abc}}$	Componente en cuadratura de la matriz $diag(\mathbf{Z_{abc}})$
$\mathbf{T_{abc}}$	Matriz de conectividad trifásica
$\mathbf{W_{abc}^m}$	Matriz de energías inyectadas medidas trifásicas
$\mathbf{W_{abc-i}^m}$	Submatriz de la matriz $\mathbf{W_{abc}^m}$ correspondiente al nodo i
W_{f-i}^m	Energía inyectada en el nodo i fase f
$Tmax_{f-i}$	Tiempo máximo en el nodo i fase f
P_{f-i}^{max}	Potencia activa máxima en el nodo i fase f
Fc_{f-i}^{720}	Factor de carga en el nodo i fase f
$\lvert{\mathbf{V_{abc}}^{\mathbf{m}}}\rvert$	Vector de medidas de módulos de tensiones trifásicas
${\mathbf{fp_{abc-01}}}^{\mathbf{m}}$	Vector que contiene el factor de potencia por fase en el circuito principal de la subestación
$\lvert{\mathbf{J_{abc}}^{\mathbf{m}}}\rvert$	Vector de medidas de módulos de corrientes de rama trifásicas
$\lvert{\mathbf{V_{abc-0}}^{\mathbf{m}}}\rvert$	Vector de medidas de módulos de tensión en la barra slack - caso trifásico
$\lvert{\mathbf{V_{abc-i}}^{\mathbf{m}}}\rvert$	Vector de medidas de módulos de tensión en el nodo i - caso trifásico

$\lvert\mathbf{J_{abc-ij}}^{\mathbf{m}}\rvert$	Vector de medidas de módulos de corriente de rama en el tramo ij - caso trifásico
$\mathbf{fp_{abc}}^{\mathbf{m}}$	Vector de medidas de factores de potencia trifásicos
los nodos de la red	
$\mathbf{fp_{abc-i}}^{\mathbf{m}}$	Vector de medidas de factores de potencia en el nodo i
$\lvert{V_{f-i}}^{m}\rvert$	Término del vector $\lvert\mathbf{V_{abc-i}}^{\mathbf{m}}\rvert$ que indica medida de módulo de tensión en el nodo i fase f
$\lvert{J_{f-ij}}^{m}\rvert$	Término del vector $\lvert\mathbf{J_{abc-ij}}^{\mathbf{m}}\rvert$ que indica medida de módulo de corriente de rama en el nodo i fase f
${fp_{f-i}}^{m}$	Término del vector $\mathbf{W_{abc-i}}^{\mathbf{m}}$ que indica medida de tensión en el nodo i fase f
${W_{f-i}}^{m}$	Término del vector $\mathbf{fp_{abc-i}}^{\mathbf{m}}$ que indica medida factor de potencia en el nodo i fase f
$\mathbf{Fc_{abc}}^{\mathbf{720}}$	Vector de factor de carga trifásico
$\mathbf{Fc_{abc-i}}^{\mathbf{720}}$	Vector de factor de carga trifásico en el nodo i
Fc_{f-i}	Término del vector $\mathbf{Fc_{abc-i}}^{\mathbf{720}}$ el nodo i fase f
$\zeta_{\mathbf{abc}}$	Vector de inyecciones de potencia nula trifásicas
$\zeta_{\mathbf{abc-i}}$	Vector de inyecciones de potencia nula en el nodo i
$\mathbf{S_{abc-i}}^{\mathbf{nulas}}$	Potencias aparentes nulas trifásicas en el nodo i
$\mathbf{S_{abc-i}}$	Potencias aparente trifásica en el nodo i
$\mathbf{P_{abc-i}}$	Potencias activa trifásica en el nodo i
$\mathbf{Q_{abc-i}}$	Potencias reactiva trifásica en el nodo i
P_{f-i}	Potencia activa trifásica en el nodo i fase f
Q_{f-i}	Potencias reactiva trifásica en el nodo i fase f
$({\sigma_{\lvert Vabc\rvert}}^{m})^2$	Varianza de las medidas de tensión nodales trifásicas
$({\sigma_{\lvert Jabc\rvert}}^{m})^2$	Varianza de las medidas de corrientes de rama trifásicas
$({\sigma_{\lvert Wabc\rvert}}^{m})^2$	Varianza de las pseudomedidas de energía nodal inyectada trifásica
$({\sigma_{fpabc}}^{m})^2$	Varianza de las pseudomedidas de factores de potencia trifásicos
$\psi_{\mathbf{abc}}$	Es el vector de medidas trifásico
$\mathbf{x_{abc}}$	Variables de estado trifásicas
$\mathbf{g(x_{abc})}$	Es una función compuesta por las variables a estimar - caso trifásico
$\omega_{\mathbf{abc}}$	Es una matriz diagonal de pesos trifásica
$\mathbf{V_{abc-x}}$	Vector de variables de estado trifásicas en su componente real
$\mathbf{V_{abc-x-i}}$	Vector de variables de estado trifásicas en su componente real para el nodo i

V_{f-x-i}	Término del vector $\mathbf{V_{abc-x-i}}$ nodo i fase f
$\mathbf{V_{abc-y}}$	Vector de variables de estado trifásicas en su componente en cuadratura
$\mathbf{V_{abc-y-i}}$	Vector de variables de estado trifásicas en su componente en cuadratura para el nodo i
V_{f-y-i}	Término del vector $\mathbf{V_{abc-y-i}}$ nodo i fase f
$\mathbf{V_{abc-x-0}}$	Vector de la componente real trifásica de la barra slack
$\mathbf{V_{abc-y-0}}$	Vector de la componente en cuadratura trifásica de la barra slack
$\mathbf{I_{abc-x}}$	Vector de corrientes inyectadas nodales trifásicas en su componente real
$\mathbf{I_{abc-x-i}}$	Vector de corrientes inyectadas nodales trifásicas en su componente real para el nodo i
I_{f-x-i}	Término del vector$\mathbf{I_{abc-x-i}}$ nodo i fase f
$\mathbf{I_{abc-y}}$	Vector de corrientes inyectadas nodales trifásicas en su componente en cuadratura
$\mathbf{I_{abc-y-i}}$	Vector de corrientes inyectadas nodales trifásicas en su componente en cuadratura para el nodo i
I_{f-y-i}	Término del vector$\mathbf{I_{abc-y-i}}$ nodo i fase f
$\mathbf{J_{abc-x}}$	Vector de corrientes de rama trifásicas componente real
$\mathbf{J_{abc-x-ij}}$	Vector de corrientes de rama trifásicas componente real del tramo ij
J_{f-x-ij}	Término del vector $\mathbf{J_{abc-x-ij}}$ fase f
$\mathbf{J_{abc-y}}$	Vector de corrientes de rama trifásicas componente en cuadratura
$\mathbf{J_{abc-y-ij}}$	Vector de corrientes de rama trifásicas componente en cuadratura del tramo ij
J_{f-y-ij}	Término del vector $\mathbf{J_{abc-y-ij}}$ fase f
$\lvert V_{f-0}\rvert$	Módulo de la tensión de la barra slack fase f
$\lvert\mathbf{V_{abc}}\rvert$	Vector de módulos de las variables de estado trifásicas estimadas
$\lvert\mathbf{J_{abc}}\rvert$	Vector de módulos de las corrientes de rama trifásicas estimadas
$\mathbf{fp_{abc-01}}$	Vector del factor de potencia trifásico en el circuito principal
$\mathbf{W_{abc}}$	Vector de energías inyectadas trifásicas estimadas
$\mathbf{fp_{abc}}$	Vector de factores de potencia trifásicos estimados
$\lvert V_{f-i}\rvert$	Módulo de la tensión en el nodo i fase f
$\lvert J_{f-ij}\rvert$	Módulo de la corriente de rama en e tramo ij fase f
fp_{f-01}	Factor de potencia en el circuito principal fase f
W_{f-i}	Energía en el nodo i fase f
fp_{f-i}	Factor de potencia en el nodo i fase f
ΔV_{f-x-ij}	Diferencia de tensión en su componente real en la fase f de los nodos ij

ΔV_{f-y-ij}	Diferencia de tensión en su componente en cuadratura en la fase f de los nodos ij
$\mathbf{\Delta P}$	Pérdidas activas
$\mathbf{\Delta Q}$	Pérdidas reactivas
$\mathbf{\Delta P_{abc}}$	Pérdidas activas trifásicas
$\mathbf{\Delta Q_{abc}}$	Pérdidas reactivas trifásicas
$\mathbf{CV_{\Delta P}}$	Coeficiente de variación de la pérdidas activas
$\mathbf{CV_{\Delta Q}}$	Coeficiente de variación de la pérdidas reactivas
$\|V_n\|EE$	Módulos de tensiones obtenidos a través del estimador de estado - simulaciones se secuencia positiva
$\theta_n EE$	Ángulos obtenidos a través del estimador de estado, en unidades de grados - simulaciones de secuencia positiva
$\|V_n\|SFC$	Módulos de tensiones obtenidos a través del flujo de carga - simulaciones de secuencia positiva
$\theta_n SFC$	Ángulos obtenidos a través del flujo de carga en unidades de grados - simulaciones de secuencia positiva
$\|V_f\|EE$	Módulos de tensiones obtenidos a través del estimador de estado - simulaciones caso trifásico
$\theta_f EE$	Ángulos obtenidos a través del estimador de estado, en unidades de grados - simulaciones caso trifásico
$\|V_f\|SFC$	Módulos de tensiones obtenidos a través del flujo de carga - simulaciones caso trifásico
$\theta_f SFC$	Ángulos obtenidos a través del flujo de carga en unidades de grados - simulaciones caso trifásico
Var_{IN}	Varianzas a la entrada
Var_{OUT}	Varianzas a la salida
$\|V_f\|$	Despliegue de tensiones en la fase f - simulaciones caso trifásico
θ_f	Despliegue de ángulos en la fase f - simulaciones caso trifásico

INTRODUCCIÓN

Los avances en la tecnología y el crecimiento poblacional mundial son hechos directamente relacionados con el consumo de energía. Según la IEA en [4] el consumo de energía mundial en el año 1975 se calculó en 6.030 Mtoe, en el año 2010 en 12.380 Mtoe y para el año 2035 se pronostica en 16.730 Mtoe.

Los mecanismos de producción de energía son los provenientes de quema de combustibles, gas, plantas nucleares y utilización de energías renovables. Éstas últimas tienen por característica que su generación es por medio del aprovechamiento de fuentes de energías renovables, como por ejemplo el viento, agua, sol, etc. y que además no contribuyen con emisiones de gases perjudiciales a la atmósfera.

Hechos históricos como por ejemplo el alza en los precios de los combustibles fósiles (en la década de 1970) y el problema del cambio climático como consecuencia del efecto invernadero, reformuló las directrices de desarrollo en el sistema industrial mundial. Consecuente con estos hechos en 1997 los países industrializados firmaron un acuerdo, conocido como el Protocolo de Kyoto [5], en el cual se comprometían a reducir los gases que producen efecto invernadero, teniendo como naciones participantes y protagonistas - de manera predominante - diferentes países que conforman la Unión Europea (como por ejemplo Alemania, Austria, Bélgica, Dinamarca, otros).

Con la aparición de los Mercados Desregulados y un escenario de competición entre las empresas eléctricas, existió la necesidad de mejorar la funcionalidad y operación de los sistemas eléctricos de potencia, de manera que los costos y calidad en el suministro de la energía eléctrica hasta los consumidores finales se efectúe de una manera eficiente, y con el menor impacto ambiental posible. Con respecto a las diferentes instancias y promulgaciones mundiales que definen las líneas de actuación de los Mercados Desregulados en conjunto a las políticas de Generación Distribuida se hallan en la referencia [5].

El intercambio y manejo de información en tiempo real entre las empresas que suministran el servicio eléctrico y los consumidores finales, constituye el punto clave para la operación y despacho eficiente u óptimo de la energía eléctrica. Esto no solo como una razón concerniente a la inserción de novedosas tecnologías de comunicación, sino que obedece a razones para lograr un uso racional de la energía eléctrica. Es allí donde las plataformas y tecnologías de AMI (*Advanced Metering Infrastructure*) y la SG (*Smart Grid*) constituyen la tendencia mundial para gestionar los flujos e intercambios de información entre las empresas eléctricas y los consumidores finales o clientes.

La AMI según [6] es la red de sensores de las SG. Los medidores inteligentes realizan las siguientes funciones principales [6]:

- Monitorizar los registros de inyección de potencia activa o reactiva, verificar los niveles de tensión, corrientes, factor de potencia entre otras
- Almacenar eventos especiales en la red, como por ejemplo depresiones transitorias en la tensión
- Intercambiar y recibir información entre diferentes medidores inteligentes ubicados en una red

Este conjunto de informaciones en tiempo real convergen mediante diferentes tecnologías de comunicación al sistema SCADA (*Supervisory Control Acquisition Data System*), y es allí donde se supervisa el estado de la red de distribución. Los sistemas SCADA poseen lo que se denomina aplicaciones eléctricas, las cuales son un conjunto de herramientas matemáticas computacionales que permiten efectuar estudios correlativos a la operación de la red. Entre las aplicaciones eléctricas destacan:

- Estimación de Estado (EE) y Asignación de Demanda
- Flujo de Carga
- Reconfiguración óptima de la Red
- Despacho de Reactivos

La primera publicación mundial en el área de EE (aplicada en el marco de los Sistemas de Transmisión) fue en el año 1970, en donde **Fred C. Schweppe** publicó un artículo

denominado *Power System Static - State Estimation, Part I: Exact Model* en el cual se define el estado estático de un sistema de potencia de la siguiente manera [2]:

> El estado estático de un sistema de potencia está definido por las magnitudes de las tensiones y sus ángulos en todas las barras de la red. El estimador de estado es un algoritmo encargado de procesar los datos provenientes de los medidores, entre otras informaciones disponibles y convertirla en un vector estimado del estado estático del sistema.

El trabajo [2] se divide en tres publicaciones asociadas; Modelo Exacto, Modelo Aproximado e Implementación del Método, todos con el enfoque de EE en sistemas de ootencia. En el Modelo Exacto se define un planteamiento matemático para resolver el problema, se establece el vector de medidas como una función de ecuaciones no lineales en función de las variables de estado y de un error asociado a la medición, y se expone una disertación referente al comportamiento estadístico de los errores y las variables de estado.

Se introduce el concepto de la pseudomedida como solución al problema de observabilidad. Estas pseudomedidas provienen de los registros históricos o perfiles de carga en las barras de la red en cuales no se tenga un dispositivo de medición directa con reporte al Centro de Supervisión y Control.

El problema de EE se plantea como un problema de optimización no lineal, cuyo objetivo es reducir el error cuadrático ponderado entre el vector de mediciones y pseudomedidas, y el conjunto de ecuaciones en función de las variables de estado que definen el modelo de la red. La resolución de este sistema sobre determinado de ecuaciones no lineales es resuelto mediante la aproximación del polinomio de Taylor de primer orden, en el cual mediante un proceso de chequeo iterativo se revisan las tolerancias en las variaciones de las variables de estado y en la función objetivo.

Los valores obtenidos con la resolución del problema de optimización, constituyen un conjunto de valores esperados con una media y desviación estándar pertenecientes a distribuciones de probabilidad del tipo gaussiano, siempre y cuando las distribuciones de las medidas sigan también un patrón gaussiano.

En el Modelo Aproximado se propone una metodología basada en redes del tipo corriente continua, en el cual la resolución de las ecuaciones que definen las variables de estado estimadas se obtienen mediante cómputos no iterativos. La Implementación, contempla

un discusión acerca de los órdenes de tiempo computacional requeridos para resolver el problema y además, una discusión básica referente a un modelo dinámico del EE como consecuencia de los diferentes puntos de operación de los sistemas de potencia.

Los Estimadores de Estado incluyen las siguientes funciones [7]:

- Procesador Topológico de la Red: tiene por función identificar el estado de los interruptores en la red y configura un diagrama en tiempo real de su estado conectivo
- Análisis de Observabilidad: Determina si el número de mediciones en tiempo real disponibles, son suficientes para ejecutar la aplicación de Estimación de Estado. Se identifican las islas observables en dado caso que existan y las ramas no observables.
- Solución del Estimador de Estado: Es la ejecución del algoritmo de Estimación de Estado en base al modelo topológico de la red y el número de medidas disponibles. La solución óptima comprende los módulos y ángulos de las tensiones de la red, así como también el cálculos de los flujos de potencia por las líneas, generadores y posición de las tomas de los transformadores
- Procesamiento de Datos Erróneos: Detecta datos erróneos en el grupo de mediciones de entrada al algoritmo. Se identifican y eliminan estos datos erróneos sujetos a la redundancia de mediciones disponibles
- Procesador de Parámetros de la Red: Este módulo se encarga de estimar los parámetros de las líneas, bancos de reactores inductivos o capacitivos. Detecta errores topológicos e identifica el estado correcto de los interruptores

En [3] se publica el primer artículo de investigación para la Estimación de Estado en Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica (EESDEE) , en donde los modelos trifásicos con desequilibrios topológicos y los modelos de carga desabalanceados fueron incorporados al problema. Las mediciones en tiempo real existentes para aquel entonces, lo constituían los flujos de corrientes en el circuito principal, la tensión en el circuito principal y se usaban las curvas de carga típicas de los transformadores para asignar las pseudomedidas de potencias inyectadas asociados a grupos de clientes. Una revisión extensa de éstos métodos se encuentran en el Estado del Arte de este trabajo de Tesis.

Por tanto con la idea de aprovechar de manera **eficiente** la energía eléctrica, es necesario disponer de aplicaciones eléctricas, basadas en optimización matemática, en este caso

EE, la cual permite conocer con mayor exactitud el estado de la red, debido a que el conjunto de medidas que llegan al SCADA no son numéricamente cien por ciento confiables, como consecuencia de los errores asociados a la comunicación y recepción de la información provenientes de los distintos dispositivos de medición en tiempo real. Seguidamente, a partir de la información obtenida producto del EE se podrán efectuar estudios en base a valores ya **filtrados**, como por ejemplo reconfiguración óptima de la red, despacho de reactivos, asignación de demanda, agregación de demanda por punto de transformación, entre otros que mejoran la gestión y manejo de la energía en el nuevo engranaje, sistema de distribución - consumidor eléctrico.

Objetivo General

Plantear y resolver el problema de EESDEE incluyendo como restricciones del problema de optimización las Leyes de Kirchoff y las ecuaciones de corrientes rama, basadas en la formulación desarrollada en la referencia [1], utilizando como vector de medidas en condición de demanda máxima, los registros de corrientes y tensiones en el circuito principal de la subestación eléctrica de distribución (SED), reconectadores u otros equipos de registro en tiempo real y las energías inyectadas [4] por punto de transformación como pseudomedidas provenientes de la potencia agregada máxima en aquellos nodos en los que se disponga de la relación cliente transformador

Objetivos Específicos

- Aplicación del algoritmo de EE a las redes de prueba **IEEE** de 4, 37 y 123 nodos en sus equivalentes de secuencia positiva y trifásico.
- Validar la respuesta del algoritmo ante la entrada múltiples vectores de medidas y pseudomedidas estocásticas pertenecientes a distribuciones de probabilidad del tipo normal, por medio de la utilización de técnica de Monte Carlo y tomando como criterio de parada los coeficientes de variación de las pérdidas activas y reactivas
- Comparar y analizar los resultados obtenidos del algoritmo de EE propuesto en esta tesis en su equivalente de secuencia positiva con la formulación clásica desarrollada a partir de las ecuaciones de potencia expuesta en la referencia [2]

[4] En esta tesis el término energía siempre se referirá a la energía activa

- Comparar y analizar los resultados obtenidos del algoritmo de EE propuesto en esta tesis en su equivalente trifásico con la formulación clásica desarrollada a partir de las ecuaciones de potencia y corrientes de rama expuesta en la referencia [3]

Planteamiento del Problema

El problema de EESDEE se basa en obtener las variables de estado de la red, es decir los módulos de las tensiones y sus ángulos, dadas las medidas directas de tensiones y corrientes de línea en los circuitos de las SED y las pseudomedidas de energías inyectadas nodales provenientes de la potencia activa máxima agregada en los nodos de la red en los cuales se disponga de la relación cliente transformador. La formulación matemática del problema se basa en un problema de optimización no lineal en donde la función objetivo contiene los errores cuadráticos ponderados entre el vector de medidas y una función que relaciona las medidas con las variables de estado. El planteamiento general del problema es el siguiente:

$$\text{mín}\, \frac{1}{2} \left(\psi - g(\mathbf{x})\right)^T \omega \left(\psi - g(\mathbf{x})\right) \tag{1}$$

sujeto a:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x_0} + \mathbf{TRX} \cdot \mathbf{I} \tag{2}$$

Donde:

- $\mathbf{x}$ son las variables de estado
- $\mathbf{x_0}$ es un vector indicativo de la barra slack
- $\mathbf{TRX}$ es una matriz que relaciona la conexión junto a los parámetros de la red
- ω es una matriz de pesos asociadas a las medidas
- ψ es el vector de medidas; compuesto por las medidas $\mathbf{x^m}$ que pueden ser módulos de tensiones y corrientes de rama. Y por $\mathbf{W^m}$ las cuales son las pseudomedidas de

energía inyectada existentes en la red. Su formulación general es:

$$\psi \quad = \quad [\mathbf{x^m}, \mathbf{W^m}] \tag{3}$$

- $g(\mathbf{x})$ es una función que relaciona las medidas con las variables de estado $\mathbf{x}$ y la energía inyectada $\mathbf{W}$. Su formulación general es:

$$g(\mathbf{x}) \quad = \quad [\mathbf{x}, \mathbf{W}] \tag{4}$$

- $\mathbf{I}$ es un vector que contiene las corrientes inyectadas en función de las energías activas inyectadas $\mathbf{W}$ y los factores de potencia nodales $\mathbf{fp}$. Es decir:

$$\mathbf{I} \quad = \quad f(\mathbf{W}, \mathbf{fp}) \tag{5}$$

- En $\mathbf{I}$ también está contenida la información de los nodos con potencia aparente inyectada nula. Por tanto para el planteamiento del problema se requiere el conocimiento de los nodos con inyecciones nulas. Es decir:

$$I_{nulas} \, \epsilon \, \mathbf{I} \quad \text{donde nulas} = 1, ..i, ...n \; \forall \; n \, \epsilon \, S_i^{nulas} \tag{6}$$

Las restricciones del problema de optimización, denotadas en 2, constituyen un conjunto de ecuaciones congruentes con la aplicación de las Leyes de Kirchoff, aplicable a circuitos con topología radial, expuestas y desarrolladas de manera detallada en [1].

El término ω es una matriz cuadrada diagonal, cuyos componentes representan los inversos de las precisiones de las medidas en directo, así como también los pesos asociados a las pseudomedidas de energía activa inyectada. Dado que estas últimas medidas no provienen de reportes en tiempo real, sino de registros históricos ó perfiles de carga, se les asigna un peso mucho menor en comparación con las medidas provenientes de los dispositivos instalados en campo siendo observables por el SCADA.

De manera general como datos de entrada para el algoritmo se requiere un grupo de medidas, especificadas en el vector ψ, la matriz de que relaciona conexión con parámetros, es decir **TRX** y el conocimiento de los nodos con potencias inyectadas nulas $\mathbf{I_{nulas}}$. Con las medidas y la matriz de pesos ω se formula la función objetivo, la cual consiste en el error cuadrático ponderado y finalmente se procede a determinar el modelo del conjunto de restricciones según [1], que consiste en la aplicación matricial de las Leyes de Kirchoff. Con

todos estos datos de entrada y funciones donde se indica el modelo de la red, se procede a resolver el problema de optimización de manera que se obtengan las variables de estado.

La novedad del algoritmo desarrollado y validado en esta tesis tanto para el equivalente de secuencia positiva como el trifásico es, su formulación general como función de las energías inyectadas y factores de potencia para aquellos nodos de la red en los que se disponga de la relación cliente transformador.

Justificación

En este trabajo de grado se presenta una formulación alternativa del problema de EESDEE basado en un problema de optimización, donde la función objetivo se compone de los errores cuadráticos ponderados entre un vector de medidas y una función que relaciona la medidas con las variables de estado. Este vector está compuesto por los módulos de tensiones y corrientes de rama, y además, las energías inyectadas agregadas y factores de potencia (calculados en un escenario de demanda máxima) pertenecientes a aquellos nodos de la red en los cuales se disponga de la relación cliente transformador.

La utilización de la energía inyectada agregada como pseudomedida representa una novedad dentro del problema de EESDEE, debido a que éstos son los indicadores mensuales de consumo de los diferentes tipos de clientes asociados a cada punto de transformación en la red. De manera similar dentro del problema de optimización se incluyen las pseudomedidas del factor de potencia por punto de transformación, los cuales no son parámetros constantemente medidos (a diferencia de la energía, que es a través de los contadores de energía), sino que sus valores provienen de jornadas especiales de caracterización de la potencia de los tipos de clientes en las acometidas de baja tensión. Sin embargo, con su inclusión en el problema de optimización permitirá estimar su valor.

La metodología EESDEE propuesta en esta tesis, se diferencia de los tratados clásicos ([3], [8]) en que su formulación, en cuanto al vector de medidas, no se compone de las **potencias activas y reactivas inyectadas, y flujos de potencia activa y reactiva** existentes en la red (aparte de las medidas de tensión), sino que se compone por las **energías inyectadas, factores de potencia y corrientes de rama**. La función objetivo para ambos problemas, es el error cuadrático ponderado. Y con respecto a las restricciones, éstas se basan en la aplicación de las Leyes de Kirchoff escritas según se indica en [1], a

diferencia de la formulación clásica la cual se fundamenta en las ecuaciones de potencia inyectada, flujos de potencia y módulos de tensión. Es decir, el conjunto de restricciones de la función objetivo son directamente el conjunto de medidas que conforman el vector de medidas.

Una vez aplicado el algoritmo de optimización se podrán obtener los valores estimados de las energías inyectadas y factores de potencia por punto de transformación, así como también las variables de estado de la red en condición de potencia máxima. También se obtendrán las medidas estimadas de tensiones y corrientes de rama en el circuito principal de la subestación (además de otras medidas provenientes de reconectadores u otros equipos de medición ubicados en lo extenso del circuito), y lo más importante es que se podrán estimar las pérdidas totales (activas y reactivas) que relaciona la potencia enviada a través del circuito, con las energías inyectadas en todos los nodos de carga. Ésta metodología de EESDEE desplaza técnicas típicas de estudios de balance de potencia en los circuitos de distribución, basadas por ejemplo en flujo de carga y aplicación del factor de capacidad.

Otra producto importante es que se podrán revisar los límites de capacidad amperimétrica de las líneas aéreas y subterráneas, así como también verificar los puntos de operación de los transformadores, es decir constatar si están sobrecargados ó subcargados. También se podrán efectuar otros estudios relativos a la operación de la red, como por ejemplo, reconfiguración óptima, reubicación de transformadores de distribución, flujo de carga óptimo, despacho de reactivos, entre otros.

La metodología de EE propuesta en esta tesis representa una contribución única y excepcional dentro del contexto mundial, debido que a través de la inclusión de la energía inyectada por punto de transformación como pseudomedida, y con la existencia plataforma de medición y comunicación concernientes a las estructuras de las SG, AMI , sistemas SCADA, unidades sincrofasoras (PMU), medición en las centrales de generación distribuida, entre otras, se disponen de mayor número de medidas en tiempo real - lo cual representa una mejora en cuanto al problema de observabilidad - , existiendo la necesidad de aplicar EE como técnica de estimación de las variables de estado en la red. Cabe resaltar que en el contexto nacional, es necesario utilizar técnicas de optimización de manera que se verifique el estado de la red, y se elaboren estrategias operación y mantenimiento seguras, las cuales garanticen un servicio confiable y de calidad para los clientes. Por otro lado, también con el uso de esta técnica se pueden efectuar estudios económicos en donde se contabilicen los valores estimados de las pérdidas técnicas en aquellos circuitos de la red donde no se evidencien conexiones ilegales, es decir que se verifique la relación cliente

transformador.

Contribuciones de la tesis

A continuación se anexa un listado de contribuciones derivadas de este trabajo de tesis:

1. La formulación del problema de EESDE utilizando como restricciones del problema de optimización las ecuaciones que definen las Leyes de Kirchoff según el desarrollo en [1], representa una contribución al estado del arte en cuanto a las metodologías de EE reportadas de esta tesis

2. La inclusión de la energía inyectada agregada por punto de transformación dentro del vector de medidas (integrada como pseudomedida) representa una novedad, debido a que en las metodologías clásicas de EE, utilizan las inyecciones de potencia activa y reactiva y los flujos de potencia activa y reactiva. Los modelos para el vector de medidas según las tablas resumen 1.1 y 1.2, ubicadas en el capítulo Estado del Arte, denotan que considerando valores determinísticos, difusos o probabilísticos, las medidas o pseudomedidas utilizadas son las potencias, tensiones, corrientes y algunos casos los ángulos

3. Con la aplicación de la metodología propuesta a las redes de prueba de la IEEE de 4, 37 y 123 en sus equivalentes de secuencia positiva y trifásico, se demostró que las variables de estado estimadas difieren de los valores obtenidos con la comparación y validación de resultados utilizando la metodología clásica expuesta en [2] y [3]; esto como consecuencia de los diferentes criterios de parada de las restricciones utilizados para alcanzar la solución óptima. El criterio de parada con la metodología propuesta es una comparación iterativa entre tensiones y corrientes, en cambio con el método clásico, son las inyecciones de potencias activas y reactivas, junto a los flujos de potencia activa y reactiva

4. La metodología propuesta indica que como condición de observabilidad la dimensión que conforma el vector de medidas y la dimensión del vector donde se especifican las inyecciones nulas, deben ser mayores o iguales que la dimensión de las variables de estado de la red. Esto debido a que el vector de medidas está compuesto por módulos de tensiones, módulos de corrientes, energías inyectadas y factores de potencia todos distintos de cero; es decir las inyecciones de energía nula se especifican directamente

dentro de las ecuaciones que conforman las restricciones del problema de optimización. Es importante destacar, la diferencia de esta condición de observabilidad y su diferencia con la expuesta en las metodologías clásicas, en donde la dimensión del vector de medidas es directamente igual a la dimensión del vector de restricciones, y está compuesto por términos de inyecciones de potencia nula

5. La validación estadística del algoritmo de EESDEE mediante técnica de Monte Carlo denotó una relación lineal entre las varianzas del vector de medidas y las varianzas del vector de medidas y variables de estado estimadas. Es decir, las distribuciones de variables de estado y mediciones estimadas son del tipo normal.

La publicaciones resultantes de esta tesis son:

- Rojas A D. Oliveira P. New formulation for distribution system state estimation. *In VI Andean Region International Conference, Andescon*, 2012
- Rojas A D. Oliveira P. New approach for Distribution System State Estimation based on Power Inyection Pseudomeasurements [5]. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 2013

Metodología de la Investigación

Los metodologías y herramientas utilizadas en esta tesis de Estimación de Estado en Sistemas de Distribución utilizando la Energía como Pseudomedida, se exponen de manera detallada a continuación:

- Aplicar la formulación propuesta a las redes de la **IEEE** de 4, 37 y 123 nodos en sus equivalentes de secuencia positiva y trifásico, utilizando la herramienta computacional **MATLAB** ©, por medio de la función **fmincon**. Esta función se especializa en resolver problemas de optimización no lineales, a través de metodologías para convertir funciones objetivo con restricciones, a funciones objetivos sin restricciones, utilizando multiplicadores de Lagrange y Algoritmos de Punto Interior. La resolución del problema se fundamenta en satisfacer la primera condición de optimalidad matemática, hallando las raíces de las ecuaciones no lineales resultantes.

[5] En desarrollo

- Comparar los resultados obtenidos por medio de la formulación del problema de Estimación de Estado propuesto en esta tesis en su equivalente trifásico, con la metodología expuesta en [3]. Para esto, también se utilizó la función **fmincon**.

- Validar mediante simulación de Monte Carlo las distribuciones de probabilidades de las variables de estado y de las mediciones y pseudomediciones, resultantes de la evaluación consecutiva del algoritmo de Estimación de Estado propuesto en esta tesis, considerando vectores de mediciones y pseudomediciones provenientes de distribuciones de probabilidades del tipo normal, con una esperanza y desviaciones estándar diferentes. Para efectuar las simulaciones de Monte Carlo fue necesario activar la herramienta de Procesamiento Paralelo del software **MATLAB** ©, de manera que el proceso de estimación de estado se ejecutara de manera aleatoria en diferentes procesadores del computador utilizado.

Limitaciones del Trabajo

Las limitaciones y consideraciones especiales denotadas en este trabajo se exponen a continuación:

- Este trabajo no contempla una implementación en *tiempo real* del algoritmo de optimización propuesto, debido a que el objetivo se centró en desarrollar una metodología de EESDEE basada en un problema de optimización donde las restricciones obedecen a la novedosa formulación expuesta en [1], y en donde además se utilice la energía nodal inyectada como pseudomedida en aquellos nodos de la red en los cuales se disponga de la relación cliente transformador. Así mismo cabe destacar que con el desarrollo de este algoritmo, aplicaciones eléctricas como por ejemplo flujo de carga óptimo, reconfiguración óptima de la red, despacho de reactivos, entre otras, serán cada vez más necesarias para una operación eficiente y segura de la red

- Las simulaciones de Monte Carlo para la validación estadística del problema de EESDEE desarrollado en esta tesis, solo fue realizada para los casos IEEE de 4 nodos en sus equivalentes de secuencia positiva y trifásico. Esto debido a lo extenso de los tiempos de convergencia para las redes de prueba de la IEEE de 37 y 123 nodos

Contenido y Estructura del Trabajo de Grado

Este trabajo de tesis se estructura de la siguiente manera:

- CAPÍTULO 1: ESTADO DEL ARTE. En este capítulo se presenta un resumen de contribuciones previas relacionadas con el tema. Al final se encuentra una tabla resumen especificada por autor y la metodología utiliza para resolver el problema
- CAPÍTULO 2: METODOLOGÍA. En este capítulo se desarrolla en detalle el Planteamiento del Problema para los casos de EESDEE en sus modelos de secuencia positiva y trifásico, así como también se describe el método de análisis de sensibilidad fundamentado en técnica de Monte Carlo
- CAPÍTULO 3: CASOS DE ESTUDIO. En este capítulo se presenta una breve descripción de los parámetros de las redes IEEE de 4, 37 y 123 nodos. De manera adicional se encuentran los datos de los vectores de medidas y pseudomedidas a utilizar para el estudio del algoritmo de Estimación de Estado presentado en esta tesis
- CAPÍTULO 4: RESULTADOS. Aquí se describen en detalle los resultados obtenidos con la aplicación del nuevo algoritmo, las comparaciones con la metodología clásica desarrollada por los autores en las referencias [2] y [3]. Se presentan los resultados del análisis de sensibilidad estadístico utilizando técnica de Monte Carlo para la red IEEE de 4 nodos, y por último se denotan los análisis de observabilidad por medio de ambas metodologías
- CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES. En este apartado se presentan de manera puntual una lista de los aportes obtenidos tras el desarrollo de esta tesis. También se encuentran una lista de recomendaciones derivadas de este trabajo de tesis

CAPÍTULO I

ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se exponen las diferentes metodologías de resolución y planteamiento del problema de EESDEE, según diversas fuentes de la literatura especializada consultadas. El desarrollo contempla los métodos de optimización matemática o determinística, métodos probabilísticos, métodos basados en heurísticas y técnicas evolutivas, así como también técnicas basadas en teoría de conjuntos difusos, las cuales han sido aplicadas para resolver el problema de EE.

La organización de este capítulo consiste en explicar las diferentes contribuciones de autores mundiales, y su clasificación según el tipo de metodología aplicada a la resolución del problema. Principal énfasis se hará sobre el autor Baran en [3]; debido a que su metodología y planteamiento del problema de EE constituye uno de los objetivos específicos, de validación de resultados de esta tesis.

También se presentan contribuciones del tipo cualitativo de temas como por ejemplo, integración entre modelos de sistemas de transmisión y distribución a nivel de sistemas SCADA, tratamiento bajo la filosofía maestro - esclavo para distribuir por zonas la aplicación de EE, entre otras publicaciones con enfoque hacia las redes inteligentes y sistemas automáticos de medición en distribución.

Al final de este capítulo se encuentra una **tabla resumen** en donde se indican las diferentes metodologías de resolución y/o formulación del problema de EESDEE pertenecientes a la lista de antecedentes consultados en orden cronológico según ha evolucionado el tema.

1.1. Métodos Determinísticos

De manera general los métodos de optimización determinísticos o matemáticos, se fundamentan en resolver un problema de optimización con o sin restricciones utilizando

técnicas de resolución numéricas, orientadas hacia satisfacer la primera condición de optimalidad matemática. Entre éstas técnicas figuran la aplicación de algoritmos de Newton, Newton Raphson, Gauss Seidel entre otros. En cuanto a los métodos utilizados para la resolución del problema de optimización se encuentran; la aplicación de Multiplicadores de Lagrange, Método Simplex, algoritmo de Punto Interior, Métodos de Barrera y Penalización entre otros.

A continuación se presentan una serie de publicaciones en las se explican las metodologías utilizadas y sus contribuciones principales:

1.1.1. Roytelman y Shahidehpuor

En [9] se propone por primera vez resolver el problema de EE en sistemas de distribución, utilizando las medidas de tensión, corriente y flujos de potencia en la SED, además de las pseudomedidas de potencia activa y reactiva provenientes de los patrones típicos estadísticos de consumo en los transformadores de distribución. El problema además de utilizar la información anterior, emplea técnica de flujo de carga para el conocimiento de los ángulos de las corrientes de rama en diferentes intervalos horarios. La metodología de EE se fundamente en la aplicación directa de las Leyes de Kirchoff, generando corrientes de rama estimadas y el cálculo de sus residuos es utilizando técnicas cuantitativas de propagación de errores.

1.1.2. Baran y Kelley

En [3] se propone una metodología de EESDEE en su equivalente trifásico, por medio de un problema de optimización en donde la función objetivo consiste en minimizar el error cuadrático ponderado resultante del vector de mediciones y pseudomediciones, con respecto a un conjunto de ecuaciones no lineales las cuales relacionan las medidas con las variables de estado. Las variables de estado lo constituyen los módulos de las tensiones junto con sus ángulos.

La función objetivo es la siguiente:

$$\text{mín}\, J(\mathbf{x}) \quad = \quad \sum_{i=1,\ldots,m} \omega_i(\mathbf{z} - h(\mathbf{x}))^2 = [\mathbf{z} - h(\mathbf{x})]^T \omega [\mathbf{z} - h(\mathbf{x})] \tag{1.1}$$

Donde:

- $\mathbf{x}$ son las variables de estado
- $\mathbf{z}$ es el vector de medidas
- $h(\mathbf{x})$ es la función que relaciona las variables de estado con las medidas
- ω es la matriz de pesos asociados a las mediciones
- m es el número de medidas

Estas mediciones pueden ser módulos de tensiones, corrientes de rama, potencias inyectadas en nodos de carga y también flujos de potencia bien sea en uno de los circuitos de la subestación principal, ó en cualquier otro tramo de la red. Los pesos de las medidas en tiempo real son sustancialmente mayores a los especificados para las pseudomedidas; a su vez éstas provienen de los registros de demanda histórica en los nodos de carga y de estudios basados en predicción de demanda. Para la escritura de las ecuaciones que componen la función $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ se consideran los siguientes modelos:

- Los tramos de línea son del tipo trifásico y además provienen de la aplicación de la reducción de Kron y la inclusión del efecto del suelo (ecuaciones de Carson [3]). Los circuitos principales son del tipo trifásico y los laterales pueden monofásicos, bifásicos y trifásicos.
- En el modelo las impedancias en los nodos de carga son todas puestas a tierra independientemente de su configuración es decir, monofásica, bifásica o trifásica
- Las ecuación matricial a partir de las cual se deducen cada una de las ecuaciones que conforman la función $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ es la siguiente:

$$\mathbf{V_r} \quad = \quad \mathbf{V_s} - \mathbf{Z_l} \cdot \mathbf{I_l} \tag{1.2}$$

Donde:

- $\mathbf{V_r}$ vector de tensión trifásica en el nodo receptor
- $\mathbf{V_s}$ vector de tensión trifásica en el nodo fuente
- $\mathbf{Z_l}$ matriz de impedancia de línea
- $\mathbf{I_l}$ vector de corrientes entre el tramo fuente y receptor

La ecuación matricial anterior representa la Ley de tensión de Kirchoff aplicada a un tramo de línea de la red. Agrupando los términos matriciales en 1.2 se llega a la siguiente ecuación:

$$\mathbf{I_l} = \mathbf{Y_l} \cdot [\mathbf{V_s} - \mathbf{V_r}] \tag{1.3}$$

Siendo $\mathbf{Y_l}$ el inverso de la matriz $\mathbf{Z_l}$, es decir la matriz de admitancias de un tramo de línea. Con las ecuaciones 1.2 y 1.3 se pueden desarrollar las expresiones para el cálculo de de las potencias inyectadas y flujos de potencia trifásicos.

Esta metodología basada en las ecuaciones de potencias inyectadas, corrientes de rama y flujos de potencia en sus equivalentes trifásicos fue aplicada a una red de la IEEE de 34 nodos con $24,9$ kV de nivel de tensión. Se generaron grupos de pseudomedidas de potencias nodales inyectadas y se variaron las ubicaciones de las medidas directas (en tiempo real) , de manera que se estudie el comportamiento de los residuos y se analicen las características de las convergencias. Sin embargo el algoritmo aplicado por estos autores fue implementado bajo la premisa de que las diferencias angulares entre dos nodos se encuentran en el orden de 0 a 10° (efecto proveniente de aplicar una transformación angular al grupo de variables trifásicas en donde se eliminan las diferencias de 120°); es decir:

$$\cos\theta_{ij} \cong 1 \quad \forall\ \theta_{ij} < 10^{\circ} \tag{1.4}$$

$$\sin\theta_{ij} \cong 0 \quad \forall\ \theta_{ij} < 10^{\circ} \tag{1.5}$$

Esta premisa fue aprovechada para efectuar simplificaciones directas en lo referente al cómputo numérico del Jacobiano derivado de la resolución del problema de optimización. Al final de los anexos de este trabajo de grado se encuentra una copia de la publicación re-

ferida, en donde en la sección Apéndice de la misma se encuentran las ecuaciones utilizadas para la resolución del problema de optimización.

En [8] se propone resolver el problema utilizando como variables de estado las corrientes de rama en su parte real y en cuadratura. El problema de optimización se plantea como una función objetivo donde se minimiza el error cuadrático ponderado, sujeto a las ecuaciones de corrientes de rama e inyectadas en función de las variables de estado trifásicas según el desarrollo metodológico en [10]. Se incluyen las pseudomedidas de potencias por punto de transformación, en su equivalente de corriente inyectada por medio del procedimiento efectuado en [10]. Los modelos de líneas y cargas son mediante la metodología propuesta en [10].

La principal contribución de esta publicación se basa en la rapidez de los cómputos de los algoritmos de optimización en comparación con las metodologías convencionales de EE donde las variables de estado lo conforman las tensiones de la red [8].

1.1.3. Lu y Teng

En [10] se resuelve el problema utilizando un modelo trifásico de la red. Para los tramos de línea se utiliza la matriz reducida de Kron y se ignoran los efectos capacitivos. El vector de medidas está conformado por tensiones, corrientes inyectadas, corrientes de rama y como pseudomedidas se utilizan los registros históricos horarios de energía por punto de transformación. En aquellos nodos de la red en los cuales no se dispongan de registros históricos se utilizan técnicas de predicción de demanda. La función objetivo se fundamenta en un problema de mínimos cuadrados ponderados, cuya solución se obtiene resolviendo la ecuación resultante del cumplimiento de la primera condición de optimalidad matemática. La formulación de dicha ecuación es [10]:

$$J(x,y) \quad = \quad \frac{1}{2}(z - h(x,y))^T \cdot R^{-1} \cdot (z - h(x,y)) \tag{1.6}$$

Donde:

- x y y son las variables de estado del problema. Representadas en coordenadas rec-

tangulares; es decir:

$$x = |V|\cos\theta \tag{1.7}$$
$$y = |V|\sin\theta \tag{1.8}$$

- z es el vector de medidas
- $h(x, y)$ es la función que relaciona las medidas con las variables de estado mediante
- R^{-1} es la matriz pesos asignados a las medidas. Se compone de las diferentes varianzas del vector de medidas

Las corrientes de rama pueden ser mediciones directas de determinados dispositivos existentes en la red, ó pueden provenir de la conversión de flujos de potencia, utilizando [10]:

$$\overline{I_{km}}^{mea-eq} = (\frac{(P+jQ)_{km}^{\ mea-eq}}{\overline{V_k}})^* \tag{1.9}$$

Donde:

- $\overline{I_{km}}^{mea-eq}$ corriente de rama (obtenida por la conversión) entre los nodos k y m
- $(P+jQ)_{km}^{\ mea-eq}$ es el flujo de potencia entre los nodos k y m
- $\overline{V_k}$ es la tensión en el nodo k

De igual manera las corrientes inyectadas serán el resultado de efectuar la conversión de las medidas y pseudomedidas de las potencias inyectadas provenientes de los registros históricos, a través de la ecuación [10]:

$$\overline{I_k}^{mea} = (\frac{(P+jQ)_k^{\ mea}}{\overline{V_k}})^* \tag{1.10}$$

Donde:

- $\overline{I_k}^{mea}$ corriente inyectada (obtenida por la conversión) en el nodo k
- $(P + jQ)_k^{mea}$ es la corriente inyectada en el nodo k
- $\overline{V_k}$ es la tensión en el nodo k

Las ecuaciones de corrientes inyectadas y corrientes de rama que componen la función $h(x, y)$, son funciones de las variables de estado en su componente real y en cuadratura, pertenecientes a cada fase (detalles en [10]). De manera general se tiene:

$$I_{f-k} = F(x_a, x_b, xc, y_a, y_b, yc) \quad (1.11)$$

$$I_{f-km} = F(x_a, x_b, xc, y_a, y_b, yc) \quad (1.12)$$

Donde:

- I_{f-k} son las corrientes inyectadas para la fase f en el nodo k
- I_{f-km} son las corrientes de rama en la fase f para el tramo de línea km
- x_f, y_f son las variables de estado en sus dos componentes donde $f = a, b, c$

Finalmente se tiene una metodología de EE basada en ecuaciones de corriente utilizando las transformaciones 1.9 y 1.10 para la construcción del vector de medidas y las ecuaciones teóricas 1.1.3 en función de las variables de estado trifásicas x_f y y_f. Con esto se procede a la resolución de la ecuación 1.6 correspondiente a la primera condición de optimalidad matemática.

1.1.4. Sakis Meliopoulas

Los autores en [11] proponen un algoritmo de estimación de estado basado en modelos trifásicos de las líneas, cargas, y generadores situados en la red de distribución. Al modelo se incorporan las unidades que miden ángulos en tiempo real, sincronizadas con una referencia satelital. La función objetivo se plantea como un problema de mínimos cuadrados

ponderados. Las restricciones se escriben de manera separada en parte real y en cuadratura; y para su resolución matemática se utiliza la factorización de Cholesky. El algoritmo de estimación de estado se formula a partir del desarrollo de las corrientes de rama, utilizando la matriz de incidencia nodal.

1.1.5. Teng y Ling

En [12] se resuelve el problema a través de una formulación trifásica y desacoplada, utilizando las ecuaciones de corrientes inyectadas y corrientes de rama en función de las variables de estado. Las mediciones de potencias inyectadas y flujos de potencias son convertidas a su equivalente en corriente mediante la metodología expuesta en [10]. Debido a que los sistemas de distribución poseen inyecciones nulas (también denominadas medidas virtuales por el hecho de que no poseen un error asociado), la función objetivo del problema junto a sus restricciones se resuelve por medio de la utilización de Multiplicadores de Lagrange.

La función objetivo es la siguiente [12]:

$$\text{mín } J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}[z - h(\mathbf{x})]^T \cdot R^{-1} \cdot [z - h(\mathbf{x})] \tag{1.13}$$

sujeto a:

$$c(\mathbf{x}) = 0 \tag{1.14}$$

Siendo $c(\mathbf{x}) = 0$ las restricciones de potencias inyectadas nulas.

Aplicando los multiplicadores de Lagrange se tiene [12]:

$$\mathfrak{L}(\mathbf{x}, \lambda) = \frac{1}{2}[z - h(\mathbf{x})]^T \cdot R^{-1} \cdot [z - h(\mathbf{x})] + \lambda^T \cdot c(\mathbf{x}) \tag{1.15}$$

Donde:

- $\mathfrak{L}(\mathbf{x}, \lambda)$ es la función objetivo con la inclusión de las restricciones en la ecuación 1.14 aplicando los multiplicadores de Lagrange

- λ son los multiplicadores de Lagrange

1.1.6. Sun y Zhang

En [13] se propone una algoritmo basado en mínimos cuadrados ponderados, el cual estima las variables de estado utilizando la metodología propuesta en [8], en una determinada porción de la red. Seguidamente con el conocimiento de las variables de estado estimadas y las potencias inyectadas en las fronteras de esas porciones de red, se aplica un algoritmo de flujo de carga de barrido con el cual se obtienen las variables de estado pertenecientes a los restantes nodos de la red. Esta metodología evita la incertidumbre de asignación de pesos en las zonas no observables. Según [13] el EE se ejecuta sobre una red principal, y el flujo de carga sobre los subsistemas resultantes insertos dentro de esa red principal. El esquema de operación se denota en el siguiente gráfico [13]:

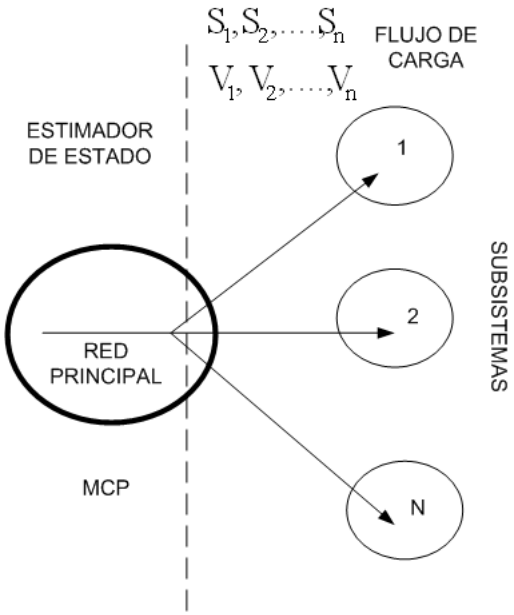

Figura 1.1. Esquema EE - FC

1.1.7. Wan

En [14] se plantea un problema de mínimos cuadrados ponderados con parámetros múltiples de carga que constituyen un problema de optimización no lineal con restricciones. La función objetivo propuesta es la siguiente [14]:

$$\text{mín } J(V,\lambda) \quad = \quad \|W(z - h(V,\lambda)\|_2 \tag{1.16}$$

sujeto a:

$$f(V,\lambda) = 0 \tag{1.17a}$$
$$\lambda_k^{min} \leq \lambda_k \leq \lambda_k^{max} \quad \forall \; nodo \; k \tag{1.17b}$$
$$|I_k|^{min} \leq |I_k(V,\lambda)| \leq |I_k|^{max} \quad \forall \; nodo \; k \tag{1.17c}$$
$$|V_k|^{min} \leq |V_k(V,\lambda)| \leq |V_k|^{max} \quad \forall \; nodo \; k \tag{1.17d}$$
$$P_i^2(V,\lambda) + Q_i^2(V,\lambda) \leq (S_i^2) \quad \forall \; i \; \epsilon \; F \tag{1.17e}$$

Donde:

- $z \; \epsilon \; \Re^m$ es el vector de medidas
- $h(V,\lambda) \; \epsilon \; \Re^m$ es la función que relaciona medidas con variables de estado
- $V \; \epsilon \; \mathcal{C}^{\ni\backslash}$ es el vector de tensiones
- $\lambda \; \epsilon \; \Re^{6n}$ es el vector de parámetro de carga
- $W \; \epsilon \; \Re^{mxn}$ es la matriz de pesos
- 1.17a representan las ecuaciones trifásicas de flujo de carga
- 1.17b, 1.17c y 1.17d representan límites de tensión y corriente de las cargas
- 1.17e representan los límites de transmisión de potencia

La función objetivo 1.16 junto a sus restricciones 1.17a, 1.17b, 1.17c 1.17d y 1.17e son aplicadas a una red de prueba de 20 nodos, y los resultados son comparados con la formulación de EE propuesta en [3]. Para su resolución se utiliza una función de penalización, transformando el problema de optimización no lineal con restricciones en uno sin restricciones. Los resultados obtenidos, tras la incorporación del parámetro λ fueron exitosos.

1.1.8. Wang y Schulz

En [15] se propone utilizar como variables de estado los módulos y ángulos de las corrientes de rama, en vez de las tensiones y ángulos en los nodos de la red. Como pseudomedida se utiliza la data de consumos de clientes, procesados por los dispositivos automáticos de medición (AMR).Se utilizan las ecuaciones trifásicas de potencias inyectadas, flujos de potencia, y módulos de tensiones expuestas en [10]. Se desarrollan las derivadas parciales (para la construcción de la matriz Jacobiano) de las ecuaciones anteriores en función de las variables de estado propuestas, teniendo la particularidad que las derivadas parciales de las tensiones en una determinada fase, con respecto al módulo y ángulo de la corriente de rama en otras fases poseen valores prácticamente nulos. Es decir [15]:

$$\frac{\partial V_{n+1}^{p}}{\partial I_{i-1,i}^{q}} \approx 0 \quad cuando\ p \neq q \tag{1.18}$$

$$\frac{\partial V_{n+1}^{p}}{\partial \theta_{i-1,i}^{q}} \approx 0 \quad cuando\ p \neq q \tag{1.19}$$

Donde:

- p y q son indicadores de fases
- i es el identificador de nodo
- V es el módulo de tensión
- $\theta_{i-1,i}^{q}$ es el ángulo de la corriente de rama en la fase q, para el tramo $i-1, i$
- $I_{i-1,i}^{q}$ es el módulo de la corriente de rama en la fase q, para el tramo $i-1, i$

Los resultados son aplicados a las redes IEEE de 13, 34 y 123 nodos; suponiendo como medidas en tiempo real, flujos de potencia y tensiones resultantes de la aplicación de flujo de carga. Realizan además un análisis de sensibilidad basado en las localizaciones de los medidores, y su efecto sobre las variables de estado. La ventajas de la formulación son ganancia en los tiempos de cómputo, además de proveer resultados satisfactorios [15].

1.1.9. Singh y Pal

En [16] proponen la aplicación de tres estimadores para la resolución del problema, éstos son:

- Mínimos cuadrados ponderados
- Mínimos absolutos ponderados
- Estimador generalizado de Schweppe Huber

Los estimadores son aplicados a unas redes radiales de 12 y 95 nodos [16]. Seguidamente se efectúan comparaciones entre los diferentes residuos obtenidos. La contribución es que la única formulación aplicable a los sistemas de distribución, corresponde con el estimador mediante mínimos cuadrados, esto como consecuencia directa de las distribuciones normales probabilísticas de los errores obtenidos las simulaciones.

1.1.10. R. Singh

En [17] se propone modelar las pseudomedidas de las cargas por medio de descomposiciones mixtas gaussianas. Esto como consecuencia de que los histogramas de frecuencia para las cargas no son del tipo normal. Aplicando la descomposición se generan tres distribuciones normales clasificadas en tres niveles de carga, bajo, intermedio y máximo. En cada uno de éstos niveles se aplica un mínimo cuadrado ponderado tal que se obtengan las variables de estado estimadas.

En [18] se desarrolla un algoritmo para la ubicación de medidores en la red, el cual tiene por objetivo disminuir los límites de error relativo de las tensiones y ángulos estimados. Se demuestra que los errores en la tensión se encuentran altamente influenciados por las medidas en tiempo real, a diferencia de las pseudomedidas. Mediante simulación de Monte Carlo se generan y calculan los diferentes errores de los ángulos y las tensiones. También se realiza un análisis de la matriz de covarianzas en base a los términos de correlación pertenecientes a las medidas y su influencia sobre las tensiones y los ángulos estimados.

1.1.11. Dzafic

En [19] se aplica una metodología de reducción del sistema de distribución en áreas equivalentes. La formulación de la función objetivo, ecuaciones de potencias inyectadas, flujos de potencia y modelo de las líneas es en base a [3]y [12]. Cada una de estas áreas contiene la información de curvas de potencia de diferentes sub - áreas. La función objetivo del problema de optimización para la red reducida, se compone de las mediciones de corriente en tiempo real, y las pseudomediciones equivalentes de un modelo concentrado de carga (con valores provenientes de efectuar flujo de carga asumiendo como condición inicial de arranque pérdidas nulas) de las diferentes sub - áreas. Para su resolución se utilizan los multiplicadores de Lagrange.

En [20] se propone una metodología similar a la expuesta en [19], con la diferencia que el método de optimización se basa en algoritmo de Punto Interior, debido a la inclusión de unas restricciones de igualdad en las fronteras de las sub áreas equivalentes.

1.1.12. Karimi y Bakar

En [21] se describe la formulación clásica del problema de estimación de estado (basado en las ecuaciones de potencia), con la diferencia que las cargas no son modeladas como potencias constantes sino como funciones dependientes de manera cuadrática de la tensión.

1.1.13. Korres y Manousakis

En [22] se formula el algoritmo de EE introduciendo dentro las restricciones de la función objetivo, variables continuas que denotan el estado operativo de interruptores u otros dispositivos de conexión situados en la red. Estás restricciones de estado operacional

se denotan como [22]:

$$0 = s_{kl}(\delta_k - \delta_l) + e_{s_{\delta-kl}} \tag{1.20a}$$
$$0 = s_{kl}(V_k - V_l) + e_{s_{V-kl}} \tag{1.20b}$$
$$0 = (1 - s_{kl})P_{kl} \tag{1.20c}$$
$$0 = (1 - s_{kl})Q_{kl} \tag{1.20d}$$
$$s_{kl}^{assumed} = s_{kl} + e_{s_{kl}} \tag{1.20e}$$

Donde:

- s_{kl} es una variable continua que modela el estado de un interruptor situado entre los nodos k y l. Siendo l un nodo ficticio de interposición de un determinado tramo de línea.
- δ_k y δ_l son los ángulos en los nodos k y l
- V_k y V_l son los módulos de tensiones en los nodos k y l
- P_{kl} y Q_{kl} son los flujos de potencia activa y reactiva entre los nodos k y l
- $e_{s_{\delta-kl}}$ y $e_{s_{V-kl}}$ son errores aleatorios

La variable s_{kl} es continua y se encuentra en el rango $0 \leq s_{kl} \leq 1$. Cuando $s_{kl} = 0$ el estado operativo del interruptor es abierto y cuando $s_{kl} = 1$ es cerrado. Esta variable es indicativa de la incertidumbre de conexión del interruptor u otro equipo, dado que no es observable, y su inclusión dentro del problema de optimización permite estimar su estado operativo independientemente de la magnitud de los errores existentes en el vector de medidas [22].

1.1.14. Abdel y Braun

En [23] se resuelve el problema utilizando como medidas los reportes instantáneos de medidores inteligentes instalados en las redes de baja tensión. Dichos medidores proporcionan información referente a la potencia activa, reactiva, y la tensión. Las distribuciones

probabilísticas de los errores de los medidores inteligentes, se suponen del tipo normal e independiente. La resolución y planteamiento del problema es mediante mínimos cuadrados ponderados [2]. Por otro lado, los medidores inteligentes que se utilizan en las simulaciones poseen especificaciones referentes a sus clases, es decir A, B ó C; para los cuales se indican precisiones de medidas específicas.

1.1.15. Haughton y Heydt

En [24] proponen un algoritmo trifásico aplicado a redes de distribución con alta densidad de generadores distribuidos, dispositivos flexibles de transmisión de corriente alterna (FACTS), unidades sincrofasores y medidores inteligentes. El vector de medidas y pseudomedidas se escribe utilizando coordenadas rectangulares. El objetivo es minimizar una función de error cuadrática generada a partir de una operación Hermitiana de los residuos; es decir se transponen y conjugan a su vez las mediciones complejas en modalidad cartesiana. Seguidamente las ecuaciones son linealizadas por razones de tiempo de cómputo. La formulación es aplicable para sistemas trifásicos y en su equivalente de secuencia positiva.

1.1.16. Woolley y Milanovic

En [25] se propone una metodología para estimar y ubicar los desbalances de tensión por medio de un análisis estadístico y la aplicación de mínimos cuadrados generalizado, el cuál se diferencia del mínimo cuadrado ponderado en que la matriz de covarianza no es diagonal, sino que posee términos mutuos. La estructura del análisis estadístico consiste en hallar las correlaciones de medidas y pseudomedidas para un sistema de distribución. Las correlaciones de medidas y pseudomedidas se definen entre fases de una misma barra, y entre fases siendo de barras distintas.

La data utilizada para construir la matriz de covarianzas proviene de efectuar diferentes mediciones según los tipos de clientes conectados. Simulación de Monte Carlo es utilizada para la construcción de las diferentes distribuciones de probabilidades de variables estimadas y residuos. Esta propuesta fue exitosamente aplicada a un sector de la red del Reino Unido, demostrando ser potencialmente eficiente al poder estimar y localizar los factores de desbalance de tensión.

1.1.17. Baran M

En [26]se presenta un trabajo similar en base a [3] y [15] , con la diferencia que las variables de estado son la componente real e imaginaria de la corriente de rama. Énfasis se hace en la inclusión de medidas en tiempo real, provenientes de dispositivos automáticos de medición (AMR) para mejorar la precisión de las variables de estado estimadas.

1.1.18. De Oliveira

En [27] se resuelve el problema utilizando las ecuaciones expuestas en el artículo [1], e incorporando al vector de medidas las pseudomedidas de potencias activas y reactivas agregadas por punto de transformación, junto a los módulos de las tensiones y flujos de potencia en el circuito principal de la subestación.

1.2. Métodos Probabilísticos

De manera general éstos métodos resuelven el problema de EE modelando las cargas como variables aleatorias pertenecientes a a determinadas distribuciones de probabilidades. La teoría de variable aleatoria es aplicada de diferentes maneras en el problema de optimización:

1.2.1. Ke Li

En [28] se resuelve el problema utilizando una formulación trifásica, considerando como datos de entrada mediciones en tiempo real provenientes de la subestación, e información de los perfiles de carga en los clientes industriales, residenciales y comerciales, lo cual conduce a un modelo estocástico de la carga; condición para el cual se ejecuta el problema de optimización, basado en mínimos cuadrados ponderados, con fines de obtener las variables de estado caracterizadas por una esperanza y desviación estándar específicas.

Se plantea un análisis de correlación a través de la matriz de covarianzas (cuyo inverso es la matriz de pesos en la función objetivo), de tal forma que se estudie la desviación estándar de las variables de estado estimadas, en función de las variaciones que se efectúen

sobre los términos de correlación. Los resultados producidos (aplicados en una red de tres nodos [28]) indican que mientras mayor sean los coeficientes de correlación asignada entre determinados nodos con potencia inyectada, mayor será la desviación estándar asociada a sus variables de estado.

1.2.2. Ghosh y Lubkeman

En [29] se propone una metodología para la asignación de demanda por punto de transformación en tiempo real, utilizando como datos de entrada los históricos de energía de acuerdo a diferentes tipos de clientes, factores de comportamiento típico de esos clientes y la medición en el circuito principal de subestación. Los clientes se clasifican en residenciales, industriales y comerciales.

Las técnicas típicas de asignación de demanda, generadas a partir de la medición en el circuito principal son [29]:

- Factores de capacidad. Esta técnica se base en asignar la demanda en un punto de transformación, utilizando la medición en el circuito principal y un factor resultante de la relación de la capacidad instalada en dicho punto, con respecto al total de capacidades instaladas en todo el circuito. Su formulación es la siguiente [30]:

$$P_i = P_m\left(\frac{TC_i}{\sum_{i=1}^{N} TC_i}\right) \tag{1.21}$$

  Donde:

  - P_i es la potencia activa en el nodo i
  - P_m es la medición del flujo de potencia activa en el circuito principal
  - TC_i es la capacidad de transformación en el nodo i

- Uso de las energías facturadas. Técnica similar al factor de capacidad, con la diferencia que utiliza los consumos mensuales de energía por punto de transformación. Su formulación es la siguiente [30]:

$$P_i = P_m\left(\frac{ADC_i}{\sum_{i=1}^{N} ADC_i}\right) \tag{1.22}$$

  Donde:

- ADC_i es la potencia promedio en unidades de $\frac{\text{kWh}}{\text{da}}$

Sin embargo esta técnica requiere el conocimiento de la energía agregada por punto de transformación y la relación cliente - transformador

Con el objetivo de clasificar las demandas de acuerdo a intervalos horarios y tipos de clientes se propone la creación de factores de comportamiento [29]. Éstos provienen de estudios estadísticos, por medio de los históricos horarios de demanda de los diferentes tipos de clientes. Con éstos factores la asignación de demanda en correspondencia a un intervalo horario y tipo de cliente, la asignación de demanda se formula como [29]:

$$P_{i,j,t} = P_{m,t}\left(\frac{(E[LMF_{j,t}])(ADC_{i,j})}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{C}(E[LMF_{j,t}])(ADC_{i,j})}\right) \tag{1.23}$$

Donde:

- j representa el tipo de cliente o clase, es decir, residencial, comercial o industrial
- t representa la hora del día
- $E[LMF_{j,t}$ es el valor esperado del factor de comportamiento para una carga del tipo j en el intervalo t
- $ADC_{i,j}$ es la potencia promedio diaria en el nodo i para un cliente del tipo j

Dado que los factores de comportamiento de los tipos de clientes son valores esperados provenientes de estudios estadísticos, la técnica de asignación de demanda 1.23 se convierte en un producto estadístico también con valores esperados [29]. Para completar la ecuación 1.23, se agregan las pérdidas totales esperadas del circuito, es decir:

$$E[P_{i,j,t}] = (E[P_{m,t}] - E[P_{loss,m,t}])\left(\frac{(E[LMF_{j,t}])(ADC_{i,j})}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{C}(E[LMF_{j,t}])(ADC_{i,j})}\right) \tag{1.24}$$

Donde:

- $E[P_{loss,m,t}]$ representa las pérdidas esperadas el el circuito principal para un determinado intervalo de tiempo

Seguidamente una vez que se asigna la demanda por punto de transformación en el circuito de estudio, según la 1.24, se procede a ejecutar un flujo de carga, donde las ecuaciones de potencias inyectadas y flujos de potencia se formulan a partir de la teoría de variable aleatoria [29], sujeto a una corrección iterativa de las pérdidas hasta satisfacer una tolerancia.

En [29] se propone una metodología utilizando la teoría de variable aleatoria, la cual es aplicada a las ecuaciones de potencias inyectadas en función de las variables de estado.

Los modelos de la demanda agregada en los puntos de transformación obedecen a distribuciones distintas a la normal [29] . Las esperanzas y varianzas son calculadas para las variables de estado y para las potencias inyectadas nodales. En una primera fase mediante un algoritmo de flujo de carga basado en método de barrido, se calculan los valores esperados y en una segunda fase se calculan las varianzas, utilizando modelos lineales probabilísticos de las ecuaciones de potencias inyectadas nodales. Por último por medio de simulación de Monte Carlo se establecen comparaciones con los resultados obtenidos del algoritmo probabilístico propuesto.

1.2.3. Ravindra y Singh

En [31] se presenta el teoreama Bayesiano recursivo el cual es utilizado para obtener una topología y estado de la red, tras haber sido aplicado a un **banco** de modelos posibles. Los bancos son diferentes escenarios de operación de la red y allí surgen los diversos modelos. Esto motivado a que las únicas mediciones disponibles en tiempo real en las redes de distribución corresponden con los registros de la subestación, y por tanto diferentes dispositivos de seccionamiento y protección ubicados en la red, tienen un estado de operación desconocido, lo cual genera diferentes redes con configuraciones posibles [31].

Seguidamente se tendrán diversas topologías y variables de estado estimadas para diferentes contingencias u estados de operación de las redes (aplicando la formulación clásica de EE, basada en mínimos cuadrados ponderados). La principal contribución es, que con la aplicación del teorema de Bayes recursivo, los modelos que componen el banco vienen definidos por valores de probabilidades, por tanto el que tenga mayor probabilidad de ocurrencia corresponde con el modelo o red realista, y el que tenga menor probabilidad es rechazado [31].

1.2.4. Hu y Ku

En [32] se plantea resolver el problema utilizando un modelo de la red del tipo Bayesiano, es decir mediante una representación gráfica probabilística , en donde los nodos que la conforman representan variables aleatorias junto a sus dependencias (conexiones). El vector de medidas y las variables de estado son representadas como variables aleatorias. La red de distribución es por tanto una red probabilística. El método utilizado para estimar las variables de estado se denomina *Belief Propagation* ó también conocido como Algoritmo de Suma de Productos, la cual es una técnica basada en inferencia estadística. A continuación se presenta un gráfico en donde se establece la diferencia entre la metodología propuesta y la metodología clásica de estimación [32]:

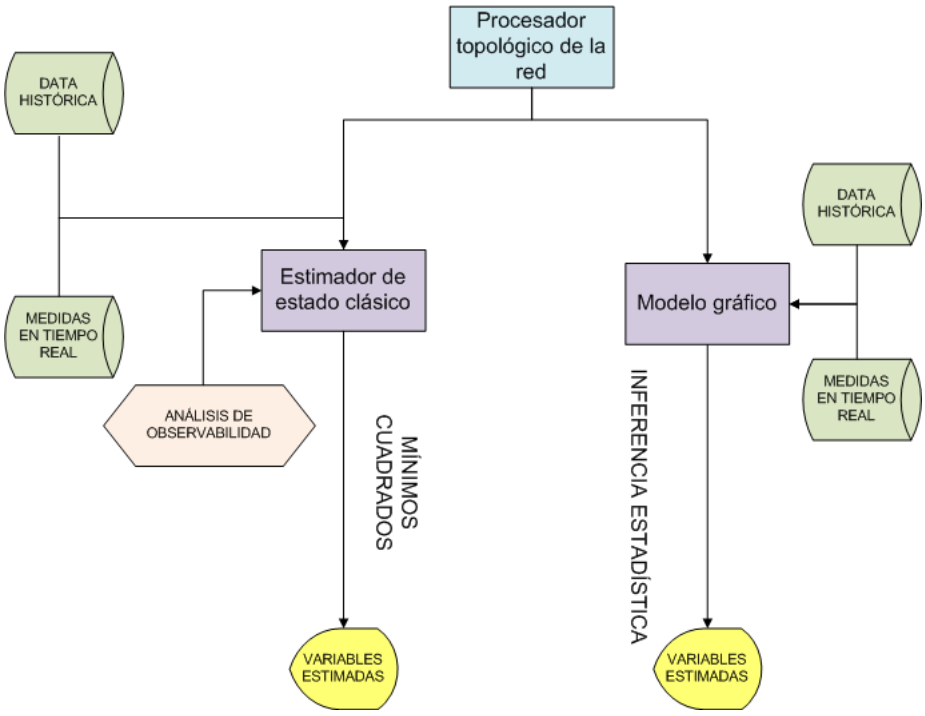

Figura 1.2. Comparación Bayesiano - Clásico

En el gráfico 1.2 se observa que luego que el procesador topológico de la red tiene el modelo de conectividad, el proceso que denota metodología de EE recibe el vector de mediciones compuesto por los registros históricos y las medidas en tiempo real, ejecuta el análisis de observabilidad y finalmente aplicando mínimos cuadrados se obtienen las variables de estado estimadas del sistema. En el caso de la metodología propuesta en [32], luego que el procesador topológico de la red tiene el modelo de conectividad y se tienen las diferentes medidas, mediante la formulación Bayesiana se crea el modelo probabilístico

de la red, y mediante inferencia estadística (*Belief Propagation*) se obtienen las variables de estado estimadas del sistema.

1.2.5. Pegoraro y Sulis

En [33] se caracteriza el problema de EE desde el punto de vista de confiabilidad y sensibilidad en las mediciones. Es decir, se efectúa un estudio referente a las variaciones de las variables de estado de la red, considerando sucesivas variaciones en cuanto a la precisión de los medidores (utilizando simulación de Monte Carlo). Con esta idea a su vez, los autores proponen la utilización de Programación Dinámica para localizar de manera óptima los medidores en su red de prueba. La formulación de estimación de estado se basa en un mínimo cuadrado ponderado.

1.3. Metodologías basadas en lógica difusa

Las metodologías basadas en teoría de conjuntos difusos tienen por finalidad manejar información dispersa, vaga, incompleta, ambigua, y con cierto grado de incertidumbre. Dada éstas características y la complejidad de los sistemas de distribución, diferentes autores han adoptado ésta teoría para resolver problemas relativos a la operación de las redes. En el tema de EE las contribuciones se presentan a continuación.

1.3.1. Miranda W

En [34] se expone una metodología de asignación de demanda utilizando los modelos de conjuntos difusos. Los números difusos representan información de las curvas de carga, facturación, ó algún sector de la red de la cual no se disponga de ninguna medición. Una vez que se construyen las funciones de membresía para cada nodo de la red, se aplica el algoritmo de EE Difuso basado en las ecuaciones de inyecciones y flujos de potencia, obteniéndose mediante esta resolución los valores cresta (más creíbles) de las variables de estado. Seguidamente mediante la aplicación de operaciones basadas en aritmética difusa se obtienen las desviaciones difusas de las variables de estado. Este trabajo a su vez, recoge contribuciones similares propias del autor en períodos anteriores; las referencias son [35], [36], [37] y [38]

1.3.2. Pereira

En la disertación doctoral [39], se resuelve el algoritmo utilizando mínimos cuadrados ponderados y atacando el problema de observabilidad mediante una asignación de demanda compuesta por el establecimiento de funciones de membresía a través de conjuntos difusos. Es decir, el vector de entrada al algoritmo se compone de mediciones en tiempo real y además de pseudomediciones compuestas por conjuntos aritméticos difusos. La propuesta considera que la información en los nodos de cargas es difusa, vaga o incompleta, sino que también introduce las mismas características, a la topología de la red y estado funcional de interruptores. Haciendo uso de la fusión entre Redes Neuronales y Sistemas de Inferencia Difusos, es decir lo que se conoce con el acrónimo en inglés como *ANFIS*, es decir *Adaptive neuro fuzzy inference system* se asignan los pesos de la función objetivo y se resuelve el problema de Estimación de Estado considerando incertidumbres en las potencias nodales inyectadas [34] y en la topología de la red.

En [40] se resuelve el problema utilizando conjuntos difusos para los modelos de las cargas, y la topología de la red. Mediante un modelo de inferencia difusa regido por las reglas de *Takagi Sugeno* se calculan los pesos de las medidas que conforman el vector de mediciones. Las incertidumbres en los estados de los interruptores son modelados como variables binarias. Finalmente mediante las descripciones metodológicas anteriores, se resuelve el problema de EE utilizando los métodos expuestos en [34]

1.3.3. Andrija

Un trabajo similar a [39], se presenta en [41], en el cual los nodos de carga y mediciones en tiempo real son modelados utilizando conjuntos trapezoidales difusos. La data a la cual se aplica el modelo difuso son las mediciones en el circuito principal de la subestación, corrientes de carga, energías y factores de potencia en los nodos de clientes. Adicionalmente en [41] también se presenta una metodología de flujo de carga basada en modelo difusos de las cargas.

1.4. Métodos Heurísticos

Las heurísticas son estrategias de solución basadas en el principio de prueba y error, empleadas para proporcionar soluciones a problemas complejos en tiempos relativamente aceptables [42]. La complejidad del problema proporciona la oportunidad de buscar la solución en múltiples espacios. Los objetivos de estas técnicas son encontrar una solución posiblemente óptima y de alta calidad para el problema. Entre los métodos heurísticos destacan principalmente

- Algoritmos genéticos y programación evolutiva
- Redes neuronales
- Simulación de enfriamiento
- Algoritmos de enjambres de partículas

1.4.1. Algoritmos genéticos y programación evolutiva

Los algoritmos genéticos (AG) son técnicas basadas en la evolución de Darwin y la selección natural de los sistemas biológicos [42]. Características como el entre cruzamiento, mutación, recombinación, adaptabilidad y fenotipo forman parte de la selección natural, y por tanto son factibles de tener su representación matemática. Éstos principios han sido utilizados para la resolución de problemas de optimización.

A continuación se muestran aportes en el área de EE utilizando AG.

1.4.1.1. Hossam y Abdallah

En la publicación [43] se plantea la resolución del problema mediante un estudio comparativo entre técnicas de optimización matemática (mínimos cuadrados ponderados) y algoritmos genéticos. La elaboración de dicho algoritmo, junto a su preliminar y su sintonización comprende:

- Selección con carácter aleatorio y abundante de una población de arranque

- Fijar la probabilidad de entre cruzamiento de los padres
- Ejecutar mutaciones de manera aleatoria (esto con el objetivo de sintonizar progresivamente el algoritmo de búsqueda) [44]
- Evaluación de la función objetivo

1.4.1.2. Nusrat

En [45] se propone la resolución del algoritmo de Estimación de Estado mediante una técnica heurística denominada Algoritmo de Evolución Diferencial. Está técnica de optimización tiene su base en los Algoritmos Genéticos. La aplicación del algoritmo a redes de distribución se hace dividiendo a los circuitos por zonas, en donde de manera paralela se ejecuta el algoritmo.

1.4.1.3. Kling

Los autores en [46] proponen un algoritmo de estimación de estado para redes de distribución no radiales y con alta presencia de generadores distribuidos, en las cuales se plantea una función objetivo dividida por áreas donde existan Sistemas Multi-Agentes que intercambien información referente a las mediciones de tensiones y ángulos en las cuales se localicen dichas fuentes de generación distribuida.

1.4.2. Optimización basada en Enjambres de Partículas

Los algoritmos de enjambres de partículas, a título amplio, son técnicas basadas en la inteligencia de los grupos o enjambres de aves, peces e inclusive humanos [42]. Los integrantes del enjambre arrancan una búsqueda en un determinado espacio, seguidamente evalúan su posición y transmiten esta información a los demás miembros del enjambre. Ésta técnica posee diferentes variantes y ha sido aplicada para la resolución de problemas de optimización. A continuación se presentan diferentes contribuciones aplicadas en el área de EE.

1.4.2.1. Fukuyama

En la publicación [47] se plantea una metodología por medio del algoritmo híbrido de enjambre de partículas (PSO). Este método, trabaja bajo la premisa de crear enjambres de partículas que sucesivamente y mediante técnicas de evolución buscan mejores posiciones. La función objetivo corresponde a un mínimo cuadrado ponderado.

1.4.2.2. Naka

En la publicación [48] se propone la utilización de algoritmos de enjambres de partículas (PSO) como resolución al problema. La función objetivo consiste en una formulación del tipo mínimos cuadrados, sujeto a restricciones que incluyen límites operacionales de generadores distribuidos, reguladores estáticos de tensión, así como también variables binarias indicativas de por ejemplo el estado de los interruptores.

1.4.2.3. Niknam

En el trabajo [49] se aplica el algoritmo de Colonias de Hormigas (ACS) como metodología de resolución del problema. Los pasos para la implementación del algoritmo son:

- Generación de manera aleatoria de la población de hormigas Maestras y su segregación de feromonas.
- Generar aleatoriamente la población de hormigas de una colonia
- Cálculo de las probabilidades de transición de las hormigas maestras y las que conforman cada colonia.
- Selección mediante el método de la ruleta, del ganador entre hormigas maestras y locales de cada colonia
- Ejecutar avances
- Chequeo de convergencia

1.4.2.4. Chilard y Devaux

En [50] se presenta una comparación entre la resolución del problema de mínimos cuadrados ponderados mediante la aplicación de un Newton y utilizando PSO. Resultados indican una mayor exactitud con el uso de método de Newton.

1.4.3. Redes Neuronales

Las redes neuronales son técnicas fundamentadas en el comportamiento de las neuronas del cerebro [51]. Las neuronas poseen diferentes conexiones (dendritas) a través de las cuales se transmite información con un cierto grado de importancia o peso. Las principales características de las redes neuronales son [52]:

- Aprendizaje: las neuronas tras recibir diferentes entradas, generan varias salidas lo cual constituye un aprendizaje
- Robustes: es decir, si alguna información de entrada a una neurona es errónea, éstas poseen la capacidad de ajustar una salida correcta
- Procesamiento paralelo: es la capacidad de producir salidas o resultados de manera paralela entre varias neuronas

Ésta técnica ha sido aplicada para resolver problemas de optimización. En cuanto a su aplicación para la resolución del problema de EE, a continuación se denotan los siguientes autores.

1.4.3.1. Manitsas y Singh

En la publicación [53] se utilizan las Redes Neuronales como metodología de optimización y entrenamiento de las pseudomedidas que conforman el vector de medidas del EE. La información de los perfiles de cargas, utilizados durante el entrenamiento, proviene de simulaciones de Monte Carlo, modelando las inyecciones de potencia como variables aleatorias. La distribución de errores durante la fase de aplicación de la red neuronal para el

modelo de las pseudomedidas no es Gaussiana, sino combinaciones mixtas de ellas. Finalmente por medio de estos patrones de errores normales mixtos se asignan los pesos de las pseudomedidas para la aplicación del algoritmo de Estimación de Estado

1.5. Otras contribuciones

En este apartado se presentan contribuciones del tipo cualitativas en cuanto a la gestión de los Estimadores de Estado, así como también otras técnicas de optimización propuestas para la resolución del problema.

1.5.1. Taylor

En [54] se expone un tratado general de integración de sistemas de medición inteligentes, modelos de carga y modelos de red hacia el Sistema de Gestión de Distribución, conocido con la siglas en inglés como *DMS*. En el marco funcional del *DMS*, se cataloga al Estimador de Estado como una aplicación directriz de otros protocolos para la operación segura y eficiente de la red de distribución.

1.5.2. De Alvaro Garcia

En [55] se expone una metodología de estimación en tiempo real basada en crear zonas para los circuitos de estudio, en las cuales el algoritmo se ejecute de manera paralela o serie; es decir, en el caso paralelo las diferentes zonas del circuito se ejecutan instantáneamente utilizando procesamiento paralelo, y en el caso serie las variables de salida provenientes de la ejecución del algoritmo en una zona, sirven de entrada para la ejecución del siguiente y así sucesivamente.

1.5.3. Ali Reza

En [56] se propone una metodología integral ó conjunta del problema, válida para los sistemas **EMS** y **DMS**, tomando en cuenta una filosofía de resolución del tipo *Maestro*

- *Esclavo*. El Maestro lo constituye la red de transmisión, y el Esclavo lo conforma la red de distribución (modelada en su equivalente trifásico). El problema de EE es resuelto instantáneamente en ambos sistemas eléctricos. La resolución se basa en un problema de mínimos cuadrados ponderados utilizando las restricciones de potencias inyectadas.

1.5.4. Dzafic

En [57] se propone una metodología basada en el esquema de operación *Maestro - Esclavo*, aplicable a redes de distribución, en la cual se crean sub redes donde por medio de computación distribuida, en cada una de ellas se aplica el algoritmo de EE utilizando un procesador independiente. Esto con el objetivo de obtener eficiencia en los tiempos de cómputo, lo cual es un requerimiento para los fines de supervisión y control en tiempo real. Este método tiene las siguientes características de operación [57]:

- Las sub redes son independientes unas con otras
- Los requerimientos de memoria se reducen como consecuencia de la división en diferentes sub redes
- Entre los cómputos de las sub redes no es necesario que exista sincronización conjunta
- La sincronización es necesaria una vez que todos los esclavos tengan que transmitir su data final al maestro

En [58] se presenta una metodología similar a [55], en donde la red es reducida por áreas con una carga equivalente, las cuales son utilizadas como pseudomedidas para el EE, con la diferencia que su ejecución posee un ajuste iterativo de cálculo de las pérdidas totales del circuito.

1.5.5. Singh R

En [59] se expone una metodología basada en la localización o asignación de medidas en diversos nodos de la red, utilizando Optimización Ordinal (un caso particular fundamentado en la optimización estocástica orientada a la selección de valores mejorados o

muy cercanos a los óptimos). Simulación de Monte Carlo en conjunto con el análisis de las matrices de covarianza son relevantes dentro del desarrollo de la investigación.

1.6. Tabla Resumen

A continuación se presenta una **tabla resumen** 1.1 y 1.2 en la cual se agrupan las contribuciones metodológicas en el área de EESDEE. Su contenido esquemático consiste en identificar al autor, modelo de medida utilizada (determinística, probabilística o difusa), técnica de resolución, es decir, programación no lineal basada en algoritmo de punto interior, aplicación de coeficientes de penalización, entre otras; y por último se incluye una columna en donde se destacan atributos específicos adicionales de dicha contribución.

Autor	Modelo de z			Método de Optimización / Técnica						T.M.P	
	Prob	D	F	MC	P.INT	NEW	LAG	PEN	OTRO		Otros atributos
Roytelman,1993, [9]		X								Pm,Vm,Im	Monofásico. Flujo de Carga. Tiempo real.
Baran, 1994, [3]		X				X				Pm,Vm,Im	Trifásico.MCP. Desacoplado.
Lu,1995, [10]		X				X				Pm,Vm,Im	Trifásico. MCP. Tiempo real
Baran,1995, [8]		X				X				Im	VE corrientes. MCP. Trifásico
Meliopoulos,1996, [11]		X				X				Vm,Im,Ang	MCP. Trifásico. Tiempor real
Lin-Teng,1996, [12]		X				X	X			Pm,Vm,Im	MCP. Trifásico. Tiempo real
Li,1996, [28]	X					X				Pm,Vm,Im	MCP. Trifásico. Covarianzas
Pereira, 1996, [35]			X			X				Pm,Vm,Im	MCP
Miranda, 1996, [36]			X							Pm,Vm,Im	MCP
Ghosh,1997, [29]	X			X						Pm,Vm,Im	Variable Aleatoria
Ghosh,1997, [30]	X			X						Pm,Vm,Im	Variable Aleatoria. Trifásico
Miranda, 1997, [37]			X			X				Pm,Vm,Im	MCP
Miranda, 1999, [38]			X			X				Pm,Vm,Im	MCP. Modelo de Interruptores
Miranda, 2000, [34]			X			X				Pm,Vm,Im	MCP
Pereira, 2001, [39]			X			X			ANFIS	Pm,Vm,Im	MCP
Fukuyama, 2001, [47]		X							PSO	Pm,Vm,Im	MCP
Andrija, 2003, [41]			X							Pm,Vm,Im	Funciones de membresía trapezoidales
Wan, 2003, [14]		X				X		X		Pm,Vm,Im	MCP. Trifásico
Naka, 2003, [48]		X							PSO	Pm,Vm,Im	MCP
Wang, 2004, [15]		X				X				Pm,Vm	MCP.Trifásico. Desacoplado. VE corrientes
Pereira, 2004, [40]			X							Pm,Vm,Im	MCP
Nikman, 2005, [49]		X							ACA	Pm,Vm,Im	MCP
Singh, 2008, [16]		X				X				Pm,Vm,Im	MCP.Mínimo absoluto ponderado.
Singh, 2009, [17]		X				X				Pm, Vm, Im	MCP. Gaussianas mixtas
Hossman, 2009, [43]		X							AG	Pm,Vm,Im	MCP
Ravindra, 2009, [18]		X		X		X				Pm,Vm,Im	MCP. Ubicación de Medidores.
Kling, 2010, [46]		X							AG	Pm,Vm,Im	MCP
Ravindra, 2010, [31]	X					X				Pm,Vm,Im	Teorema de Bayes Recursivo. MCP
Dzafic, 2011, [19]		X				X	X			Pm,Vm,Im	MCP. Trifásico. Sub - áreas

Tabla 1.1. Tabla Resumen - 1

Autor	Modelo de z			Método de Optimización / Técnica						T.M.P	
	Prob	D	F	MC	P.INT	NEW	LAG	PEN	OTRO		Otros atributos
Dzafic, 2011, [20]		X			X					Pm,Vm,Im	MCP. Trifásico. Sub - áreas
Nusrat, 2011, [45]		X							AG	Pm,Vm,Im	MCP
Taylor, 2011, [54]										Pm,Vm,Im	MCP.Redes Inteligentes
Leticia, 2011, [55]											Zonas. Procesamiento Paralelo
Ravindra, 2011, [59]		X		X						Pm,Vm,Im	Optimización Ordinal.
Hu, 2011, [32]	X								IE	Pm,Vm,Im, Ang	Modelo Bayesiano. Inferencia Estadística (IE)
Pegoraro, 2012, [33]	X			X		X				Pm,Vm,Im	MCP. Programación Dinámica
Karimi, 2012, [21]		X				X				Pm,Vm,Im	MCP. Modelo cuadráticos de las cargas
Korres, 2012, [22]		X				X				Pm,Vm,Im	MCP. Estado de Interuptores
Baran, 2012, [26]		X				X				Pm,Vm,Im	MCP. VE corrientes
Abdel, 2012, [23]		X				X				Pm,Vm,Im	MCP. Redes Inteligentes. Tiempo real
Haughton, 2012, [24]		X								Pm,Vm,Im,Ang	MCP. Redes Inteligentes. Tiempo real
Manitsas, 2012, [53]	X			X					NN	Pm, Vm, Im	MCP
I.Dzafic, 2012, [58]		X				X				Pm, Vm, Im	Computación Distribuida
Chilard, 2012, [50]						X			PSO	Pm, Vm, Im	MCP
Woolley, 2012, [25]		X	X			X				Pm, Vm, Im	Mínimo cuadrado generalizado. Trifásico
Rojas, 2012, [60]		X			X	X				Pm, Vm, Im, Wm	MCP. [1]. Demanda máx.
Ali Reza, 2013, [56]						X				Pm, Vm, Im	MCP. EMS/DMS
De Oliveira, 2013, [27]		X			X	X				Pm, Vm, Im	MCP. [1]

Tabla 1.2. Tabla Resumen - 2

CAPÍTULO II

METODOLOGÍA

En este capítulo se presenta la metodología para resolver el problema EESDED propuesto en esta tesis. La EE es un problema de optimización matemática conformado por una función objetivo y un conjunto de restricciones, el cual se denota de manera general como [61]:

$$\text{mín } f(\mathbf{x})$$

sujeto a

$$r(\mathbf{x}) = 0$$

La función objetivo $f(\mathbf{x})$ es el error cuadrático ponderado entre un vector de mediciones y su valor estimado como función de las variables de estado que componen el modelo de la red. Las restricciones $r(\mathbf{x}) = 0$ son un conjunto de ecuaciones fundamentadas en las Leyes de Kirchoff y/o ecuaciones de potencias nodal.

La escritura del problema de optimización se realiza para un planteamiento en secuencia positiva y trifásico. Seguidamente se realiza un análisis de observabilidad basado en explicar las dimensiones de los vectores de mediciones, inyecciones nulas y ecuaciones en función de las variables de estado concernientes al algoritmo propuesto y su comparación con la formulación del problema clásico expuesto por Baran [3] (para el modelo trifásico) y por Schweppe (para el modelo en secuencia positiva) en [2].

Una vez expuestos ambos equivalentes del problema de optimización, se desarrolla una metodología para efectuar un análisis de sensibilidad basada en técnica de Monte Carlo, el cual consiste en generar vectores de mediciones y pseudomediciones cuyas funciones de distribución de probabilidades son del tipo normal, siendo éstas múltiples entradas para

la evaluación estadística del algoritmo propuesto.

Este análisis tiene por objetivo validar las distribuciones de probabilidades de las variables de estado, las pérdidas de potencia, los flujos de potencia y las pseudomediciones de energías.

2.1. Caso de Secuencia Positiva

A continuación se presenta un diagrama de flujo, figura 2.1, en el cual se especifican los pasos para el desarrollo del algoritmo de EESDEE en su equivalente de secuencia positiva

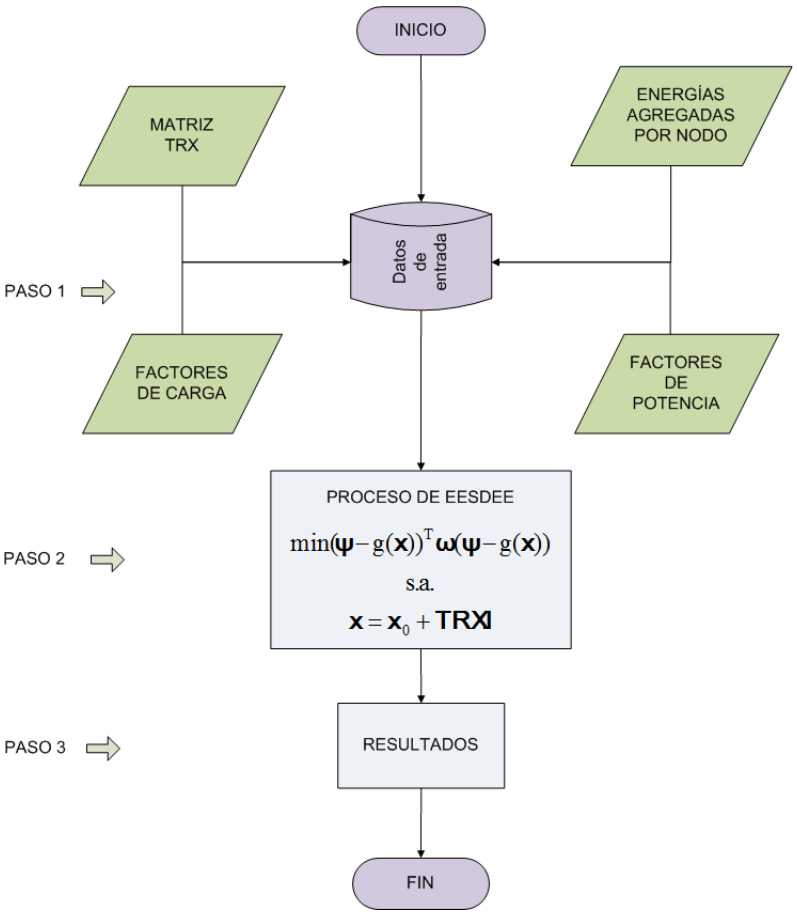

Figura 2.1. Metodología

Las variables expuestas en el diagrama anterior son las siguientes:

- ψ: es el vector de mediciones
- $\mathbf{x}$:son las variables de estado
- $\mathbf{x_0}$: Barra slack
- **TRX**: es la matriz de que relaciona conexión y parámetros [1]
- $g(\mathbf{x})$: es la función que relaciona las medidas con las variables de estado
- $\mathbf{I}$: es el vector de corrientes inyectadas
- ω: es la matriz de pesos

Los pasos estructurales que componen el algoritmo de EESDEE son los siguientes:

- Paso 1: Especificación de los datos de entrada para el algoritmo
- Paso 2: Planteamiento y descripción del problema de optimización
- Paso 3: Mediciones estimadas - resultados

A continuación se describe de manera detallada cada uno de los pasos que componen el diagrama en la figura 2.1.

2.1.1. Paso 1: Datos de Entrada al Algoritmo

El problema de EE propuesto en esta tesis en su equivalente de secuencia positiva requiere de los siguientes datos de entrada:

- La matriz de relación *conexión - impedancias* del circuito radial de distribución, es decir la matriz de números reales denominada **TRX** [1]
- Energía agregada en los nodos de carga o generación pertenecientes a la red, calculadas a partir de una condición de demanda máxima. Es decir:

$$W_i^m \ \forall \ i \ \in \ \text{nodos de carga o generación} \tag{2.1}$$

- Factores de potencia en condición de demanda máxima en los nodos donde exista potencia activa y reactiva inyectada. Es decir:

$$\cos \varphi_i{}^m \ \forall \ i \ \in \ \text{nodos de carga o generación} \tag{2.2}$$

ó también

$$fp_i{}^m \ \forall \ i \ \in \ \text{nodos de carga o generación} \tag{2.3}$$

- Factores de carga típicos en los nodos donde exista potencia activa y reactiva inyectada. Se tiene que:

$$Fc_i \ \forall \ i \ \in \ \text{nodos de carga o generación} \tag{2.4}$$

- Mediciones de tensiones línea neutro y corrientes de línea en el circuito principal ubicado en la subestación, ó en aquellos nodos con reconectadores o equipos de registro
- Identificación de nodos donde la potencia inyectada es nula
- Asignación de pesos a la matriz diagonal ω. En donde cada término de la diagonal se calcula como:

$$\omega_{ii} = \frac{1}{\sigma_{ii}{}^2} \tag{2.5}$$

El término $\sigma_{ii}{}^2$ es la varianza de la precisión de los equipos de medición

2.1.1.1. Construcción de la matriz TRX

La conformación de la matriz **TRX** requiere el conocimiento de las impedancias de secuencia positiva de tramos de línea **Z** (en su equivalente en por unidad), y la matriz de conectividad **T** correspondiente a un grafo radial [62]. En la ecuación 2.7 los términos R_{ij} y X_{ij} representan la resistencia y reactancia de secuencia positiva de la línea.

La matriz **Z** se expresa como:

$$\mathbf{Z} = \left[\ \overline{Z}_{01} \quad ... \quad \overline{Z}_{ij} \quad ... \quad \overline{Z}_{mn} \ \right] \tag{2.6}$$

donde,

$$\overline{Z}_{ij} = R_{ij} + jX_{ij} \quad i,j = 1,...,n \quad i \neq j \tag{2.7}$$

Este modelo no considera la inclusión de las admitancias nodales en derivación de las que se componen líneas aéreas y cables de distribución. La numeración expuesta en la ecuación 2.6 es estructurada de acuerdo a las especificaciones en la referencia [62].

La matriz **TRX** viene dada por la expresión:

$$\mathbf{TRX} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}^T\mathbf{RT} & -\mathbf{T}^T\mathbf{XT} \\ \mathbf{T}^T\mathbf{XT} & \mathbf{T}^T\mathbf{RT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Las matrices **R** y **X** se constituyen de los vectores reales e imaginarios que conforman las impedancias de línea en la matriz **Z**, y se expresan como:

$$\mathbf{R} = \Re e\{diag(\mathbf{Z})\}; \quad \mathbf{X} = Im\{diag(\mathbf{Z})\} \tag{2.9}$$

La metodología a través de la cual, se construye la matriz **TRX** se presenta en la referencia [1].

2.1.1.2. Energías Mensuales Facturadas como pseudomedidas

El consumo de energía mensual efectuado por los diferentes tipos de clientes en la red de distribución, se consideran las únicas mediciones eléctricas indicativas de los índices de carga de los transformadores asociados a dichos clientes. Con la información de las energías consumidas por el conjunto de clientes y despreciando las pérdidas en las acometidas de alimentación de baja tensión es posible obtener directamente la energía agregada por punto de transformación.

Con esta energía agregada , y el factor de carga (para un escenario de condición de demanda máxima) total en la acometida principal del transformador se puede proceder al cálculo de la potencia máxima nodal inyectada en el punto de transformación. Para el

cálculo del factor de carga se requiere conocer la curva de carga agregada en el punto de transformación, es decir de manera más específica, se necesitan todas las curvas de carga de los clientes en baja tensión (cargas pasivas), así como también las de fuentes activas o grupos de generadores distribuidos localizados en diferentes nodos de generación de la red. Sin embargo las curvas de carga características de cada tipo de cliente no son un dato del cual se tenga disponibilidad, sino lo son las energías mensuales y los factores de asignación que caracterizan a los diferentes tipos de clientes.

Los factores de carga nodales se calculan como [27]:

$$Fc_i{}^{720} = \frac{P_i^{prom}}{P_i{}^{max}} \tag{2.10}$$

Donde:

- $Fc_i{}^{720}$ es el factor de carga nodal calculado con la información de una curva de carga mensual es decir 720 h
- P_i^{prom} es la potencia activa promedio inyectada durante un mes (720 h) para una curva de carga
- $P_i{}^{max}$ es la potencia activa máxima inyectada de una curva de carga

A título vectorial, la notación a utilizar para los factores de carga es:

$$\mathbf{Fc^{720}} = \left[\begin{array}{ccccccc} Fc_1{}^{720} & \ldots & Fc_i{}^{720} & \ldots & Fc_n{}^{720} \end{array} \right] \tag{2.11}$$

Por tanto, conociendo las potencias máximas $P_i{}^{max}$ inyectadas en aquellos nodos de carga o generación se procede a calcular las energías inyectadas agregadas:

$$W_i{}^m = Tmax_i \cdot P_i{}^{max} \tag{2.12}$$

En donde a su vez:

$$Tmax_i = 720 \cdot Fc_i{}^{720} \tag{2.13}$$

Siendo

$Tmax_i$ el tiempo máximo de una curva carga nodal en la ecuación 2.13

Por tanto, el vector de pseudomediciones de energías nodales inyectadas se escribe de la siguiente manera:

$$\mathbf{W^m} = \left[\begin{array}{ccccccc} {W_1}^m & ... & {W_i}^m & ... & {W_n}^m \end{array} \right] \tag{2.14}$$

2.1.1.3. Mediciones en el Circuito Principal de la Subestación y Reconectadores

Se dispone de un registro de las medidas de tensión y corriente realizados por los dispositivos de protección instalados en la subestación, así como también de los reconectadores ubicados en diferentes tramos de línea de la red. Dichas mediciones expresadas a título vectorial, se presentan como:

$$|\mathbf{V^m}| = \left[\begin{array}{ccccccc} |{V_0}^m| & ... & |{V_i}^m| & ... & |{V_n}^m| \end{array} \right] \tag{2.15}$$

$$|\mathbf{J^m}| = \left[\begin{array}{ccccccc} |{J_{01}}^m| & ... & |{J_{ij}}^m| & ... & |{J_{n(n-1)}}^m| \end{array} \right] \tag{2.16}$$

Donde:

- $|\mathbf{V^m}|$ el vector de medidas de tensión nodal en condición de demanda máxima
- $|\mathbf{J^m}|$ el vector de medidas de corrientes de ramal en condición de demanda máxima

En el circuito principal, se dispone además del factor de potencia del circuito principal de la subestación. Es decir:

$$fp_{01}{}^{m} = \cos(\arctan(\frac{Q_{01}{}^{m}}{P_{01}{}^{m}})) \tag{2.17}$$

ó también:

$$fp_{01}{}^{m} = \cos(\arctan(\frac{\overline{V_0}^{m}}{\overline{J_{01}}^{m}})) \tag{2.18}$$

En donde:

- $Q_{01}{}^{m}$ es el flujo de potencia reactiva en condición de demanda máxima registrado en el circuito principal
- $P_{01}{}^{m}$ es el flujo de potencia activa en condición de demanda máxima registrado en el circuito principal
- $\overline{V_0}^{m}$ es la tensión en la barra slack (nodo 0) en condición de demanda máxima
- $\overline{J_{01}}^{m}$ es la corriente de rama en el circuito principal en condición de demanda máxima

2.1.1.4. Factores de Potencia Nodales

Se calculan los factores de potencia en base a los valores de demanda máxima agregada para los nodos de la red en los cuales se disponga de la relación cliente transformador. Su cálculo nodal se especifica como:

$$\cos(\varphi_i{}^{m}) = \cos(\arctan(\frac{Q_i{}^{max}}{P_i{}^{max}})) \tag{2.19}$$

ó también:

$$fp_i{}^{m} = \cos(\arctan(\frac{Q_i{}^{max}}{P_i{}^{max}})) \tag{2.20}$$

La notación vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{fp^m} = \left[\begin{array}{cccccc} {fp_1}^m & ... & {fp_i}^m & ... & {fp_n}^m \end{array} \right] \tag{2.21}$$

La potencia reactiva inyectada está relacionada directamente (por medio del triángulo de potencias), con el factor de potencia típico de los diferentes tipos de clientes, para lo cual se requiere desde un principio en realizar jornadas de medición de parámetros eléctricos, de manera que se tenga conocimiento del mismo y así poder conocer la potencia reactiva inyectada agregada por punto de transformación.

2.1.1.5. Matriz de pesos $[\omega]$

La matriz de pesos $[\omega]$ es del tipo diagonal. Cada uno de sus términos representan los inversos de los cuadrados de las varianzas de las mediciones directas y pseudomediciones. Las mediciones directas representan los equipos con reporte en tiempo real al sistema SCADA, es decir los pertenecientes al circuito principal y los reconectadores ubicados en diferentes tramos de la red. Las pseudomediciones corresponden a los registros de energía inyectada agregada para cada nodo de carga de la red. Los pesos de las mediciones directas poseen una mayor ponderación con respecto a los asociados a las pseudomedidas. Su escritura es la siguiente:

$$[\omega] = diag\{\frac{1}{({\sigma_{|V|}}^m)^2} ... \frac{1}{({\sigma_{|J|}}^m)^2} ... \frac{1}{({\sigma_W}^m)^2} ... \frac{1}{({\sigma_{fp}}^m)^2}\} \tag{2.22}$$

Siendo:

- $({\sigma_{|Vi|}}^m)^2$ la varianza de las medidas de tensión nodales
- $({\sigma_{|Jij|}}^m)^2$ la varianza de las medidas de corrientes de rama
- $({\sigma_{Wi}}^m)^2$ la varianza de las pseudomedidas de energía nodal inyectada
- ${\sigma_{fp}}^m)^2$ la varianza de los factores de potencia nodales

2.1.1.6. Identificación de los Nodos con Potencias Nulas

Se identifican los nodos de la red con potencias inyectadas nulas. Para ello la notación a emplear es la siguiente:

$$\zeta = [\zeta_1 ... \zeta_i ... \zeta_n] \quad \forall \text{ i } \in \ S_i^{nulas} \tag{2.23}$$

2.1.2. Paso 2: Problema de Optimización

En este Paso se plantea el problema de optimización y se describe de manera detallada cada uno de sus componentes. Es decir, se explican los términos que componen la función de costo y los pertenecientes a las restricciones del problema.

La función objetivo del problema de EESDE consiste en minimizar el error cuadrático ponderado entre un vector de mediciones ψ y una función $g(\mathbf{x})$ que relaciona las medidas con las variables de estado $\mathbf{x}$ del problema. Las restricciones componen el modelo de la red en función de las variables de estado y su formulación constituye directamente las ecuaciones de las Leyes de Kirchoff escritas de forma matricial.

La función objetivo junto a sus restricciones, ambas escritas de manera matricial se exponen a continuación:

$$\text{mín} \, \frac{1}{2} \left(\psi - g(\mathbf{x})\right)^T \omega \left(\psi - g(\mathbf{x})\right) \tag{2.24}$$

sujeto a:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V_x} \\ \mathbf{V_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V_{x-0}} \\ \mathbf{V_{y-0}} \end{bmatrix} + \mathbf{TRX} \begin{bmatrix} \mathbf{I_x} \\ \mathbf{I_y} \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

$$\mathbf{J_x} = -\mathbf{T} \cdot \mathbf{I_x} \tag{2.26}$$

$$\mathbf{J_y} = -\mathbf{T} \cdot \mathbf{I_y} \tag{2.27}$$

$$|V_0| = \sqrt{{V_{x-0}}^2 + {V_{y-0}}^2} \tag{2.28}$$

En donde

- ψ: Es el vector de mediciones
- $\mathbf{x}$: Es el conjunto de variables de estado
- $g(\mathbf{x})$: Es una función que relaciona las variables medidas con las variables de estado
- ω: Es una matriz diagonal de pesos
- $\mathbf{V_x}$: Es el vector de variables de estado en su componente real. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{V_x} = [V_{x-1}...V_{x-i}...V_{x-n}] \tag{2.29}$$

- $\mathbf{V_y}$: Es el vector de variables de estado en su componente en cuadratura. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{V_y} = [V_{y-1}...V_{y-i}...V_{y-n}] \tag{2.30}$$

- $\mathbf{V_{x-0}}$: Es un vector representativo de la componente real de la barra slack
- $\mathbf{V_{y-0}}$: Es un vector representativo de la componente en cuadratura de la barra slack
- $|V_0|$: Es el módulo de la tensión en la barra slack
- $\mathbf{I_x}$: Es el vector de corrientes inyectadas nodales en su componente real. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{I_x} = [I_{x-1}...I_{x-i}...I_{x-n}] \tag{2.31}$$

- $\mathbf{I_y}$: Es el vector de corrientes inyectadas nodales en su componente en cuadratura. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{I_y} = [I_{y-1}...I_{y-i}...I_{y-n}] \tag{2.32}$$

- $\mathbf{J_x}$: Es el vector de corrientes de rama en su componente real. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{J_x} = \left[J_{x-01}...J_{x-ij}...J_{x-n(n-1)}\right] \tag{2.33}$$

- $\mathbf{J_y}$: Es el vector de corrientes de rama en su componente en cuadratura. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{J_y} = \left[J_{y-01}...J_{y-ij}...J_{y-n(n-1)}\right] \tag{2.34}$$

A continuación se explica de manera detallada los vectores y matrices nombrados anteriormente.

2.1.2.1. Vector de Mediciones ψ

El conjunto de mediciones y pseudomediciones que conforman el vector de medidas ψ de entrada para el algoritmo de EESDEE se define como:

$$\psi = \left[\begin{array}{ccccc} |\mathbf{V^m}| & |\mathbf{J^m}| & {fp_{01}}^m & \mathbf{W^m} & \mathbf{fp^m} \end{array}\right] \tag{2.35}$$

En donde:

- $|\mathbf{V^m}|$ corresponde al vector de módulos de registros de tensión obtenido en la ecuación 2.15
- $|\mathbf{J^m}|$ corresponde al vector de corrientes de rama obtenido en la ecuación 2.16
- ${fp_{01}}^m$ corresponde al factor de potencia del circuito, registrado en la subestación obtenido en la ecuación 2.17 ó 2.18
- $\mathbf{W^m}$ corresponde al vector que contiene las pseudomedidas de energías mensuales agregadas por punto de transformación obtenidas en la ecuación 2.14
- $\mathbf{fp^m}$ corresponde al vector que contiene los factores de potencia en los nodos de la red según como se especifica en la ecuación 2.21

2.1.2.2. Vector de Variables de Estado x

Las variables de estado del sistema se definen como:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} V_{x-0} & V_{y-0} & \mathbf{V_x} & \mathbf{V_y} \end{bmatrix}^T \tag{2.36}$$

Donde:

- V_{x-0} corresponde a la tensión en el eje real perteneciente a la barra *slack*
- V_{y-0} corresponde a la tensión en el eje en cuadratura perteneciente a la barra *slack*
- $\mathbf{V_x}$ es el vector que contiene las tensiones en el eje real para los nodos de la red, con excepción de la componente real de la barra *slack*
- $\mathbf{V_x}$ es el vector que contiene las tensiones en el eje real para los nodos de la red, con excepción de la componente en cuadratura de la barra *slack*

El vector V_{y-0} tiene por valor cero, debido a que corresponde a la referencia vectorial del circuito. Por tanto:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} V_{x-0} & \mathbf{V_x} & \mathbf{V_y} \end{bmatrix}^T \tag{2.37}$$

2.1.2.3. Mediciones Estimadas $g(\mathbf{x})$

El vector de medidas estimadas, denotado como $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, en función de las variables de estado se define como:

$$g(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} |\mathbf{V}| & |\mathbf{J}| & fp_{01} & \mathbf{W} & \mathbf{fp} \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

En donde:

- $|\mathbf{V}|$: Es el vector que representa los módulos de las variables de estado estimadas
- $|\mathbf{J}|$: Es el vector que representa los módulos de las corrientes de rama estimadas
- fp_{01}: Es el factor de potencia estimado en el circuito principal
- **W**:Es el vector de las energías (inyectadas) estimadas nodales
- **fp**:Es el vector de los factores de potencia estimados nodales

2.1.2.4. Función Objetivo

La función objetivo consiste en miminizar el error cuadrático ponderado entre un vector de mediciones ψ y la función $g(\mathbf{x})$. Su escritura es de la siguiente manera:

$$\text{mín}\,\frac{1}{2}(\psi - g(\mathbf{x}))^T\omega(\psi - g(\mathbf{x})) \tag{2.39}$$

$$\mathbf{e} = \psi - g(\mathbf{x}) \tag{2.40}$$

Donde:
e es el error entre las medidas y el valor estimado

Por tanto la función objetivo también se puede expresar como:

$$\text{mín}\,\frac{1}{2}\mathbf{e}^T\omega\mathbf{e} \tag{2.41}$$

2.1.2.5. Restricciones

Las restricciones del problema de optimización son las ecuaciones matriciales 2.25 y 2.26. La ecuación matricial 2.25 (cuyo desarrollo se encuentra en la referencia [1]) contiene a los vectores de las variables de estado $\mathbf{V_x}$, $\mathbf{V_y}$ y $\mathbf{V_{x-0}}$ (según la ecuación 2.37) como función de los vectores de corrientes inyectadas $\mathbf{I_x}$ e $\mathbf{I_y}$.

Las corrientes inyectadas en función de las variables de estado y de las potencias inyectadas se escriben como:

$$I_{x-i} = \frac{P_i V_{x-i} + Q_i V_{y-i}}{(V_{x-i})^2 + (V_{y-i})^2} \quad i = 1, ..., n \tag{2.42}$$

$$I_{y-i} = \frac{-Q_i V_{x-i} + P_i V_{y-i}}{(V_{x-i})^2 + (V_{y-i})^2} \quad i = 1, ..., n \tag{2.43}$$

Las potencias activas y reactivas inyectadas nodales, en función de la energía W_i, el factor de carga ${Fc_i}^{720}$ y factor de potencia de la carga fp_i, se expresan como:

$$P_i = -\frac{W_i}{720 \cdot {Fc_i}^{720}} \quad i = 1, ..., n \tag{2.44}$$

$$Q_i = -\frac{W_i}{720 \cdot {Fc_i}^{720}} \cdot \tan(\arccos(fp_i)) \quad i = 1, ..., n \tag{2.45}$$

Por tanto las corrientes inyectadas en su componente real y en cuadratura se expresan de la siguiente manera:

$$I_{x-i} = W_i \frac{V_{x-i} + V_{y-i} \tan(\arccos(fp_i))}{720 {Fc_i}^{720} ({V_{x-i}}^2 + {V_{y-i}}^2)} \quad i = 1, ..., n \tag{2.46}$$

$$I_{y-i} = W_i \frac{-V_{x-i} \tan(\arccos(fp_i)) + V_{y-i}}{{Fc_i}^{720} {V_{x-i}}^2 + {V_{y-i}}^2} \quad i = 1, ..., n \tag{2.47}$$

2.1.3. Paso 3: Resultados del Algoritmo

Los resultados obtenidos por el algoritmo corresponden con los valores estimados pertenecientes al vector $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ expresado en la ecuación 2.38. Los tensiones estimadas $\mathbf{V_x}$ y $\mathbf{V_y}$ se denotan de la siguiente manera:

$$|V_i| = \sqrt{(V_{x-i})^2 + (V_{y-i})^2} \tag{2.48}$$

Los ángulos estimados se expresan como:

$$\theta_i = \arctan(\frac{V_{y-i}}{V_{x-i}}) \tag{2.49}$$

Los módulos de las corrientes de rama estimadas **J** se calculan como:

$$|J_{ij}| = \sqrt{(J_{x-ij})^2 + (J_{y-ij})^2} \tag{2.50}$$

A su vez las componentes J_{x-ij} y J_{y-ij} en función de las variables de estado estimadas V_{x-i} y V_{y-i} se expresan como:

$$J_{x-ij} = \frac{R_{ij}}{{R_{ij}}^2 + {X_{ij}}^2}(V_{x-i} - V_{x-j}) + \frac{X_{ij}}{{R_{ij}}^2 + {X_{ij}}^2}(V_{y-i} - V_{y-j}) \tag{2.51}$$

$$J_{y-ij} = -\frac{R_{ij}}{{R_{ij}}^2 + {X_{ij}}^2}(V_{x-i} - V_{x-j}) + \frac{R_{ij}}{{R_{ij}}^2 + {X_{ij}}^2}(V_{y-i} - V_{y-j}) \tag{2.52}$$

El factor de potencia estimado en el circuito principal se calcula como:

$$fp_{01} = \frac{V_{x-0}J_{x-01} + V_{y-0}J_{y-01}}{\sqrt{(V_{x-0}J_{x-01} + V_{y-0}J_{y-01})^2 + (V_{y-0}J_{x-01} - V_{x-0}J_{y-01})^2}} \tag{2.53}$$

Las energías estimadas se calculan como:

$$W_i = Tmax_i \cdot (V_{x-i} \cdot I_{x-i} + V_{y-i} \cdot I_{y-i}) \tag{2.54}$$

ó también:

$$W_i = 720 \cdot {Fc_i}^{720} \cdot (V_{x-i} \cdot I_{x-i} + V_{y-i} \cdot I_{y-i}) \tag{2.55}$$

Los factores de potencia nodales estimados se calculan de la siguiente manera:

$$fp_i = \frac{V_{x-i}I_{x-i} + V_{y-i}I_{y-i}}{\sqrt{(V_{x-i}I_{x-i} + V_{y-i}I_{y-i})^2 + (V_{y-i}I_{x-i} - V_{x-i}I_{y-i})^2}} \tag{2.56}$$

2.2. Análisis Genérico de Observabilidad

A continuación se presenta un análisis comparativo de observabilidad, entre la formulación del problema de estimación estado a partir las ecuaciones de flujos e inyecciones de potencia (método clásico [2]) y con la metodología propuesta en esta tesis.

2.2.1. Método Clásico

En la metodología de EE propuesta por el autor Schweppe [2] , el número total de ecuaciones no lineales para resolver el problema de optimización (dimensión de la restricción $\mathbf{h}(\mathbf{x})$), coincide con la dimensión del vector de mediciones; es decir:

$$\mathfrak{dim}(\mathbf{z}) \;=\; \mathfrak{dim}(\mathbf{h}(\mathbf{x})) \tag{2.57}$$

En donde la función $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ constituye un sistema de ecuaciones no lineales, compuestas por el número de medidas de potencias activas y reactivas inyectadas, medidas de flujos de potencia y medidas de módulos de tensiones. A su vez, cada una de estas ecuaciones son función directamente de las variables de estado. Las inyecciones de potencia nulas, ó medidas virtuales nulas (las cuales predominan en los sistemas de distribución como consecuencia de su característica topológica radial) se encuentran dentro de la función $\mathbf{h}(\mathbf{x})$. Como condición de observabilidad se debe verificar que el número de ecuaciones en $\mathbf{h}(\mathbf{x})$, sea mayor o igual a número de variables de estado $\mathbf{x}$; es decir:

$$\mathfrak{dim}(\mathbf{h}(\mathbf{x})) \;\geq\; \mathfrak{dim}(\mathbf{x}) \tag{2.58}$$

2.2.2. Método de Estimación de Estado propuesto en esta Tesis

En la metodología propuesta en esta tesis, la dimensión del vector de medidas ψ, no es directamente igual a la dimensión de las ecuaciones que conforman las restricciones del problema de optimización. En este contecto se debe verificar que:

Como condición de observabilidad se debe cumplir que la dimensión del vector de mediciones ψ junto a la dimensión del vector de inyecciones nulas ζ sea mayor o igual al número de variables de estado $\mathbf{x}$

Es decir que como condición de observabilidad se debe cumplir:

$$\mathfrak{dim}(\psi) + \mathfrak{dim}(\zeta) \quad \geq \quad \mathfrak{dim}(\mathbf{x}) \tag{2.59}$$

El vector de mediciones viene conformado por:

$$\psi = \left[\begin{array}{ccccc} |\mathbf{V^m}| & |\mathbf{J^m}| & {fp_{01}}^m & \mathbf{W^m} & \mathbf{fp^m} \end{array} \right] \tag{2.60}$$

Sin embargo este vector no se compone (a diferencia de $\mathbf{z}$ con la formulación clásica) de los términos de inyecciones de energías nulas, sino que éstas se encuentran directamente contenidas dentro de los sistemas de ecuaciones para las variables de estado $\mathbf{V_x}$ y $\mathbf{V_y}$. Por tanto con la inclusión del vector ζ se satisface la condición de observabilidad 2.59 y se tiene la suficiente redundancia para la resolución del problema de EE basado en la teoría de mínimos cuadrados ponderados

2.2.3. Análisis de observabilidad para un ejemplo de tres nodos

Para una red de tres nodos como la que se muestra en la figura 2.2 el vector de medidas ψ, y el vector de inyecciones de potencias nulas ζ, según la metodología propuesta se escribe como:

$$\psi \quad = \quad [|{V_0}^m| \; |{J_{01}}^m| \; {fp_{01}}^m \; {W_2}^m \; {fp_2}^m] \tag{2.61}$$

$$\zeta \;=\; [{W_1}^m \; {fp_1}^m] \tag{2.62}$$

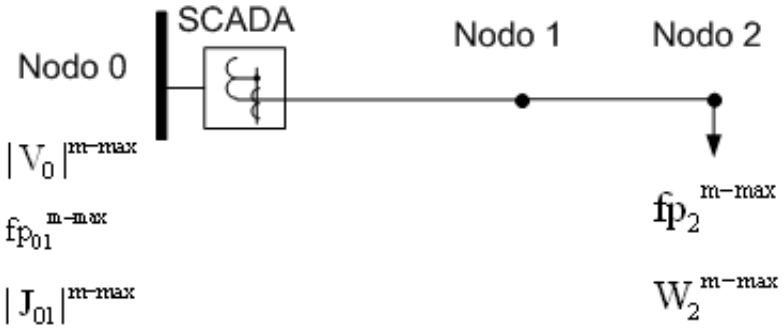

Figura 2.2. Red de 3 nodos

Las variables de estado del problema son:

$$\mathbf{V_x} \;=\; \begin{bmatrix} V_{x-0} \\ V_{x-1} \\ V_{x-2} \end{bmatrix} \tag{2.63}$$

$$\mathbf{V_y} \;=\; \begin{bmatrix} V_{y-1} \\ V_{y-2} \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

Por tanto:

$$\mathfrak{dim}(\mathbf{x}) = 5 \tag{2.65}$$

Se cumple según la metodología de EE propuesta que:

$$\mathfrak{dim}(\psi) + \mathfrak{dim}(\zeta) = 7 \geq \; \mathfrak{dim}(\mathbf{x}) = 5 \tag{2.66}$$

Comparando con la metodología clásica expuesta en [2], el vector de mediciones **z**, para la red en la figura 2.3 poseen la siguiente formulación:

$$\mathbf{z} \;=\; [|V_0{}^m|\; P_{01}{}^m\; Q_{01}{}^m\; P_1{}^m\; Q_1{}^m\; P_2{}^m\; Q_2{}^m] \tag{2.67}$$

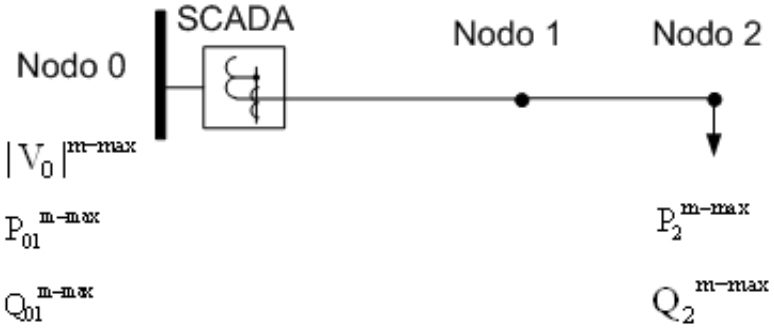

Figura 2.3. Red de 3 nodos - método clásico

Por tanto para el vector 2.67 se cumple:

$$\mathfrak{dim}(\mathbf{z}) = \mathfrak{dim}(\mathfrak{h}(\mathbf{x})) = 7 \tag{2.68}$$

Con este análisis aplicado a una red de tres nodos, se demuestra que las dimensiones de las restricciones $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ en ambas formulaciones del problema de optimización cumplen la condición de observabilidad representadas en 2.59 y 2.58 respectivamente.

2.3. Caso Trifásico

A continuación se presentan los pasos para el establecimiento del algoritmo de EESDEE en su equivalente trifásico según el esquema representado en el diagrama 2.4

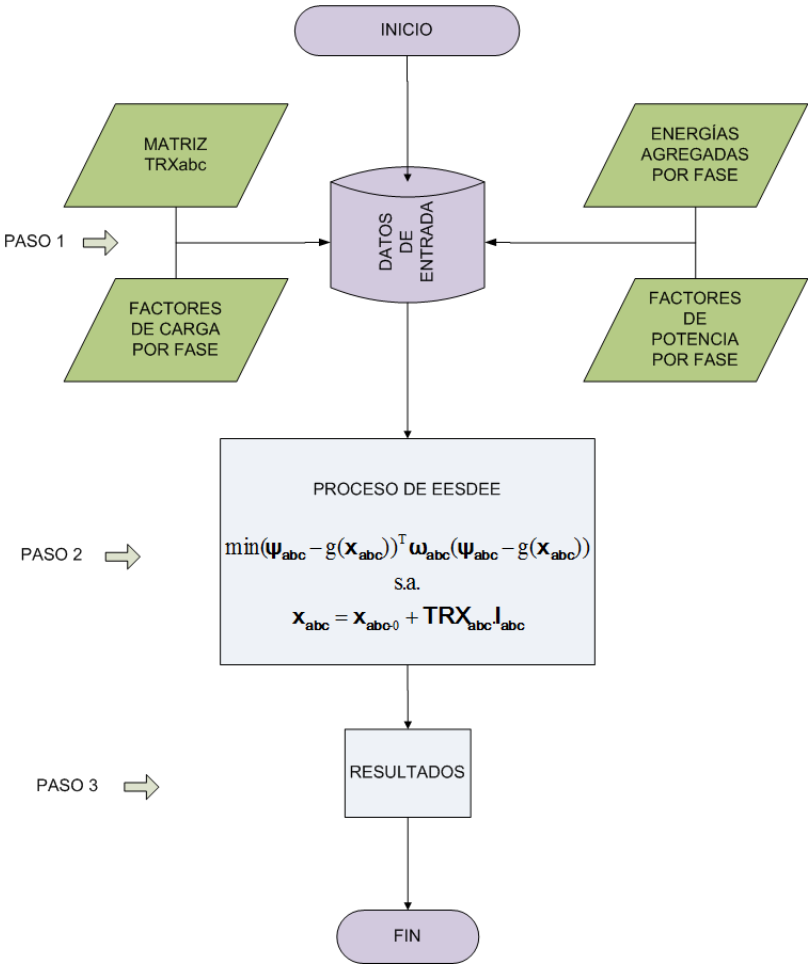

Figura 2.4. Metodología - algoritmo trifásico

En donde:

- ψ_{abc}: es el vector de mediciones para el algoritmo trifásico
- $\mathbf{x_{abc}}$: es el vector de variables de estado trifásicas
- $\mathbf{x_{abc-0}}$: es la barra *slack* trifásica
- $\mathbf{TRX_{abc}}$: es la matriz de que relaciona conexión y parámetros [1]
- $g(\mathbf{x_{abc}})$: es la función que relaciona las medidas con las variables de estado
- $\mathbf{I_{abc}}$: es el vector de corrientes inyectadas trifásicas
- $\omega_{\mathbf{abc}}$: es la matriz de pesos trifásica

Los pasos para el desarrollo del algoritmo de EESDEE en su equivalente trifásico son los siguientes:

- Paso 1: Especificación de los datos de entrada para el algoritmo
- Paso 2: Planteamiento y descripción del problema de optimización
- Paso 3: Mediciones estimadas - resultados

A continuación se describe de manera detallada cada uno de los pasos que componen el algoritmo en la figura 2.4.

2.3.1. Paso1: Datos de entrada al Algoritmo

El problema de EE propuesto en esta tesis en su equivalente trifásico requiere de los siguientes datos de entrada:

- La matriz de relación *conexión - impedancias* del circuito radial de distribución, es decir la matriz de números reales denominada $\mathbf{TRX_{abc}}$ [1]
- Energía agregada por fase en los nodos de carga o generación pertenecientes a la red, calculadas a partir de una condición de demanda máxima. Es decir:

$$W_{f-i}{}^{m} \; \forall \; i \; \in \; \text{nodos de carga o generación y } f = a, b, c \tag{2.69}$$

- Factores de potencia por fase en condición de demanda máxima en los nodos donde exista potencia activa y reactiva inyectada. Es decir:

$$\cos \varphi_{f-i}{}^{m} \; \forall \; i \; \in \; \text{nodos de carga o generación y } f = a, b, c \tag{2.70}$$

ó también

$$fp_{f-i}{}^{m} \; \forall \; i \; \in \; \text{nodos de carga o generación y } f = a, b, c \tag{2.71}$$

- Factores de carga típicos por fase en los nodos donde exista potencia activa y reactiva inyectada. Se tiene que:

$$Fc_{f-i} \; \forall \; i \; \in \; \text{nodos de carga o generación y } f = a, b, c \tag{2.72}$$

- Mediciones de tensiones línea neutro y corrientes de línea trifásicas en el circuito principal ubicado en la subestación, ó en aquellos nodos con reconectadores o equipos de registro
- Identificación de nodos donde la potencia inyectada trifásica es nula
- Asignación de pesos a la matriz diagonal $\omega_{\mathbf{abc}}$. En donde cada término de la diagonal se calcula como:

$$\omega_{f-ii} = \frac{1}{{\sigma_{f-ii}}^2} \quad f = a, b, c \tag{2.73}$$

  El término ${\sigma_{f-ii}}^2$ es la varianza de la precisión de los equipos de medición

2.3.1.1. Matriz $\mathbf{TRX_{abc}}$ [1]

Para su construcción se requiere de la matriz $\mathbf{Z_{abc}}$, la cual se compone de sub matrices provenientes de la reducción de Kron aplicada a cada uno de los tramos o ramas de la red. Su escritura matricial es la siguiente:

$$\mathbf{Z_{abc}} = \left[\begin{array}{cccccc} \mathbf{Z_{abc-01}} & \cdots & \mathbf{Z_{abc-ij}} & \cdots & \mathbf{Z_{abc-(n-1)n}} \end{array} \right] \tag{2.74}$$

Cada una de las sub matrices, se compone de los siguientes términos:

$$\mathbf{Z_{abc-ij}} = \left[\begin{array}{ccc} \overline{z_{aa-ii}} & \overline{z_{ab-ij}} & \overline{z_{ac-ij}} \\ \overline{z_{ba-ij}} & \overline{z_{bb-ij}} & \overline{z_{bc-ij}} \\ \overline{z_{ca-ij}} & \overline{z_{cb-ij}} & \overline{z_{cc-ij}} \end{array} \right] \tag{2.75}$$

El proceso y la sintaxis de organización se presenta en la referencia [62]. Los detalles para el cálculo de los términos que componen a la matriz anterior se encuentran en [1].

La matriz $\mathbf{TRX_{abc}}$ se presenta como:

$$\mathbf{TRX_{abc}} = \begin{bmatrix} \mathbf{T_{abc}^T \cdot R_{abc} \cdot T_{abc}} & \mathbf{-T_{abc}^T \cdot X_{abc} \cdot T_{abc}} \\ \mathbf{T_{abc}^T \cdot X_{abc} \cdot T_{abc}} & \mathbf{T_{abc}^T \cdot R_{abc} \cdot T_{abc}} \end{bmatrix} \tag{2.76}$$

En donde los términos:

- $\mathbf{R_{abc}}$ es una matriz diagonal compuesta por la parte real en cada una de las sub matrices de $\mathbf{Z_{abc-ij}}$. Es decir:

$$\mathbf{R_{abc}} = \mathfrak{real}(\mathbf{Z_{abc}}) \tag{2.77}$$

- $\mathbf{X_{abc}}$ es una matriz diagonal compuesta por la parte imaginaria de cada una de las sub matrices de $\mathbf{Z_{abc-ij}}$. Es decir:

$$\mathbf{X_{abc}} = \mathfrak{imag}(\mathbf{Z_{abc}}) \tag{2.78}$$

- $\mathbf{T_{abc}}$ es una matriz de conectividad basada en la Ley de Corrientes de Kirchoff, similar a la matriz $\mathbf{T}$ en el caso de la formulación del algoritmo en secuencia positiva.

2.3.1.2. Energías Mensuales Facturadas - Caso trifásico

El vector de medidas correspondiente a las energías inyectadas disponibles por fase en cada nodo de la red en aquellos nodos con potencias inyectadas es el siguiente:

$$\mathbf{W_{abc}}^{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} \mathbf{W_{abc-1}}^{\mathbf{m}} & \cdots & \mathbf{W_{abc-i}}^{\mathbf{m}} & \cdots & \mathbf{W_{abc-n}}^{\mathbf{m}} \end{bmatrix} \tag{2.79}$$

En donde cada cada sub matriz $\mathbf{W_{abc-i}}^{\mathbf{m}}$ corresponde a las energías en el nodo i especificadas a su vez para cada fase, es decir:

$$\mathbf{W_{abc-i}^{m}} = [{W_{a-i}}^{m}\ {W_{b-i}}^{m}\ {W_{c-i}}^{m}] \tag{2.80}$$

A su vez las energías se calculan como el producto de la potencia activa máxima agregada por fase y el tiempo máximo, en los nodos de la red donde exista la relación cliente - transformador. Sus cálculos individuales por fase se especifican a continuación:

$$W_{a-i}{}^{m} = Tmax_{a-i} \cdot {P_{a-i}}^{max} \tag{2.81}$$
$$W_{b-i}{}^{m} = Tmax_{b-i} \cdot {P_{b-i}}^{max} \tag{2.82}$$
$$W_{c-i}{}^{m} = Tmax_{c-i} \cdot {P_{c-i}}^{max} \tag{2.83}$$

En donde

$$Tmax_{a-i} = 720 \cdot {Fc_{a-i}}^{720} \tag{2.84}$$
$$Tmax_{b-i} = 720 \cdot {Fc_{b-i}}^{720} \tag{2.85}$$
$$Tmax_{b-i} = 720 \cdot {Fc_{c-i}}^{720} \tag{2.86}$$

2.3.1.3. Mediciones en el circuito principal y reconectadores - Caso trifásico

Se dispone en tiempo real de las medidas de tensión y corrientes trifásicas, realizados por los dispositivos de protección instalados en la subestación, es decir los transformadores de tensión y corriente, así como también de los reconectadores ubicados en diferentes tramos de línea de la red, u otros equipos de registro pertenecientes a la red de distribución. Dichas mediciones expresadas a título matricial, se presentan como:

$$|\mathbf{V_{abc}}^{\mathbf{m}}| = \left[\ |\mathbf{V_{abc-0}}^{\mathbf{m}}| \quad \cdots \quad |\mathbf{V_{abc-i}}^{\mathbf{m}}| \quad \cdots \quad |\mathbf{V_{abc-n}}^{\mathbf{m}}|\ \right] \tag{2.87}$$

$$\mathbf{fp_{abc-01}}^{\mathbf{m}} = \left[\begin{array}{ccc} {fp_{a-01}}^{m} & {fp_{b-01}}^{m} & {fp_{c-01}}^{m} \end{array} \right] \tag{2.88}$$

$$|\mathbf{J_{abc}}^{\mathbf{m}}| = \left[\begin{array}{ccccccc} |\mathbf{J_{abc-01}}^{\mathbf{m}}| & ... & |\mathbf{J_{abc-ij}}^{\mathbf{m}}| & ... & |\mathbf{J_{abc-(n-1)(n)}}^{\mathbf{m}}| \end{array} \right] \tag{2.89}$$

- $|\mathbf{V_{abc}}^{\mathbf{m}}|$ es el vector de medidas de módulos de tensiones trifásicas en condición de demanda máxima existentes en los nodos de la red
- $\mathbf{fp_{abc-01}}^{\mathbf{m}}$ es el vector que contiene el factor de potencia por fase en el circuito principal de la subestación
- $|\mathbf{J_{abc}}^{\mathbf{m}}|$ es el vector de medidas de módulos de corrientes de rama trifásicas en condición de demanda máxima existentes en los nodos de la red

A su vez se tiene también que:

$$|\mathbf{V_{abc-0}}^{\mathbf{m}}| = [|{V_{a-0}}^{m}| \; |{V_{b-0}}^{m}| \; |{V_{c-0}}^{m}|] \tag{2.90}$$

$$|\mathbf{V_{abc-i}}^{\mathbf{m}}| = [|{V_{a-i}}^{m}| \; |{V_{b-i}}^{m}| \; |{V_{c-i}}^{m}|] \tag{2.91}$$

$$|\mathbf{J_{abc-ij}}^{\mathbf{m}}| = [|{J_{a-ij}}^{m}| \; |{J_{b-ij}}^{m}| \; |{J_{c-ij}}^{m}|] \tag{2.92}$$

- $|\mathbf{V_{abc-0}}^{\mathbf{m}}|$ es el arreglo que contiene las medidas directas de módulos de tensión en la barra *slack* es decir las provenientes de la subestación
- $|\mathbf{V_{abc-i}}^{\mathbf{m}}|$ es el arreglo que contiene las medidas directas de módulos de tensión en otros nodos de la red, es decir las provenientes de los reconectadores u otros equipos
- $|\mathbf{J_{abc-ij}}^{\mathbf{m}}|$ es el arreglo que contiene las medidas directas de corrientes de módulos de corrientes de rama existentes en la red, entre las cuales destacan las provenientes del circuito principal en la subestación, reconectadores u otros equipos

2.3.1.4. Factores de Potencia en cada fase

Los factores de potencia trifásicos en los nodos con potencia inyectada, para una condición de demanda máxima se denotan de la siguiente manera:

$$\mathbf{fp_{abc}}^{\mathbf{m}} = \left[\begin{array}{ccccc} \mathbf{fp_{abc-1}}^{\mathbf{m}} & \ldots & \mathbf{fp_{abc-i}}^{\mathbf{m}} & \ldots & \mathbf{fp_{abc-n}}^{\mathbf{m}} \end{array} \right] \tag{2.93}$$

En donde a su vez:

$$\mathbf{fp_{abc-i}}^{\mathbf{m}} = \left[\begin{array}{ccc} {fp_{a-i}}^{m} & {fp_{b-i}}^{m} & {fp_{c-i}}^{m} \end{array} \right] \tag{2.94}$$

Donde:

- $\mathbf{fp_{abc}}^{\mathbf{m}}$ es el vector que reúne todos los factores de potencia trifásicos para todos los nodos de la red
- $\mathbf{fp_{abc-i}}^{\mathbf{m}}$ es el vector que reúne los factores de potencia en un determinado nodo de la red en condición de demanda máxima

2.3.1.5. Factores de Carga por fase

Los factores de carga típicos por fase en un determinado nodo de la red se escriben como:

$$\mathbf{Fc_{abc}}^{\mathbf{720}} = \left[\begin{array}{ccccc} \mathbf{Fc_{abc-1}}^{\mathbf{720}} & \ldots & \mathbf{Fc_{abc-i}}^{\mathbf{720}} & \ldots & \mathbf{Fc_{abc-n}}^{\mathbf{720}} \end{array} \right] \tag{2.95}$$

En donde a su vez:

$$\mathbf{Fc_{abc-i}}^{\mathbf{720}} = \left[\begin{array}{ccc} {Fc_{a-i}}^{720} & {Fc_{b-i}}^{720} & {Fc_{c-i}}^{720} \end{array} \right] \tag{2.96}$$

2.3.1.6. Identificación con los nodos de potencia nula

Se identifican los nodos de la red con potencias inyectadas nulas trifásicas. Para ello la notación a emplear es la siguiente:

$$\zeta_{\mathbf{abc}} = [\zeta_{\mathbf{abc-1}} \cdots \zeta_{\mathbf{abc-i}} \cdots \zeta_{\mathbf{abc-n}}] \quad \forall \text{ i } \in \mathbf{S_{abc-i}}^{\mathbf{nulas}} \tag{2.97}$$

2.3.1.7. Matriz de pesos $[\omega_{abc}]$

La matriz de pesos $[\omega]$ es del tipo diagonal. Cada uno de sus términos representan los inversos de los cuadrados de las varianzas de las mediciones directas y pseudomediciones. Las mediciones directas representan los equipos con reporte en tiempo real al sistema SCADA, es decir los pertenecientes al circuito principal y los reconectadores ubicados en diferentes tramos de la red. Las pseudomediciones corresponden a los registros de energía inyectada agregada para cada nodo de carga de la red. Los pesos de las mediciones directas poseen una mayor ponderación con respecto a los asociados a las pseudomedidas. Su escritura es la siguiente:

$$[\omega_{abc}] = diag\{\frac{1}{({\sigma_{|Vabc|}}^{m})^2} \cdots \frac{1}{({\sigma_{|Jabc|}}^{m})^2} \cdots \frac{1}{({\sigma_{Wabc}}^{m})^2} \cdots \frac{1}{({\sigma_{fpabc}}^{m})^2}\} \tag{2.98}$$

Siendo:

- $({\sigma_{|Vabc|}}^{m})^2$ la varianza de las medidas de tensión nodales trifásicas
- $({\sigma_{|Jabc|}}^{m})^2$ la varianza de las medidas de corrientes de rama trifásicas
- $({\sigma_{|Wabc|}}^{m})^2$ la varianza de las pseudomedidas de energía nodal inyectada trifásica
- $({\sigma_{fpabc}}^{m})^2$ la varianza de las pseudomedidas de factores de potencia trifásicos

2.3.2. Paso 2: Problema de optimización en su equivalente trifásico

La función objetivo consiste en minimizar el error cuadrático ponderado entre un vector de mediciones $\psi_{\mathbf{abc}}$ y una función que contiene las restricciones $g(\mathbf{x_{abc}})$ que relaciona las variables de estado con el vector de medidas. La función objetivo del problema de optimización es:

$$\text{mín}\, \frac{1}{2} \left(\psi_{\mathbf{abc}} - g(\mathbf{x_{abc}})\right)^T \omega_{\mathbf{abc}} \left(\psi_{\mathbf{abc}} - g(\mathbf{x_{abc}})\right) \tag{2.99}$$

sujeto a:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V_{abc-x}} \\ \mathbf{V_{abc-y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V_{abc-x-0}} \\ \mathbf{V_{abc-y-0}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A_{abc}} & \mathbf{-B_{abc}} \\ \mathbf{B_{abc}} & \mathbf{A_{abc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I_{abc-x}} \\ \mathbf{I_{abc-y}} \end{bmatrix} \tag{2.100}$$

$$\mathbf{J_{abc-x}} = -\mathbf{T_{abc}} \cdot \mathbf{I_{abc-x}} \tag{2.101}$$

$$\mathbf{J_{abc-y}} = -\mathbf{T_{abc}} \cdot \mathbf{I_{abc-y}} \tag{2.102}$$

$$|V_{a-0}| = \sqrt{(V_{a-x-0})^2 + (V_{a-y-0})^2} \tag{2.103a}$$

$$|V_{b-0}| = \sqrt{(V_{b-x-0})^2 + (V_{b-y-0})^2} \tag{2.103b}$$

$$|V_{c-0}| = \sqrt{(V_{c-x-0})^2 + (V_{c-y-0})^2} \tag{2.103c}$$

En donde:

- $\psi_{\mathbf{abc}}$: Es el vector de medidas - caso trifásico
- $\mathbf{x_{abc}}$: Es el conjunto de variables de estado
- $\mathbf{g}(\mathbf{x_{abc}})$: Es una función compuesta por las variables a estimar

- $\omega_{\mathbf{abc}}$: Es una matriz diagonal de pesos

- $\mathbf{V_{abc-x}}$: es el vector de variables de estado trifásicas en su componente real. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{V_{abc-x}} = \left[\begin{array}{ccccccc} \mathbf{V_{abc-x-1}} & \cdots & \mathbf{V_{abc-x-i}} & \cdots & \mathbf{V_{abc-x-n}} \end{array} \right] \tag{2.104}$$

- $\mathbf{V_{abc-y}}$: es el vector de variables de estado trifásicas en su componente en cuadratura. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{V_{abc-y}} = \left[\begin{array}{ccccccc} \mathbf{V_{abc-y-1}} & \cdots & \mathbf{V_{abc-y-i}} & \cdots & \mathbf{V_{abc-y-n}} \end{array} \right] \tag{2.105}$$

- $\mathbf{V_{abc-x-0}}$: es el vector representativo de la componente real trifásica de la barra slack

- $\mathbf{V_{abc-y-0}}$: es el vector representativo de la componente en cuadratura trifásica de la barra slack

- $\mathbf{I_{abc-x}}$: Es el vector de corrientes inyectadas nodales trifásicas en su componente real. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{I_{abc-x}} = \left[\begin{array}{ccccccc} \mathbf{I_{abc-x-1}} & \cdots & \mathbf{I_{abc-x-i}} & \cdots & \mathbf{I_{abc-x-n}} \end{array} \right] \tag{2.106}$$

- $\mathbf{I_{abc-y}}$: Es el vector de corrientes inyectadas nodales trifásicas en su componente en cuadratura. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{I_{abc-y}} = \left[\begin{array}{ccccccc} \mathbf{I_{abc-y-1}} & \cdots & \mathbf{I_{abc-y-i}} & \cdots & \mathbf{I_{abc-y-n}} \end{array} \right] \tag{2.107}$$

- $\mathbf{J_{abc-x}}$: es el vector de corrientes de rama trifásicas en su componente real. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{J_{abc-x}} = \left[\begin{array}{ccccccc} \mathbf{J_{abc-x-01}} & \cdots & \mathbf{J_{abc-x-ij}} & \cdots & \mathbf{J_{abc-x-(n-1)n}} \end{array} \right] \tag{2.108}$$

- $\mathbf{J_{abc-y}}$: es el vector de corrientes de rama trifásicas en su componente en cuadratura. Su escritura vectorial es la siguiente:

$$\mathbf{J_{abc-y}} = \left[\begin{array}{ccccccc} \mathbf{J_{abc-y-01}} & \cdots & \mathbf{J_{abc-y-ij}} & \cdots & \mathbf{J_{abc-y-(n-1)n}} \end{array} \right] \tag{2.109}$$

- $|V_{f-0}|$: es el módulo de la tensión de la barra slack. Donde $f = a, b, c$

2.3.2.1. Vector de Medidas $\psi_{\mathbf{abc}}$

El arreglo de mediciones $\psi_{\mathbf{abc}}$ se compone de las siguientes submatrices:

$$\psi_{\mathbf{abc}} = \left[\begin{array}{ccccc} |\mathbf{V_{abc}}^{\mathbf{m}}| & |\mathbf{J_{abc}}^{\mathbf{m}}| & \mathbf{fp_{abc-01}}^{\mathbf{m}} & \mathbf{W_{abc}}^{\mathbf{m}} & \mathbf{fp_{abc}}^{\mathbf{m}} \end{array} \right] \tag{2.110}$$

En donde a su vez:

- $|\mathbf{V_{abc}}^{\mathbf{m}}|$ es el vector que contiene las mediciones de módulos de tensión escritas en la ecuación 2.87
- $|\mathbf{J_{abc}}^{\mathbf{m}}|$ es el vector que contiene los módulos de corrientes de rama expresada en la ecuación 2.89
- $\mathbf{fp_{abc-01}}^{\mathbf{m}}$ es un arreglo que contiene los factores de potencia trifásicos en el circuito principal expresado en la ecuación 2.88
- $\mathbf{W_{abc}}^{\mathbf{m}}$ es el vector que contiene las energías inyectadas trifásicas expresada en la ecuación 2.79
- $\mathbf{fp_{abc}}^{\mathbf{m}}$ es el vector que contiene los factores de potencia trifásico expresados en la ecuación 2.93

2.3.2.2. Vector de Variables de Estado $\mathbf{x_{abc}}$

Las variables de estado se definen como:

$$\mathbf{x_{abc}} = \left[\begin{array}{cccc} \mathbf{V_{abc-x-0}} & \mathbf{V_{abc-y-0}} & \mathbf{V_{abc-x}} & \mathbf{V_{abc-y}} \end{array} \right] \tag{2.111}$$

Donde:

- $\mathbf{V_{abc-x-0}}$ es vector de tensiones nodales trifásicas en su componente real correspondientes a la barra slack

- $\mathbf{V_{abc-y-0}}$ es vector de tensiones nodales trifásicas en su componente en cuadratura correspondientes a la barra slack
- $\mathbf{V_{abc-x}}$ es el vector de tensiones nodales trifásica en su componente real
- $\mathbf{V_{abc-y}}$ es el vector de tensiones nodales trifásica en su componente en cuadratura

Debido a que el vector $\mathbf{V_{abc-y-0}}$ constituye la referencia vectorial de la red, la ecuación 2.111 se expresa como:

$$\mathbf{x_{abc}} = \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{V_{abc-x-0}} & \mathbf{V_{abc-x}} & \mathbf{V_{abc-y}} \end{array} \right] \tag{2.112}$$

2.3.2.3. Vector de mediciones estimadas $\mathbf{g(x_{abc})}$

El vector de mediciones estimadas trifásicas se expresa como:

$$\mathbf{g(x_{abc})} = \left[\begin{array}{ccccc} |\mathbf{V_{abc}}| & |\mathbf{J_{abc}}| & \mathbf{fp_{abc-01}} & \mathbf{W_{abc}} & \mathbf{fp_{abc}} \end{array} \right] \tag{2.113}$$

Donde:

- $|\mathbf{V_{abc}}|$: Es el vector que representa los módulos de las variables de estado trifásicas estimadas
- $|\mathbf{J_{abc}}|$: Es el vector que representa los módulos de las corrientes de rama trifásicas estimadas
- $\mathbf{fp_{abc-01}}$: Es el vector que contiene el factor de potencia trifásico en el circuito principal
- $\mathbf{W_{abc}}$: Es el vector de energías inyectadas trifásicas estimadas en los nodos con potencia inyectada
- $\mathbf{fp_{abc}}$: Es el vector de factores de potencia trifásicos estimados en los nodos con potencia inyectada

2.3.2.4. Función objetivo - caso trifásico

La función objetivo consiste en miminizar el error cuadrático ponderado entre un vector de mediciones $\psi_{\mathbf{abc}}$ y la función $g(\mathbf{x_{abc}})$. Su escritura es de la siguiente manera:

$$\text{mín}\,\frac{1}{2}(\psi_{\mathbf{abc}} - g(\mathbf{x_{abc}}))^T \omega_{abc}(\psi_{\mathbf{abc}} - g(\mathbf{x_{abc}})) \tag{2.114}$$

$$\mathbf{e_{abc}} = \psi_{\mathbf{abc}} - g(\mathbf{x_{abc}}) \tag{2.115}$$

Donde:
$\mathbf{e_{abc}}$ es el error entre las medidas y el valor estimado

Por tanto la función objetivo también se puede expresar como:

$$\text{mín}\,\frac{1}{2}\mathbf{e_{abc}}^T \omega_{abc}\mathbf{e_{abc}} \tag{2.116}$$

2.3.2.5. Restricciones - caso trifásico

Las restricciones del problema de optimización son las ecuaciones matriciales 2.100, 2.101 y 2.102 . La ecuación matricial 2.100 (cuyo desarrollo se encuentra en la referencia [1]) contiene a los vectores de las variables de estado $\mathbf{V_{abc-x}}$, $\mathbf{V_{abc-y}}$ y $\mathbf{V_{abc-x-0}}$ (según la ecuación 2.112) como función de los vectores de corrientes inyectadas $\mathbf{I_{abc-x}}$ e $\mathbf{I_{abc-y}}$.

Las corrientes inyectadas en función de las variables de estado y de las potencias inyectadas se escriben como:

$$I_{f-x-i} = \frac{P_{f-i}V_{f-x-i} + Q_{f-i}V_{f-y-i}}{(V_{f-x-i})^2 + (V_{f-y-i})^2} \quad i = 1, ..., n \;\; f = a, b, c \tag{2.117}$$

$$I_{f-y-i} = \frac{-Q_{f-i}V_{f-x-i} + P_{f-i}V_{f-y-i}}{(V_{f-x-i})^2 + (V_{f-y-i})^2} \quad i = 1, ..., n \;\; f = a, b, c \tag{2.118}$$

Las potencias activas y reactivas inyectadas nodales, en función de la energía W_{abc-i}, el factor de carga ${Fc_{f-i}}^{720}$ y factor de potencia de la carga fp_{f-i}, para una detrminada fase se expresan como:

$$P_{f-i} = -\frac{W_{f-i}}{720 \cdot ({Fc_{f-i}}^{720})} \quad i = 1, ..., n \ f = a, b, c \tag{2.119}$$

$$Q_{f-i} = -\frac{W_{f-i}}{720 \cdot ({Fc_{f-i}}^{720})} \cdot \tan(\arccos(fp_{f-i})) \quad i = 1, ..., n \ f = a, b, c \tag{2.120}$$

Por tanto las corrientes inyectadas por fase en su componente real y en cuadratura se expresan de la siguiente manera:

$$I_{f-x-i} = W_{f-i}\{\frac{V_{f-x-i} + V_{f-y-i}\tan(\arccos(fp_{f-i}))}{720({Fc_{f-i}}^{720})\left[(V_{f-x-i})^2 + (V_{f-y-i})^2\right]}\} \quad i = 1, ..., n \ f = a, b, c \tag{2.121}$$

$$I_{f-y-i} = W_{f-i}\{\frac{-V_{f-x-i}\tan(\arccos(fp_{f-i})) + V_{f-y-i}}{720({Fc_{f-i}}^{720})\left[(V_{f-x-i})^2 + (V_{f-y-i})^2\right]}\} \quad i = 1, ..., n \ f = a, b, c \tag{2.122}$$

2.3.3. Paso 3: Resultados del algoritmo - caso trifásico

Los resultados obtenidos corresponde con cada uno de los vectores de componen la función $\mathbf{g}(\mathbf{x_{abc}})$ expuesta en la ecuación 2.113.

Los módulos de tensiones estimados $|\mathbf{V_{abc}}|$ se calculan como:

$$|V_{f-k}| = \sqrt{(V_{f-x-k})^2 + (V_{f-y-k})^2} \quad k = 0, 1, ..., n \ f = a, b, c \tag{2.123}$$

Los módulos de corrientes de rama estimadas $|\mathbf{J_{abc}}|$ se calculan como:

$$|J_{f-ij}| = \sqrt{(J_{f-x-ij})^2 + (J_{f-y-ij})^2} \quad i, j = 1, .., n \ i \neq j \ f = a, b, c \tag{2.124}$$

Las corrientes de rama por fase J_{f-x-ij} y J_{f-y-ij} se calculan en función de las variables

de estado como:

$$J_{a-x-ij} = g_{aa-ij}\Delta V_{a-x-ij} - b_{aa-ij}\Delta V_{a-y-ij} + g_{ab-ij}\Delta V_{b-x-ij} - b_{ab-ij}\Delta V_{b-y-ij} + g_{ac-ij}\Delta V_{c-x-ij} - b_{ac-ij}\Delta V_{c-y-ij} \quad (2.125a)$$

$$J_{b-x-ij} = g_{bb-ij}\Delta V_{b-x-ij} - b_{bb-ij}\Delta V_{b-y-ij} + g_{ba-ij}\Delta V_{a-x-ij} - b_{ba-ij}\Delta V_{a-y-ij} + g_{bc-ij}\Delta V_{c-x-ij} - b_{bc-ij}\Delta V_{c-y-ij} \quad (2.125b)$$

$$J_{c-x-ij} = g_{cc-ij}\Delta V_{c-x-ij} - b_{cc-ij}\Delta V_{c-y-ij} + g_{ca-ij}\Delta V_{a-x-ij} - b_{ca-ij}\Delta V_{a-y-ij} + g_{cb-ij}\Delta V_{b-x-ij} - b_{cb-ij}\Delta V_{b-y-ij} \quad (2.125c)$$

$$J_{a-y-ij} = b_{aa-ij}\Delta V_{a-x-ij} + g_{aa-ij}\Delta V_{a-y-ij} + b_{ab-ij}\Delta V_{b-x-ij} + g_{ab-ij}\Delta V_{b-y-ij} + b_{ac-ij}\Delta V_{c-x-ij} + g_{ac-ij}\Delta V_{c-y-ij} \quad (2.125d)$$

$$J_{b-y-ij} = b_{bb-ij}\Delta V_{b-x-ij} + g_{bb-ij}\Delta V_{b-y-ij} + g_{ba-ij}\Delta V_{a-x-ij} + b_{ba-ij}\Delta V_{a-y-ij} + b_{bc-ij}\Delta V_{c-x-ij} + g_{bc-ij}\Delta V_{c-y-ij} \quad (2.125e)$$

$$J_{c-y-ij} = b_{cc-ij}\Delta V_{c-x-ij} + g_{cc-ij}\Delta V_{c-y-ij} + b_{ca-ij}\Delta V_{a-x-ij} + g_{ca-ij}\Delta V_{a-y-ij} + b_{cb-ij}\Delta V_{b-x-ij} + g_{cb-ij}\Delta V_{b-y-ij} \quad (2.125f)$$

Donde:

$$\Delta V_{a-x-ij} = V_{a-x-i} - V_{a-x-j} \quad (2.126a)$$

$$\Delta V_{b-x-ij} = V_{b-x-i} - V_{b-x-j} \quad (2.126b)$$

$$\Delta V_{c-x-ij} = V_{c-x-i} - V_{c-x-j} \quad (2.126c)$$

$$\Delta V_{a-y-ij} = V_{a-y-i} - V_{a-y-j} \quad (2.126d)$$

$$\Delta V_{b-y-ij} = V_{b-y-i} - V_{b-y-j} \quad (2.126e)$$

$$\Delta V_{c-y-ij} = V_{c-y-i} - V_{c-y-j} \quad (2.126f)$$

En donde los términos g_{aa-ij}, g_{ab-ij}, g_{ac-ij}, g_{ba-ij}, g_{bb-ij}, g_{bc-ij},g_{ca-ij}, g_{cb-ij}, g_{cc-ij} y b_{aa-ij}, b_{ab-ij}, b_{ac-ij},b_{ba-ij}, b_{bb-ij}, b_{bc-ij},b_{ca-ij}, b_{cb-ij}, b_{cc-ij} pertenecen a la matriz de admitancia de línea del tramo ij. Su cálculo se obtiene mediante la inversión de la matriz $\mathbf{Z_{abc-ij}}$

El factor de potencia estimado $\mathbf{fp_{abc-01}}$ en el circuito principal se obtiene como:

$$fp_{a-01} = \cos(\arctan(\frac{\overline{V_{a-0}}}{\overline{J_{a-01}}})) \quad (2.127)$$

$$fp_{b-01} = \cos(\arctan(\frac{\overline{V_{b-0}}}{\overline{J_{b-01}}})) \quad (2.128)$$

$$fp_{c-01} = \cos(\arctan(\frac{\overline{V_{c-0}}}{\overline{J_{c-01}}})) \quad (2.129)$$

Donde a su vez:

$$\overline{V_{a-0}} = V_{a-x-0} + \imath V_{a-y-0} \quad (2.130)$$

$$\overline{V_{b-0}} = V_{b-x-0} + \imath V_{b-y-0} \quad (2.131)$$

$$\overline{V_{c-0}} = V_{c-x-0} + \imath V_{c-y-0} \quad (2.132)$$

$$\overline{J_{a-01}} = J_{a-x-01} + \imath J_{a-y-01} \quad (2.133)$$

$$\overline{J_{b-01}} = J_{b-x-01} + \imath J_{b-y-01} \quad (2.134)$$

$$\overline{J_{c-01}} = J_{c-x-01} + \imath J_{c-y-01} \quad (2.135)$$

Las energías inyectadas estimadas en los nodos de carga $\mathbf{W_{abc}}$ se calculan como:

$$W_{a-i} = Tmax_{a-i} \cdot {Fc_{a-i}}^{720} \cdot (V_{a-x-i} \cdot I_{a-x-i} + V_{a-y-i} \cdot I_{a-y-i}) \quad (2.136)$$

$$W_{b-i} = Tmax_{b-i} \cdot {Fc_{b-i}}^{720} \cdot (V_{b-x-i} \cdot I_{b-x-i} + V_{b-y-i} \cdot I_{b-x-i}) \quad (2.137)$$

$$W_{c-i} = Tmax_{c-i} \cdot {Fc_{c-i}}^{720} \cdot (V_{c-x-i} \cdot I_{c-x-i} + V_{c-y-i} \cdot I_{c-x-i}) \quad (2.138)$$

El factor de potencia estimado en los nodos de carga $\mathbf{fp_{abc}}$ se calcula en función de las variables de estado como:

$$fp_{a-i} = \frac{V_{a-x-i}I_{a-x-i} + V_{a-y-i}I_{a-y-i}}{\sqrt{(V_{a-x-i}I_{a-x-i} + V_{a-y-i}I_{a-y-i})^2 + (V_{a-y-i}I_{a-x-i} - V_{a-x-i}I_{a-y-i})^2}} \quad (2.139)$$

$$fp_{b-i} = \frac{V_{b-x-i}I_{b-x-i} + V_{b-y-i}I_{b-y-i}}{\sqrt{(V_{b-x-i}I_{b-x-i} + V_{b-y-i}I_{b-y-i})^2 + (V_{b-y-i}I_{b-x-i} - V_{b-x-i}I_{b-y-i})^2}} \quad (2.140)$$

$$fp_{c-i} = \frac{V_{c-x-i}I_{c-x-i} + V_{c-y-i}I_{c-y-i}}{\sqrt{(V_{c-x-i}I_{c-x-i} + V_{c-y-i}I_{c-y-i})^2 + (V_{c-y-i}I_{c-x-i} - V_{c-x-i}I_{c-y-i})^2}} \quad (2.141)$$

De manera esquemática se presenta el siguiente diagrama (2.3.3) en el cual se resumen los requerimiento y/o datos del algoritmo de Estimación de Estado:

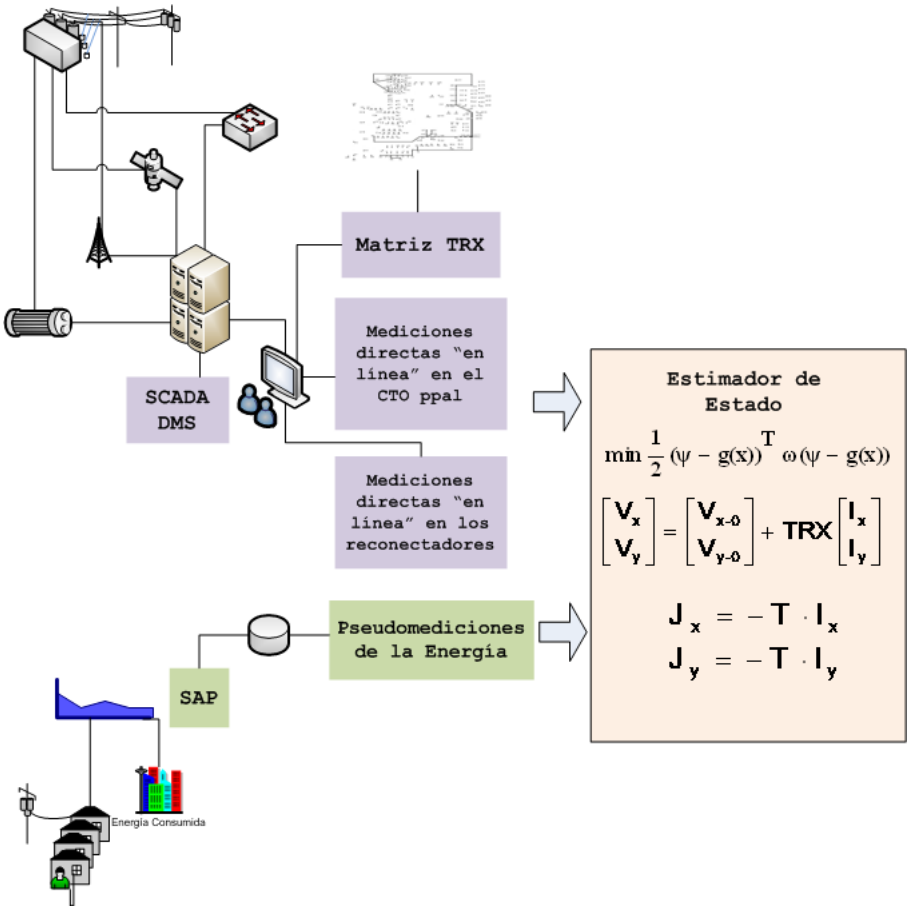

Figura 2.5. Requerimientos del Algoritmo

La interpretación esquemática del gráfico es la siguiente:

- En el sistema **SCADA DMS** se disponen de medidas en tiempo real de diferentes

equipos de medición instalados en la red. Esta información llega a los Servidores del centro de control por medio diversos medios de transmisión como por ejemplo, satélites, canales de fibra óptica, entre otros.

- El **SCADA DMS** además de disponer de medidas en tiempo real, se encuentra el modelo en directo de la red. Es decir se disponen en las bases de datos en tiempo real, la topología de la red, incluyendo los estados de interruptores automáticos, bancos de condensadores, centrales de generación distribuida, entre otras. En términos generales se dispone de la matriz de conectividad radial **T**, y con los datos de las impedancias de las líneas, es factible el cálculo de la matriz **TRX**

- Por otro lado se tienen las bases de datos de las energías de los clientes asociados a un punto de transformación, almacenada en módulos del sistema informático **SAP**. Con estos datos y a través de una metodología de asignación de demanda es posible efectuar estudios a través de los cuales se disponga del valor de energía agregada directa en el punto de transformación

- Con la información de mediciones en tiempo real, las pseudomediciones de energía inyectada agregada por punto de transformación y la matriz **TRX** se tienen los requisitos necesarios de entrada para efectuar el algoritmo de EESDE propuesto en esta tesis

2.4. Análisis de Sensibilidad

El análisis de sensibilidad del problema de optimización se fundamenta en la aplicación de Simulación de Monte Carlo al vector que constituyen las mediciones y pseudomediciones ψ de entrada al algoritmo. Es decir, que cada uno de sus componentes se modelan como variables aleatorias independientes pertenecientes a distribuciones de probabilidad del tipo normal con una desviación estándar específica. Como valor esperado al momento de elaborar las distribuciones de probabilidad, se utilizan aquellos para los cuales se tiene el mínimo error posible en la evaluación de la función objetivo, es decir, los pertenecientes a la solución del problema de flujo de carga. Como criterio de parada de la simulación de Monte Carlo se asume que el coeficiente de variación de las pérdidas tanto activas como reactivas; $\mathbf{CV_{\Delta P}}$ y $\mathbf{CV_{\Delta Q}}$ respectivamente en la red de estudio, cumplan una determinada tolerancia.

2.4.1. Modelo en variable aleatoria del Estimador de Estado

Tomando en cuenta que los modelos en variable aleatoria se basan en el estudio estadístico de N cantidad de eventos aleatorios, se tiene que el vector de mediciones y pseudomediciones de entrada al problema de optimización se escribe según la ecuación 2.142. Dichos estudios estadísticos tienen por objetivo conocer los valores a los cuales tiende o se estabiliza un determinado proceso estocástico, y para ello se utilizan estimadores basados en el cálculo del valor esperado y la varianza.

$$\psi_\epsilon \;=\; \{\; {\psi_\epsilon}^{m-1} \;\; ... \;\; {\psi_\epsilon}^{m-j} \;\; ... \;\; {\psi_\epsilon}^{m-n} \;\} \tag{2.142}$$

En donde $i = 1, 2, ..., j, ...n$ corresponde a la cantidad de eventos aleatorios.

A su vez cada conjunto de medidas $\psi_\epsilon^{\mathbf{i}}$ forma un evento o experimento en específico es decir:

$$\psi_\epsilon \;=\; \left\{ \begin{bmatrix} |\mathbf{V}|^{m-1} \\ |\mathbf{J}|^{m-1} \\ {fp_{01}}^{m-1} \\ \mathbf{W}^{m-1} \\ \mathbf{fp}^{m-1} \end{bmatrix} \;\; ... \;\; \begin{bmatrix} |\mathbf{V}|^{m-j} \\ |\mathbf{J}|^{m-j} \\ {fp_{01}}^{m-j} \\ \mathbf{W}^{m-j} \\ \mathbf{fp}^{m-j} \end{bmatrix} \;\; ... \;\; \begin{bmatrix} |\mathbf{V}|^{m-n} \\ |\mathbf{J}|^{m-n} \\ {fp_{01}}^{m-n} \\ \mathbf{W}^{m-n} \\ \mathbf{fp}^{m-n} \end{bmatrix} \right\} \tag{2.143}$$

En donde $i = 1, 2, ..., j, ...n$, de igual manera corresponde a la cantidad de eventos aleatorios.

Las variables de estado $\mathbf{X}_\epsilon$ expresadas como eventos aleatorios se denotan en la ecuación 2.144.

$$\mathbf{X}_\epsilon \;=\; \{\; \mathbf{X}^1 \;\; ... \;\; \mathbf{X}^j \;\; ... \;\; \mathbf{X}^n \;\} \tag{2.144}$$

En donde a su vez cada vector $\mathbf{X^n}$ en función de las variables de estado $\mathbf{V_x}$ y $\mathbf{V_y}$ posee la siguiente formulación:

$$\mathbf{X}_\epsilon = \left\{ \begin{bmatrix} (V_{x-0})^1 \\ (V_{x-1})^1 \\ . \\ . \\ . \\ (V_{x-k})^1 \\ . \\ . \\ . \\ (V_{x-n})^1 \\ (V_{y-0})^1 \\ (V_{y-1})^1 \\ . \\ . \\ . \\ (V_{y-k})^1 \\ . \\ . \\ . \\ (V_{y-n})^1 \end{bmatrix} \quad ... \quad \begin{bmatrix} (V_{x-0})^j \\ (V_{x-1})^j \\ . \\ . \\ . \\ (V_{x-k})^j \\ . \\ . \\ . \\ (V_{x-n})^j \\ (V_{y-0})^j \\ (V_{y-1})^j \\ . \\ . \\ . \\ (V_{y-k})^j \\ . \\ . \\ . \\ (V_{y-n})^j \end{bmatrix} \quad ... \quad \begin{bmatrix} (V_{x-0})^n \\ (V_{x-1})^n \\ . \\ . \\ . \\ (V_{x-k})^n \\ . \\ . \\ . \\ (V_{x-n})^n \\ (V_{y-0})^n \\ (V_{y-1})^n \\ . \\ . \\ . \\ (V_{y-k})^n \\ . \\ . \\ . \\ (V_{y-n})^n \end{bmatrix} \right\} \tag{2.145}$$

Los vectores de mediciones estimadas $g(\mathbf{X}_\epsilon{}^{\mathbf{j}})$ constituyen también un conjunto de eventos estocásticos. Su escritura es la siguiente:

$$\mathbf{g}_\epsilon(\mathbf{X}_\epsilon) = \{ \; g_\epsilon(\mathbf{X})^1 \quad ... \quad g_\epsilon(\mathbf{X})^j \quad ... \quad g_\epsilon(\mathbf{X})^n \; \} \tag{2.146}$$

Por tanto la función objetivo del problema de Estimación de Estado considerando el carácter aleatorio de las variables de entrada y salida es la siguiente:

$$\frac{1}{2}\,\text{mín}(\psi_\epsilon^{\mathbf{j}} - g_\epsilon(\mathbf{X^j}))^T \cdot \omega \cdot (\psi_\epsilon^{\mathbf{i}} - g_\epsilon(\mathbf{X^j})) \tag{2.147}$$

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{V_x})^{\mathbf{j}} \\ (\mathbf{V_y})^{\mathbf{j}} \end{bmatrix} = \mathbf{TRX} \cdot \begin{bmatrix} (\mathbf{I_x})^{\mathbf{j}} \\ (\mathbf{I_y})^{\mathbf{j}} \end{bmatrix} \tag{2.148}$$

$$(\mathbf{J_x})^{\mathbf{j}} = -\mathbf{T}(\mathbf{I_x})^{\mathbf{j}} \tag{2.149}$$

$$(\mathbf{J_y})^{\mathbf{j}} = -\mathbf{T}(\mathbf{I_y})^{\mathbf{j}} \tag{2.150}$$

Al evaluar la función objetivo 2.147 en cada uno de los eventos aleatorios, los valores esperados $\hat{\mathbf{X}}$ de las variables de estado estimadas y las mediciones estimadas se calculan según la ecuación 2.151. Cabe destacar que al ser N un número elevado de eventos aleatorios, se cumple el teorema del límite central basado en la Ley de los Grandes Números, ante lo cual cualquier fenómeno estocástico se puede caracterizar por una distribución de probabilidad del tipo normal, la cual se caracteriza por un valor esperado $\hat{\mathbf{X}}$ y una varianza $\mathbf{Var}(\mathbf{X})$.

$$\hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{k=1}^{N} V_{x-0}^{k}}{N} \\ \frac{\sum_{k=1}^{N} V_{x-1}^{k}}{N} \\ . \\ . \\ . \\ \frac{\sum_{k=1}^{N} V_{x-k}^{k}}{N} \\ . \\ . \\ . \\ \frac{\sum_{k=1}^{N} V_{x-n}^{k}}{N} \\ \frac{\sum_{k=1}^{N} V_{y-0}^{k}}{N} \\ \frac{\sum_{k=1}^{N} V_{y-1}^{k}}{N} \\ . \\ . \\ . \\ \frac{\sum_{k=1}^{N} V_{y-k}^{k}}{N} \\ . \\ . \\ . \\ \frac{\sum_{k=1}^{N} V_{y-n}^{k}}{N} \end{bmatrix} \tag{2.151}$$

Los cálculos de las varianzas $\mathbf{Var}(\mathbf{X})$ se efectúan mediante la siguiente formulación:

$$\mathbf{Var}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \mathrm{Var}(V_{x-0}) \\ \mathrm{Var}(V_{x-1}) \\ . \\ . \\ . \\ \mathrm{Var}(V_{x-j}) \\ . \\ . \\ . \\ \mathrm{Var}(V_{x-n}) \\ \mathrm{Var}(V_{y-0}) \\ \mathrm{Var}(V_{y-1}) \\ . \\ . \\ . \\ \mathrm{Var}(V_{y-k}) \\ . \\ . \\ . \\ \mathrm{Var}(V_{y-n}) \end{bmatrix} \tag{2.152}$$

Para el vector estimado de mediciones y pseudomediciones ψ también se calculan los valores esperados y varianzas estadísticas de manera análoga a la representación expuesta en las ecuaciones 2.151 y 2.152.

A título de gráfico se presenta el siguiente esquema en el cual se denota de manera general la metodología empleada para el análisis de sensibilidad:

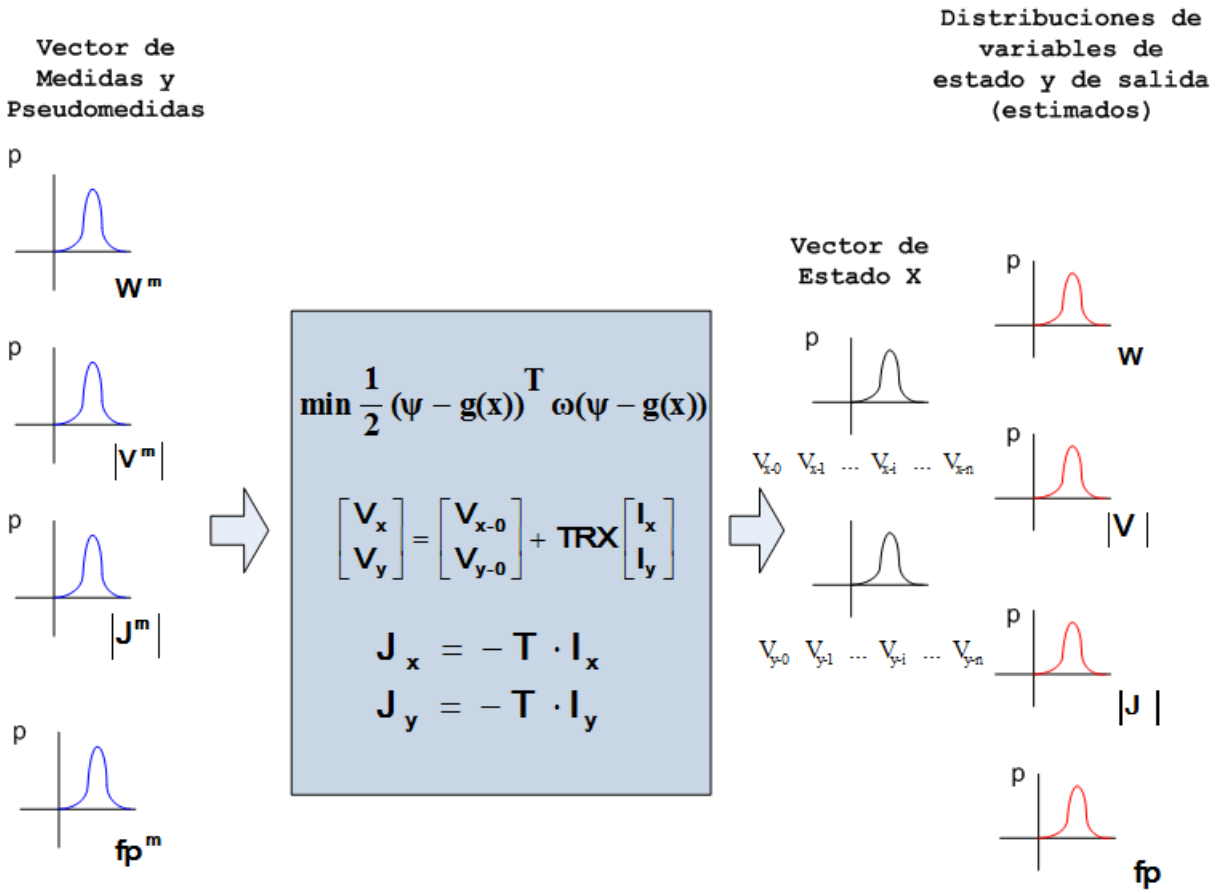

Figura 2.6. Simulación de Monte Carlo

La interpretación del gráfico se estructura de la siguiente manera:

- Se generan números aleatorios normalmente distribuidos con una esperanza y varianzas específicas. Esto se aplicó a las medidas de módulos de tensiones, corrientes de rama y energías inyectadas; es decir se generaron diferentes vectores de medición ψ
- El conjunto de vectores de medición ψ junto al conocimiento de la matriz **TRX** son los requerimientos de entrada para el Estimador de Estado propuesto en esta tesis. Es decir, esta aplicación se ejecuta sucesivamente para todos los vectores estocásticos de mediciones generados como entradas al algoritmo
- Los resultados obtenidos son las distribuciones de las variables de estado estimadas, junto a las distribuciones de medidas estimadas; ambas con una esperanza y

desviaciones estándar específicas

Con el objetivo de comparar los resultados de la formulación del problema de Estimación de Estado presentado en esta tesis, se utiliza la metodología propuesta en la referencias [2] y [3] para los modelos en secuencia positiva y trifásico respectivamente. En el siguiente diagrama se expone la idea anterior:

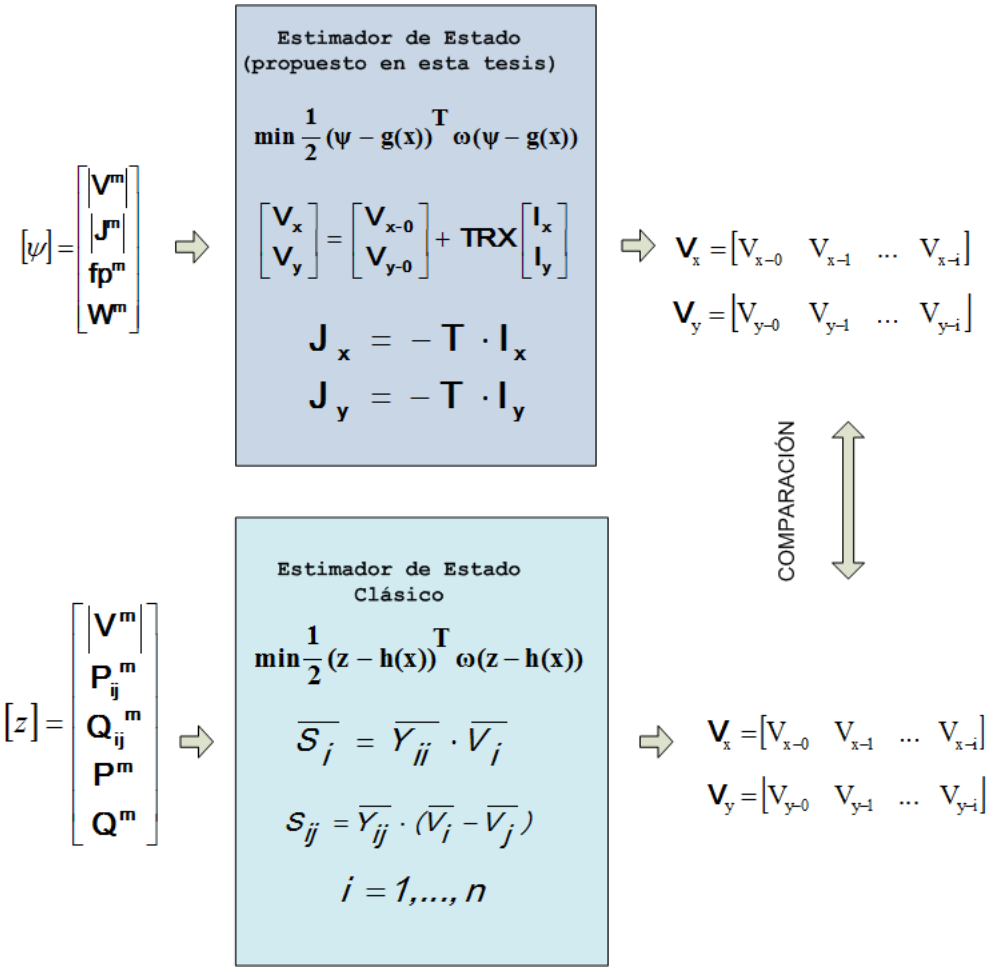

Figura 2.7. Comparación entre los métodos de resolución

La interpretación del gráfico es la siguiente:

- Se tiene el vector de medidas ψ conformado por los módulos de tensiones, corrientes de rama energías inyectadas y factores de potencia por punto de transformación. Cada una de las mediciones que conforman el vector ψ, coinciden con la solución del algoritmo de flujo de carga presentado en [1], considerando un escenario de demanda máxima
- Se tiene el vector de medidas **z** conformado por los módulos de tensiones, flujos de potencia y potencias activas y reactivas inyectadas por punto de transformación, para el algoritmo de Estimación de Estado clásico desarrollado en [2]. Cada una de

las mediciones que conforman el vector **z**, coinciden con la solución del algoritmo de flujo de carga presentado en [1], considerando un escenario de demanda máxima

- Una vez que convergen ambos algoritmos de realizan comparaciones entre las variables de estado estimadas, obtenidas a través de ambas metodologías

CAPÍTULO III

CASOS DE ESTUDIO

En este capítulo se presentan los datos para la construcción de la matriz TRX y el vector de mediciones y pseudomediciones ψ , de las redes IEEE de 4, 37 y 123 nodos, en sus equivalentes de secuencia positiva y trifásico (caso desequilibrado), a los cuales se les aplicó el algoritmo de Estimación de Estado propuesto en esta Tesis. Los vectores de mediciones y pseudomediciones para todos los casos de estudio, coinciden con los datos de potencias inyectadas requeridos para ejecutar el algoritmo de flujo de carga expuesto en la referencia [1].

3.1. Caso IEEE de 4 Nodos

3.1.1. Equivalente de Secuencia Positiva

La red IEEE de 4 nodos se encuentra detallada en la referencia [63]. Su diagrama se muestra en la figura 3.1

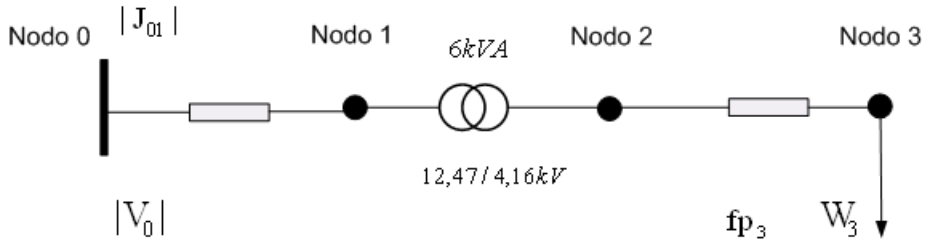

Figura 3.1. Red IEEE de 4 nodos

Para los cálculos en por unidad se utilizaron los siguientes valores base:

- Potencia aparente base; $S_{base} = 6\,MVA$,
- Tensión base del devanado primario del transformador con valor de $V^{MT} = 12.47\,kV$
- Tensión base del devanado secundario con valor $V^{BT} = 4{,}16\,kV$

Las impedancias de los tramos de línea se especifican en la tabla 3.1.

Tramo	R (p.u.)	X (p.u.)
01	0.0045	0.0092
12	0.0100	0.0600
23	0.0502	0.1029

Tabla 3.1. Parámetros de la red IEEE de 4 nodos

La red posee una demanda máxima en el nodo 3 de $\mathbf{P}$ =54.8 MW y un factor de potencia en atraso de **0**,**9**. Asumiendo que el factor de carga $\mathbf{Fc_3^m}$ es 0.9, se calcula un tiempo máximo durante un mes (720 hmes), y se obtiene que la energía resultante es **583**,**2**. Por tanto las medidas y pseudomedidas se denotan en la tabla 3.2.

$\|V_0\|^m$	1
$\|J_{01}\|^m \angle(\arccos({fp_{01}}^m))$	$0{,}9948 - 0{,}6878i$
${W_3}^m$	$-583{,}2$
${fp_3}^m$	0.9

Tabla 3.2. Mediciones y Pseudomediciones para la red IEEE de 4 nodos

3.1.2. Equivalente Trifásico

Para este caso las tensiones y potencias base se mantienen con los mismos valores. Las matrices reducidas de $Kron$ para cada tramo de la red se encuentran en la tabla 3.3.

Tramo	z_{aa}, z_{ba}, z_{ca}	z_{ab}, z_{bb}, z_{cb}	z_{ac}, z_{bc}, z_{cc}
01	0.0067 + 0.0158i	0.0023 + 0.0073i	0.0022 + 0.0056i
01	0.0023 + 0.0073i	0.0068 + 0.0153i	0.0023 + 0.0062i
01	0.0022 + 0.0056i	0.0023 + 0.0062i	0.0067 + 0.0156i
12	0.0100 + 0.0600i	0	0
12	0	0.0100 + 0.0600i	0
12	0	0	0.0100 + 0.0600i
23	0.0752 + 0.1772i	0.0256 + 0.0825i	0.0252 + 0.0633i
23	0.0256 + 0.0825i	0.0767 + 0.1723i	0.0260 + 0.0696i
23	0.0252 + 0.0633i	0.0260 + 0.0696i	0.0759 + 0.1751i

Tabla 3.3. Parámetros de la red IEEE de 4 nodos trifásica

Medición	p.u.
$\|V_{a-0}\|^m$	1
$\|V_{b-0}\|^m$	1
$\|V_{c-0}\|^m$	1
$\|J_{a-01}\|^m \angle(\arccos({fp_{a-01}}^m))$	0.6708-0.4859i
$\|J_{b-01}\|^m \angle(\arccos({fp_{b-01}}^m))$	-1.1057-0.5721i
$\|J_{c-01}\|^m \angle(\arccos({fp_{c-01}}^m))$	0.1537+1.6322i
$\|W_{a-3}\|^m$	-413.1
$\|W_{b-3}\|^m$	-583.2
$\|W_{c-3}\|^m$	-769.5
$\|fp_{a-3}\|^m$	0.85
$\|fp_{b-3}\|^m$	0.9
$\|fp_{c-3}\|^m$	0.95

Tabla 3.4. Mediciones en el circuito principal de la red IEEE de 4 nodos

3.2. Caso IEEE de 37 Nodos

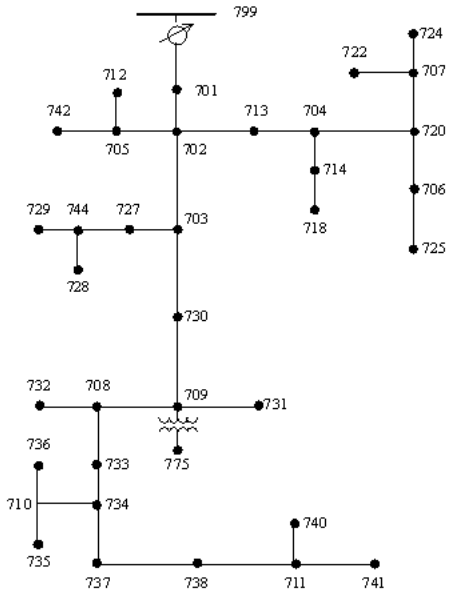

Figura 3.2. Red IEEE de 37 nodos

Para los cálculos en por unidad se utilizaron los siguientes valores base:

- Potencia aparente base; $S_{base} = 1\,MVA$,
- Tensión base del devanado primario del transformador con valor de $V^{MT} = 230\,kV$
- Tensión base del devanado secundario con valor $V^{BT} = 4{,}8\,kV$

3.2.1. Equivalente de Secuencia Positiva

La red IEEE de 37 nodos se encuentra detallada en la referencia [64]. Los datos de sus parámetros para la construcción de la matriz TRX, se presentan en la tabla 3.5.

Nodo **i**	Nodo **j**	R (p.u.)	X (p.u.)
799	701	0.0035	0.0035
701	702	0.0025	0.0026
702	705	0.0052	0.0017
702	713	0.0007	0.0007
702	703	0.0034	0.0036
705	742	0.0042	0.0013
705	712	0.0031	0.001
713	704	0.0035	0.002
703	727	0.0031	0.001
703	730	0.004	0.0023
704	714	0.001	0.0003
704	720	0.0054	0.0031
727	744	0.0019	0.0011
730	709	0.0013	0.0008
714	718	0.0068	0.0022
720	707	0.012	0.0039
720	706	0.004	0.0023
744	728	0.0026	0.0008
744	729	0.0037	0.0012
709	731	0.004	0.0023
709	708	0.0022	0.0012
709	775	0.0018	0.0362
707	724	0.0099	0.0032
707	722	0.0016	0.0005
706	725	0.0037	0.0012
708	733	0.0022	0.0012
708	732	0.0042	0.0013
733	734	0.0038	0.0021
734	737	0.0043	0.0025
734	710	0.0068	0.0022
737	738	0.0027	0.0015
710	735	0.0026	0.0008
710	736	0.0167	0.0054
738	711	0.0027	0.0015
711	741	0.0027	0.0015
711	740	0.0026	0.0008

Tabla 3.5. Parámetros de la red IEEE de 37 nodos

La medición de tensión y corriente en el circuito principal se encuentran en la tabla 3.6.

Medición	p.u.
$\|V_0\|^m$	1,05
$\|J_{01}\|^m \angle(\arccos(fp_{01}{}^m))$	$2{,}39 - 1{,}1895$

Tabla 3.6. Mediciones en el el circuito principal para la red IEEE de 37 nodos

Las pseudomediciones de energías se denotan en la tabla 3.7.

Nodo	P_i	${fp_i}^m$	${W_i}^m$
701	-0.63	0.8944	-408.24
702	0	0.0000	0
705	0	0.0000	0
713	-0.085	0.9048	-55.08
703	0	0.0000	0
742	-0.093	0.9039	-60.264
712	-0.085	0.9048	-55.08
704	0	0.0000	0
727	-0.042	0.8944	-27.216
730	-0.085	0.9048	-55.08
714	-0.038	0.9037	-24.624
720	-0.085	0.9048	-55.08
744	-0.042	0.8944	-27.216
709	0	0.0000	0
718	-0.085	0.9048	-55.08
707	0	0.0000	0
706	0	0.0000	0
728	-0.126	0.8944	-81.648
729	-0.042	0.8944	-27.216
731	-0.085	0.9048	-55.08
708	0	0.0000	0
775	0	0.0000	0
724	-0.042	0.8944	-27.216
722	-0.161	0.8955	-104.328
725	-0.042	0.8944	-27.216
733	-0.085	0.9048	-55.08
732	-0.042	0.8944	-27.216
734	-0.042	0.8944	-27.216
737	-0.14	0.8944	-90.72
710	0	0.0000	0
738	-0.126	0.8973	-81.648
735	-0.085	0.9048	-55.08
736	-0.042	0.8944	-27.216
711	0	0.0000	0
741	-0.042	0.8944	-27.216
740	-0.085	0.9048	-55.08

Tabla 3.7. Potencias máximas inyectadas y su conversión a energía mensual para la red IEEE de 37 nodos

3.2.2. Caso Trifásico

Los datos para la construcción de la matriz $\mathrm{TRX_{abc}}$ no se presentan en este capítulo, debido a la extensa cantidad de información; para ello se remite a la referencia [64].

La medición de tensión y corriente en el circuito principal se encuentran en la tabla 3.8.

Medición	p.u.
$\lvert V_{a-0}\rvert^m$	1,0437
$\lvert V_{b-0}\rvert^m$	1,0437
$\lvert V_{c-0}\rvert^m$	1,0437
$\lvert J_{a-01}\rvert^m \angle(\arccos({fp_{a-01}}^m))$	$2{,}1604 - 1{,}0886$
$\lvert J_{b-01}\rvert^m \angle(\arccos({fp_{b-01}}^m))$	$-1{,}7714 - 1{,}1754$
$\lvert J_{c-01}\rvert^m \angle(\arccos({fp_{c-01}}^m))$	$-0{,}2334 + 3{,}634$

Tabla 3.8. Mediciones en el circuito principal de la red IEEE de 37 nodos

3.3. Caso IEEE de 123 Nodos

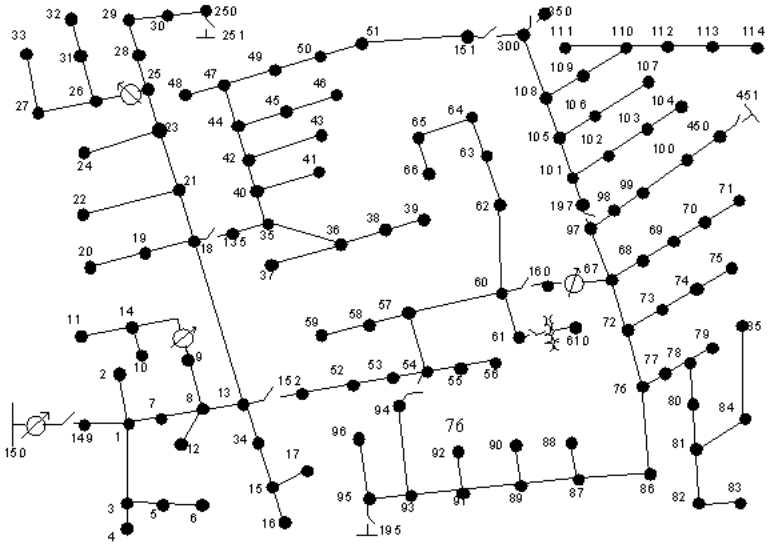

Figura 3.3. Red IEEE de 123 nodos

Para los cálculos en por unidad se utilizaron los siguientes valores base:

- Potencia aparente base; $S_{base} = 1\,MVA$,
- Tensión base del devanado primario del transformador con valor de $V^{MT} = 115\,kV$
- Tensión base del devanado secundario con valor $V^{BT} = 4{,}16\,kV$

3.3.1. Equivalente de Secuencia Positiva

La red IEEE de 123 nodos se encuentra detallada en la referencia [65]. Los datos de sus parámetros para la construcción de la matriz TRX, se presentan tablas 3.9 y 3.10

Nodo **i**	Nodo **j**	R (p.u.)	X (p.u.)	Nodo **i**	Nodo **j**	R (p.u.)	X (p.u.)
149	1	0.00134	0.00274	23	25	0.00092	0.00189
1	2	0.00085	0.00086	35	36	0.00182	0.00417
1	3	0.00121	0.00123	35	40	0.00084	0.00172
1	7	0.00100	0.00206	53	54	0.00042	0.00086
3	4	0.00097	0.00098	25	26	0.00098	0.00224
3	5	0.00158	0.00160	25	28	0.00067	0.00137
7	8	0.00067	0.00137	36	37	0.00145	0.00147
5	6	0.00121	0.00123	36	38	0.00121	0.00123
8	12	0.00109	0.00111	40	41	0.00158	0.00160
8	9	0.00109	0.00111	40	42	0.00084	0.00172
8	13	0.00100	0.00206	54	55	0.00092	0.00189
9	14	0.00206	0.00209	54	57	0.00117	0.00240
13	34	0.00073	0.00074	26	27	0.00077	0.00176
13	18	0.00276	0.00566	26	31	0.00109	0.00111
13	152	0.00000	0.00001	28	29	0.00100	0.00206
14	11	0.00121	0.00123	38	39	0.00158	0.00160
14	10	0.00121	0.00123	42	43	0.00242	0.00246
34	15	0.00048	0.00049	42	44	0.00067	0.00137
18	19	0.00121	0.00123	55	56	0.00092	0.00189
18	21	0.00100	0.00206	57	58	0.00121	0.00123
18	135	0.00000	0.00001	57	60	0.00251	0.00515
152	52	0.00134	0.00274	27	33	0.00242	0.00246
15	16	0.00182	0.00184	31	32	0.00145	0.00147
15	17	0.00170	0.00172	29	30	0.00117	0.00240
19	20	0.00158	0.00160	44	45	0.00097	0.00098
21	22	0.00255	0.00258	44	47	0.00084	0.00172
21	23	0.00084	0.00172	58	59	0.00121	0.00123
135	35	0.00126	0.00257	60	61	0.00184	0.00377
52	53	0.00067	0.00137	60	62	0.00277	0.00132
23	24	0.00267	0.00270	60	160	0.00000	0.00001

Tabla 3.9. Parámetros de la red IEEE de 123 nodos

Nodo **i**	Nodo **j**	R (p.u.)	X (p.u.)	Nodo **i**	Nodo **j**	R (p.u.)	X (p.u.)
30	250	0.00067	0.00137	101	102	0.00109	0.00111
45	46	0.00145	0.00147	101	105	0.00092	0.00189
47	48	0.00050	0.00103	78	79	0.00075	0.00154
47	49	0.00084	0.00172	78	80	0.00159	0.00326
61	610	0.00000	0.00001	87	88	0.00085	0.00086
62	63	0.00194	0.00093	87	89	0.00092	0.00189
160	67	0.00117	0.00240	100	450	0.00268	0.00549
49	50	0.00084	0.00172	102	103	0.00158	0.00160
63	64	0.00388	0.00185	105	106	0.00109	0.00111
67	68	0.00097	0.00098	105	108	0.00109	0.00223
67	72	0.00092	0.00189	80	81	0.00159	0.00326
67	97	0.00084	0.00172	89	90	0.00109	0.00111
50	51	0.00084	0.00172	89	91	0.00075	0.00154
64	65	0.00472	0.00225	103	104	0.00339	0.00344
68	69	0.00133	0.00135	106	107	0.00279	0.00283
72	73	0.00133	0.00135	108	109	0.00218	0.00221
72	76	0.00067	0.00137	108	300	0.00335	0.00686
97	98	0.00092	0.00189	81	82	0.00084	0.00172
97	197	0.00000	0.00001	81	84	0.00327	0.00332
65	66	0.00361	0.00172	91	92	0.00145	0.00147
69	70	0.00158	0.00160	91	93	0.00075	0.00154
73	74	0.00170	0.00172	109	110	0.00145	0.00147
76	77	0.00134	0.00274	82	83	0.00084	0.00172
76	86	0.00234	0.00480	84	85	0.00230	0.00233
98	99	0.00184	0.00377	93	94	0.00133	0.00135
197	101	0.00084	0.00172	93	95	0.00100	0.00206
70	71	0.00133	0.00135	110	111	0.00279	0.00283
74	75	0.00194	0.00197	110	112	0.00061	0.00061
77	78	0.00033	0.00069	95	96	0.00097	0.00098
86	87	0.00151	0.00309	112	113	0.00255	0.00258
99	100	0.00100	0.00206	113	114	0.00158	0.00160

Tabla 3.10. Parámetros de la red IEEE de 123 nodos - Continuación

La medición de tensión y corriente en el circuito principal se encuentran en la tabla 3.11.

Medición	p.u.
$\|V_0\|^m$	1.0
$\|J_{01}\|\angle(\arccos(fp_{01}))^m$	3.4112-1.6764

Tabla 3.11. Mediciones en el el circuito principal para la red IEEE de 123 nodos

Nodo	P_i	${fp_i}^m$	${W_i}^m$	Nodo	P_i	${fp_i}^m$	${W_i}^m$
1	-0.04	0.894	-25.92	25	0	0.000	0
2	-0.02	0.894	-12.96	36	0	0.000	0
3	0	0.000	0	40	-0.02	0.894	-12.96
7	-0.02	0.894	-12.96	54	0	0.000	0
4	-0.04	0.894	-25.92	26	0	0.000	0
5	-0.02	0.894	-12.96	28	-0.04	0.894	-25.92
8	0	0.000	0	37	-0.04	0.894	-25.92
6	-0.04	0.894	-25.92	38	-0.02	0.894	-12.96
12	-0.02	0.894	-12.96	41	0	0.000	0
9	-0.04	0.894	-25.92	42	-0.02	0.894	-12.96
13	0	0.000	0	55	-0.02	0.894	-12.96
14	0	0.000	0	57	0	0.000	0
34	-0.04	0.894	-25.92	27	0	0.000	0
18	0	0.000	0	31	-0.02	0.894	-12.96
152	0	0.000	0	29	-0.04	0.894	-25.92
11	-0.04	0.894	-25.92	39	-0.02	0.894	-12.96
10	-0.02	0.894	-12.96	43	-0.04	0.894	-25.92
15	0	0.000	0	44	0	0.000	0
19	-0.04	0.894	-25.92	56	-0.02	0.894	-12.96
21	0	0.000	0	58	-0.02	0.894	-12.96
135	0	0.000	0	60	-0.02	0.894	-12.96
52	-0.04	0.894	-25.92	33	-0.04	0.894	-25.92
16	-0.04	0.894	-25.92	32	-0.02	0.894	-12.96
17	-0.02	0.894	-12.96	30	-0.04	0.894	-25.92
20	-0.04	0.894	-25.92	45	-0.02	0.894	-12.96
22	-0.04	0.894	-25.92	47	-0.105	0.814	-68.04
23	0	0.000	0	59	-0.02	0.894	-12.96
35	-0.04	0.894	-25.92	61	0	0.000	0
53	-0.04	0.894	-25.92	62	-0.04	0.894	-25.92
24	-0.04	0.894	-25.92	160	0	0.000	0

Tabla 3.12. Potencias máximas inyectadas y su conversión a Energía mensual para la red IEEE de 123 nodos

Nodo	P_i	${fp_i}^m$	${W_i}^m$	Nodo	P_i	${fp_i}^m$	${W_i}^m$
250	0	0.000	0	102	-0.02	0.894	-12.96
46	-0.02	0.894	-12.96	105	0	0.000	0
48	-0.21	0.814	-136.08	79	-0.04	0.894	-25.92
49	-0.14	0.814	-90.72	80	-0.04	0.894	-25.92
610	0	0.000	0	88	-0.04	0.800	-25.92
63	-0.04	0.894	-25.92	89	0	0.000	0
67	0	0.000	0	450	0	0.000	0
50	-0.04	0.894	-25.92	103	-0.04	0.894	-25.92
64	-0.075	0.906	-48.6	106	-0.04	0.894	-25.92
68	-0.02	0.894	-12.96	108	0	0.000	0
72	0	0.000	0	81	0	0.000	0
97	0	0.000	0	90	-0.04	0.800	-25.92
51	-0.02	0.894	-12.96	91	0	0.000	0
65	-0.14	0.814	-90.72	104	-0.04	0.894	-25.92
69	-0.04	0.894	-25.92	107	-0.04	0.894	-25.92
73	-0.04	0.894	-25.92	109	-0.04	0.894	-25.92
76	-0.245	0.806	-158.76	300	0	0.000	0
98	-0.04	0.894	-25.92	82	-0.04	0.894	-25.92
197	0	0.000	0	84	-0.02	0.894	-12.96
66	-0.075	0.906	-48.6	92	-0.04	0.800	-25.92
70	-0.02	0.894	-12.96	93	0	0.000	0
74	-0.04	0.894	-25.92	110	0	0.000	0
77	-0.04	0.894	-25.92	83	-0.02	0.105	-12.96
86	-0.02	0.894	-12.96	85	-0.04	0.894	-25.92
99	-0.04	0.894	-25.92	94	-0.04	0.894	-25.92
101	0	0.000	0	95	-0.02	0.894	-12.96
71	-0.04	0.894	-25.92	111	-0.02	0.894	-12.96
75	-0.04	0.894	-25.92	112	-0.02	0.894	-12.96
78	0	0.000	0	96	-0.02	0.894	-12.96
87	-0.04	0.894	-25.92	113	-0.04	0.894	-25.92
100	-0.04	0.894	-25.92	114	-0.02	0.894	-12.96

Tabla 3.13. Potencias máximas inyectadas y su conversión a Energía mensual para la red IEEE de 123 nodos - continuación

3.3.2. Caso Trifásico

Los datos para la construcción de la matriz $\mathrm{TRX_{abc}}$ no se presentan en este capítulo, debido a la extensa cantidad de información; para ello se remite a la referencia [65].

Las mediciones en el circuito principal se especifican en la tabla 3.14

Medición	p.u.
$\lvert V_{a-0}\rvert^m$	1.0437
$\lvert V_{b-0}\rvert^m$	1.0437
$\lvert V_{c-0}\rvert^m$	1.0437
$\lvert J_{a-01}\rvert^m \angle(\arccos({fp_{a-01}}^m))$	4.2473 -2.5919
$\lvert J_{b-01}\rvert^m \angle(\arccos({fp_{b-01}}^m))$	-2.7051 -1.5066
$\lvert J_{c-01}\rvert^m \angle(\arccos({fp_{c-01}}^m))$	0.0151+3.9973

Tabla 3.14. Mediciones en el circuito principal de la red IEEE de 123 nodos

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos con la aplicación del algoritmo de Estimación de Estado propuesto en esta tesis a las redes de la IEEE de 4, 37 y 123 nodos, en sus equivalentes de secuencia positiva y trifásico. Éstos resultados son comparados cuantitativamente con la formulación de Estimación de Estado basado en la ecuaciones de potencia expuesto por el autor **Schweppe** [2] para el modelo en secuencia positiva y por el autor **Baran** [3] para el equivalente trifásico.

Se presentan también los resultados de las simulaciones de Monte Carlo aplicados a la red IEEE de 4 nodos en su equivalente de secuencia positiva y trifásico. Tal y como se señaló en el capítulo anterior, los vectores de mediciones y pseudomediciones de entrada para ambos algoritmos de estimación de estado en todos los casos de estudio ([63], [64], [65]) coinciden con los resultados procedentes de la ejecución de la metodología de flujo de carga, para un escenario de demanda máxima, es decir son mediciones y pseudomediciones perfectas.

Para cada uno de los casos de redes **IEEE** los esquemas de presentación y discusión de resultados son los siguientes:

- Resultados y análisis con el equivalente de secuencia positiva y trifásico; ésto desarrollado con la metodología de estimación de estado propuesta y la fundamentada en los métodos clásicos. Justificación de errores entre ambos métodos
- Análisis de observabilidad
- Análisis de sensibilidad (Red de 4 nodos)

4.1. Caso 4 Nodos

4.1.1. Red de Secuencia Positiva

4.1.1.1. Tensiones y Ángulos

A continuación se exponen las representaciones gráficas de los perfiles de tensión, y su comparación con la solución de flujo de carga expuesto en [1], obtenidos por medio de la metodología de estimación de estado propuesta en esta tesis. Dichas representaciones se denotan en la gráfica 4.1

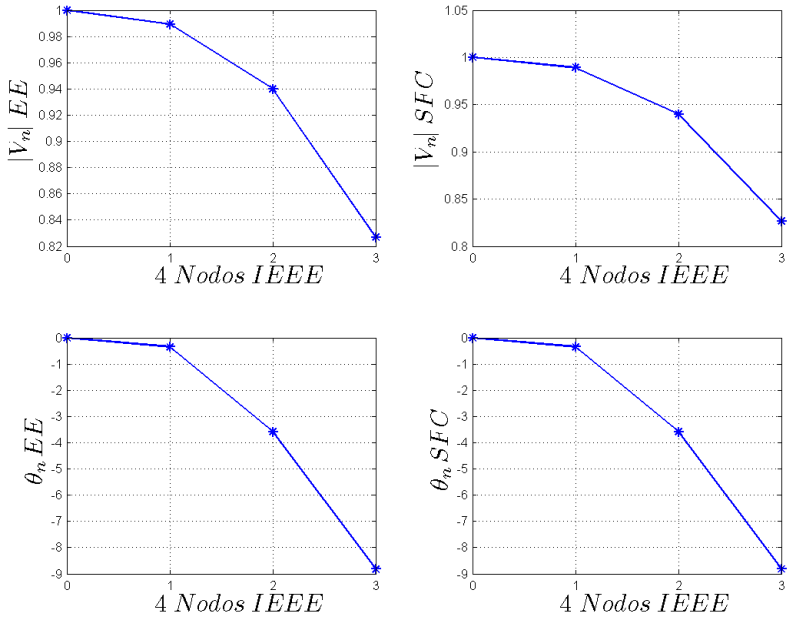

Figura 4.1. Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 4 nodos - Método propuesto en esta tesis

Se sugiere revisar el capítulo de Lista de Símbolos y Abreviaturas de manera que se identifiquen los significados de los ejes.

De igual manera, las gráficas de los perfiles de tensión y su comparación con los resultados generados por medio de la aplicación del algoritmo de estimación de estado basado en las ecuaciones de potencia, se muestran en la gráfica 4.2.

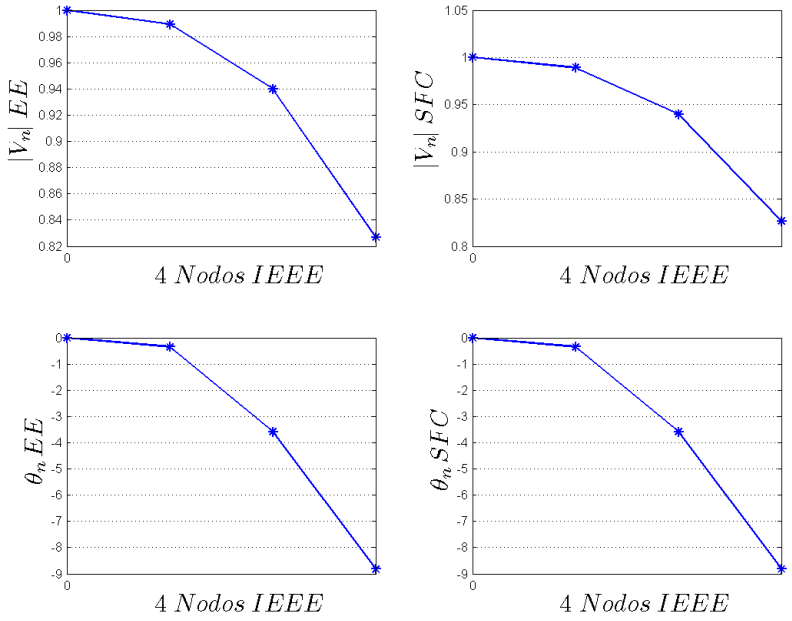

Figura 4.2. Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 4 nodos - Método con las ecuaciones de Potencia

Los resultados de las energías netas, factores de potencia y corrientes de rama se se especifican en el anexo II, referenciados en tablas de la siguiente manera:

Medida / Pseudomedida	Significado	Tabla
$\mathbf{\lvert V^m \rvert}$	Tensiónes	B.1
$\mathbf{W^m}$	Energía	B.2
$\mathbf{fp^m}$	Factor de Potencia	B.3
$\mathbf{J^m}$	Corriente de rama	B.4

Tabla 4.1. Red de 4 nodos secuencia positiva - Tabla de ubicación

Según las gráficas 4.1 y 4.2 (ver también tablas de resultados B.5 y B.1), la solución de flujo de carga basada en [1], y la proveniente de los estimadores de estado definidos a partir de las ecuaciones expuestas en [1] y con las ecuaciones de potencias inyectadas ([2]), son sustancialmente similares tanto en ángulos como en magnitudes de tensiones en por unidad. Consecuentemente los errores entre los resultados de ambos problemas de optimización se encuentran en el orden de 10^{-6}, según se indica en la tabla 4.2; comparativa de residuos y errores porcentuales entre las las variables de estado obtenidas. Además las medidas y

pseudomedidas; es decir la corriente de rama en el circuito principal, las energías y factores de potencia estimados en el caso de la metodología de estimación de estado basada en las ecuaciones expuestas en [1] presentan residuos en el orden de 10^{-6} (para un mayor detalle numérico revisar las tablas B.2, B.3 y B.4 pertenecientes al anexo II). De igual manera las mediciones y pseudomediciones estimadas con la metodología de estimación de estado basada en las ecuaciones de potencias inyectadas presentan residuos en el orden de 10^{-8} (las tablas con los cálculos de los residuos se encuentran también en el anexo II, B.6, B.7 y B.8).

residuo V_x	residuo V_y	error V_x	error V_y
7.4177E-09	0.0000E+00	7.4177E-07	0.0000E+00
1.9870E-08	-3.5343E-10	2.0086E-06	5.8524E-06
1.5169E-08	-3.9504E-09	1.6171E-06	6.7130E-06
4.7387E-09	-7.9260E-09	5.7996E-07	6.2519E-06

Tabla 4.2. Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 4 nodos

4.1.1.2. Análisis de Observabilidad

La red de IEEE de 4 nodos, considerando la metodología de Estimación de Estado basada en las ecuaciones de Potencia [2] se compone de los siguientes vectores de medidas y pseudomedidas:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} |V_0|^m \\ {P_{01}}^m \\ {Q_{01}}^m \\ {P_1}^m \\ {P_2}^m \\ {P_3}^m \\ {Q_1}^m \\ {Q_2}^{mf} \\ {Q_3}^m \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

Según la metodología basada en las ecuaciones de potencia ([2]) las restricciones $h(\mathbf{x})$

de dicho problema de optimización son:

$$|V_0| = |V_0| \tag{4.2a}$$

$$P_{01} = V_{x-1}\left[(V_{x-1} - V_{x-2})g_{12} - (V_{y-1} - V_{y-2})b_{12}\right] + V_{y-1}\left[(V_{x-1} - V_{x-2})b_{12} - (V_{y-1} - V_{y-2})g_{12}\right] \tag{4.2b}$$

$$Q_{01} = -V_{x-1}\left[(V_{x-1} - V_{x-2})b_{12} + (V_{y-1} - V_{y-2})g_{12}\right] + V_{y-1}\left[(V_{x-1} - V_{x-2})g_{12} - (V_{y-1} - V_{y-2})b_{12}\right] \tag{4.2c}$$

$$P_1 = g_{11}({V_{x-1}}^2 + {V_{y-1}}^2) + \sum_{i=1}^{4}(V_{x-1}V_{x-i} + V_{y-1}V_{y-i})g_{1i} + (V_{y-1}V_{x-i} - V_{x-1}V_{y-i})b_{1i} \tag{4.2d}$$

$$P_2 = g_{22}({V_{x-2}}^2 + {V_{y-2}}^2) + \sum_{i=1}^{4}(V_{x-2}V_{x-i} + V_{y-2}V_{y-i})g_{2i} + (V_{y-2}V_{x-i} - V_{x-2}V_{y-i})b_{2i} \tag{4.2e}$$

$$P_3 = g_{33}({V_{x-3}}^2 + {V_{y-3}}^2) + \sum_{i=1}^{4}(V_{x-3}V_{x-i} + V_{y-3}V_{y-i})g_{3i} + (V_{y-3}V_{x-i} - V_{x-3}V_{y-i})b_{3i} \tag{4.2f}$$

$$Q_1 = -b_{11}({V_{x-1}}^2 + {V_{y-1}}^2) + \sum_{i=1}^{4}(V_{y-1}V_{x-i} - V_{x-1}V_{y-i})g_{1i} - (V_{x-1}V_{x-i} - V_{y-1}V_{y-i})b_{1i} \tag{4.2g}$$

$$Q_2 = -b_{22}({V_{x-2}}^2 + {V_{y-2}}^2) + \sum_{i=1}^{4}(V_{y-2}V_{x-i} - V_{x-2}V_{y-i})g_{2i} - (V_{x-2}V_{x-i} - V_{y-2}V_{y-i})b_{2i} \tag{4.2h}$$

$$Q_3 = -b_{33}({V_{x-3}}^2 + {V_{y-3}}^2) + \sum_{i=1}^{4}(V_{y-3}V_{x-i} - V_{x-3}V_{y-i})g_{3i} - (V_{x-3}V_{x-i} - V_{y-3}V_{y-i})b_{2i} \tag{4.2i}$$

El vector de variables de estado para este problema es:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} V_{x-0} \\ V_{x-1} \\ V_{x-2} \\ V_{x-3} \\ V_{y-1} \\ V_{y-2} \\ V_{y-3} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Las inyecciones nulas se tienen en ${P_1}^m$, ${P_2}^m$, ${Q_1}^m$ y ${Q_2}^m$. El número de ecuaciones en 4.1 es 9; y el número de variables de estado es 7 por tanto se cumple la condición de observabilidad.

Considerando la metodología de estimación de estado propuesta en esta tesis, utilizando la energía nodal inyectada como pseudomedida (la cual se calcula junto con el ángulo del factor de potencia, a partir de la potencia activa y reactiva agregada por punto de transformación), el vector de medidas se especifica como:

$$\psi = \begin{bmatrix} |V_0|^m \\ |J_{01}|^m \\ {fp_{01}}^m \\ {W_3}^m \\ {fp_3}^m \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

El vector de inyecciones nulas y factores de otencia nulos se identifica como:

$$\zeta = \begin{bmatrix} {W_1}^m \\ {W_2}^m \\ {fp_1}^m \\ {fp_2}^m \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

El conjunto de ecuaciones que conforman las restricciones según los lineamientos de la metodología de Estimación de Estado para Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica desarrollada en esta tesis son:

$$\begin{bmatrix} V_{x-1} \\ V_{x-2} \\ V_{x-3} \\ V_{y-1} \\ V_{y-2} \\ V_{y-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{x-0} \\ V_{x-0} \\ V_{x-0} \\ V_{y-0} \\ V_{y-0} \\ V_{y-0} \end{bmatrix} + \mathbf{TRX} \cdot \begin{bmatrix} I_{x-1} \\ I_{x-2} \\ I_{x-3} \\ I_{y-1} \\ I_{y-2} \\ I_{y-3} \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

$$J_{x-01} = -I_{x-3} \tag{4.8}$$

$$J_{y-01} = -I_{y-3} \tag{4.9}$$

$$|V_0| = \sqrt{{V_{x-0}}^2 + {V_{y-0}}^2} \tag{4.10}$$

En donde a su vez:

$$I_{x-1} = W_1 \frac{V_{x-1} + V_{y-1}\tan(\arccos(fp_1))}{720Fc_1{}^{720}(V_{x-1}{}^2 + V_{y-1}{}^2)} \quad (4.11)$$

$$I_{x-2} = W_2 \frac{V_{x-2} + V_{y-2}\tan(\arccos(fp_2))}{720Fc_2{}^{720}(V_{x-2}{}^2 + V_{y-2}{}^2)} \quad (4.12)$$

$$I_{x-3} = W_3 \frac{V_{x-3} + V_{y-3}\tan(\arccos(fp_3))}{720Fc_3{}^{720}(V_{x-3}{}^2 + V_{y-3}{}^2)} \quad (4.13)$$

$$I_{y-1} = W_1 \frac{-V_{x-1}\tan(\arccos(fp_1)) + V_{y-1}}{720Fc_1{}^{720}(V_{x-1}{}^2 + V_{y-1}{}^2)} \quad (4.14)$$

$$I_{y-2} = W_2 \frac{-V_{x-2}\tan(\arccos(fp_2)) + V_{y-2}}{720Fc_2{}^{720}(V_{x-2}{}^2 + V_{y-2}{}^2)} \quad (4.15)$$

$$I_{y-3} = W_3 \frac{-V_{x-3}\tan(\arccos(fp_3)) + V_{y-3}}{720Fc_3{}^{720}(V_{x-3}{}^2 + V_{y-3}{}^2)} \quad (4.16)$$

La dimensión de $g(\mathbf{x})$ es **9x1** y el número de variables de estado a estimar es **7**. Por tanto se satisface la condición de observabilidad.

Con el objetivo de efecutar una comparación en base a la dimensión de las restricciones con las cuales se resuelve el problema de estimación de estado utilizando ambas metodologías, se construye la siguiente tabla:

Método	Restricción	Dimensión
Propuesto en esta tesis	$g(\mathbf{x})$	9
Potencia	$h(\mathbf{x})$	9

Tabla 4.3. Comparación entre restricciones para la red IEEE de 4 nodos

Ambas metodologías conllevan a una solución óptima de las variables de estado del problema. Las restricciones $g(\mathbf{x})$ y $h(\mathbf{x})$ componen un sistema sobre determinado de ecuaciones no lineales con dimensiones **9x1** y **9x1** respectivamente para un conjunto de **7** variables de estado.

4.1.1.3. Análisis de Monte Carlo

A continuación se presentan los resultados de la aplicación de simulación de Monte Carlo, tomando como criterio de parada el coeficiente de variación de las pérdidas ΔP y

ΔQ. En las gráficas 4.3, 4.4 y 4.5 se muestran los resultados obtenidos.

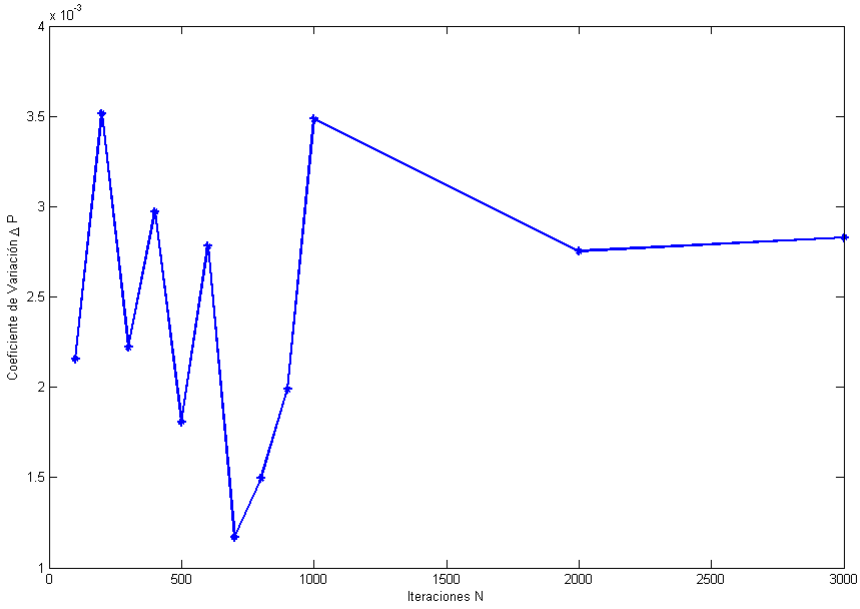

Figura 4.3. Coeficiente de variación de las pérdidas $CV\Delta P$ - red de 4 nodos

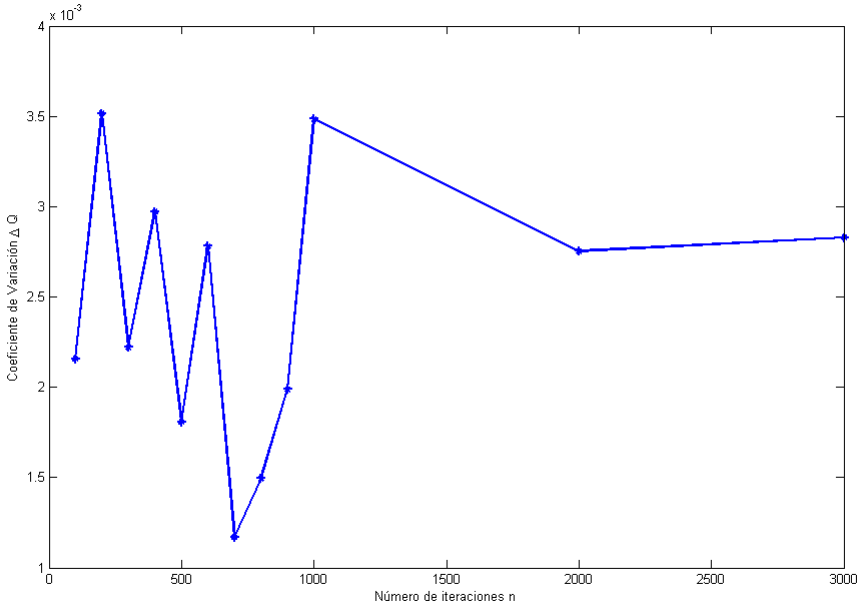

Figura 4.4. Coeficiente de variación de las pérdidas $CV\Delta Q$ - red de 4 nodos

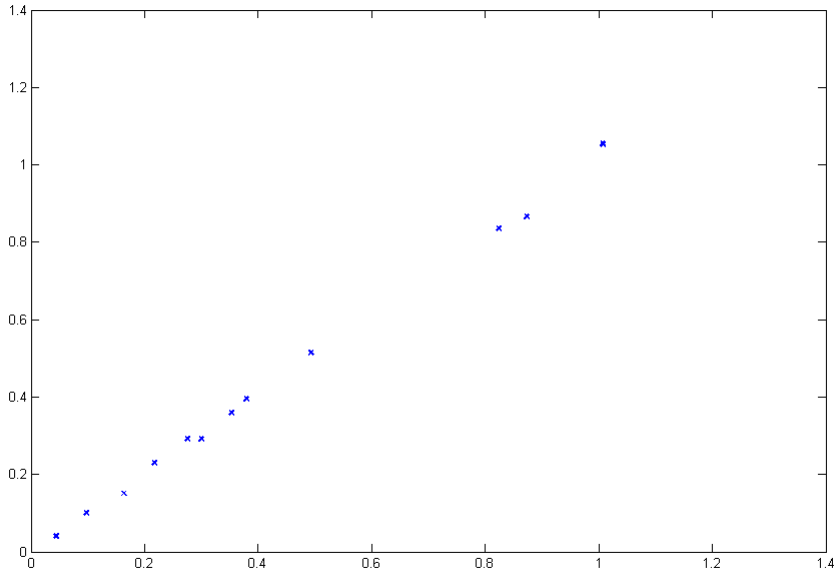

Figura 4.5. Varianza a la entrada y salida del algoritmo

Según los despliegues gráficos expuestos en 4.3 y 4.4, el coeficiente de variación estadístico calculado a partir las pérdidas se estabiliza en el rango comprendido entre 2000 y 3000 iteraciones con una tolerancia asignada de 10^{-4}. Adicionalmente la relación entre las varianzas (en este particular se utilizaron las correspondientes a las energías) a la entrada y salida del estimador de estado, presentan un comportamiento lineal según se denota en la gráfica 4.5, lo cual indica que las variables de estado y de salida provenientes del proceso de optimización basada en mínimos cuadrados ponderados, son consecuentes a distribuciones del tipo de normal con una media y varianzas específicas.

4.1.2. Equivalente Trifásico

4.1.2.1. Tensiones y Ángulos

Las representaciones gráficas de los perfiles de tensión obtenidos a partir de la metodología de estimación de estado propuesta y su comparación con la solución del algoritmo de flujo de carga descrito en la referencia [1] son los siguientes:

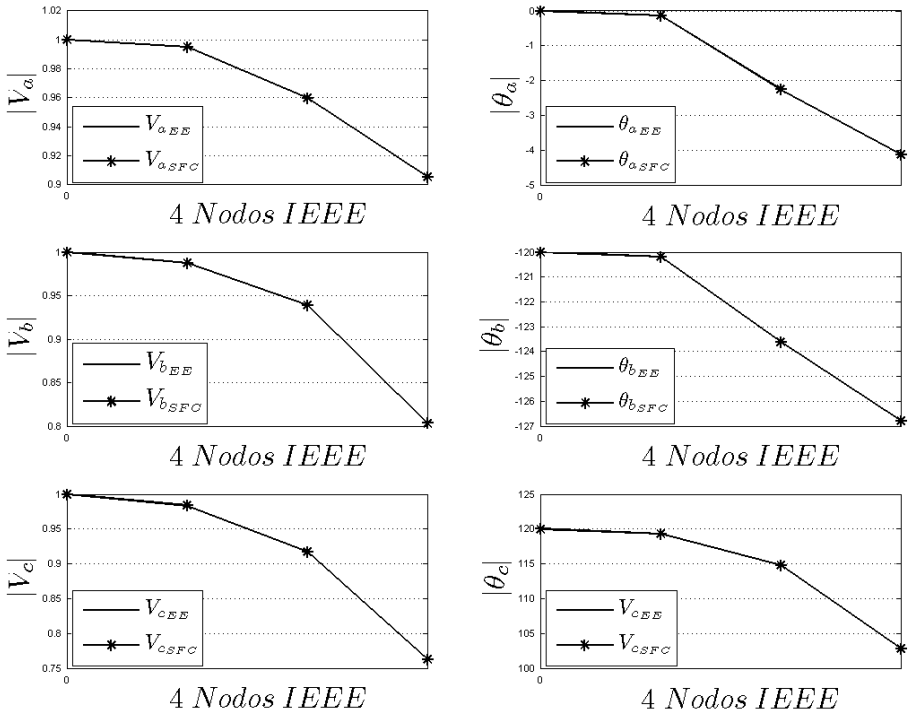

Figura 4.6. Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 4 nodos trifásica - método propuesto en esta tesis

Según como se denota en la gráfica 4.6 la solución del algoritmo de estimación de estado es coincidente con la proveniente del flujo de carga. Esto obedece a que los criterios de parada comparativos de las restricciones dentro de la resolución del algoritmo de optimización son las diferencias iterativas entre las tensiones, lo cual es similar al criterio de parada del algoritmo de flujo de carga radial. Los detalles numéricos de la solución se encuentran en la tabla B.9 perteneciente al anexo II.

El perfil de tensión obtenido con el algoritmo de estimación de estado basado en las ecuaciones de potencia ([3]) se encuentra en la siguiente gráfica 4.7

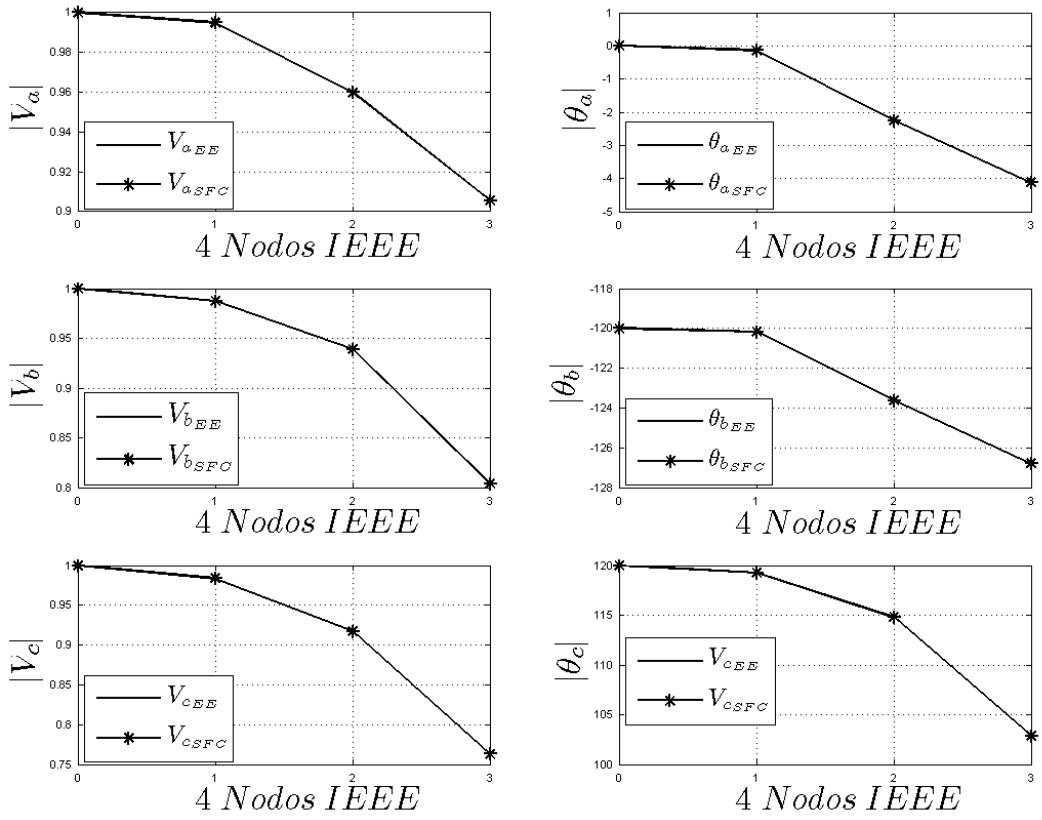

Figura 4.7. Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 4 nodos trifásica - Método de Potencias (Baran)

En la gráfica 4.7 las soluciones también son dentro de cierto rango coincidentes con las proveniente del flujo de carga. Los errores porcentuales y residuos de las variables de estado para ambos métodos de estimación se encuentran en la siguiente tabla:

residuo V_x	residuo V_y	error V_x	error V_y
1.1467E-08	2.3702E-07	1.1467E-06	0.0000E+00
1.1026E-05	6.5499E-06	2.2052E-03	7.5634E-04
1.1245E-05	5.9746E-06	2.2490E-03	6.8991E-04
2.5974E-06	4.2579E-06	2.6104E-04	1.7491E-01
6.3644E-06	4.5133E-06	1.2817E-03	5.2868E-04
9.9731E-07	2.4849E-05	2.0740E-04	2.8959E-03
3.2166E-06	2.5391E-06	3.3536E-04	6.7134E-03
8.8169E-06	2.5547E-05	1.6961E-03	3.2684E-03
5.4463E-05	9.0344E-05	1.4166E-02	1.0852E-02
5.7000E-05	8.8205E-05	6.3110E-03	1.3528E-01
1.0073E-04	2.0750E-04	2.0934E-02	3.2262E-02
4.8811E-04	4.3409E-04	2.8861E-01	5.8385E-02

Tabla 4.4. Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 4 nodos trifásica

El máximo error porcentual entre ambos métodos de estimación se encuentra en el orden de 10^{-1}. La justificación de los errores o residuos obtenidos en las variables de estado $\mathrm{V_x}$ y $\mathrm{V_y}$ mediante la aplicación de la metodología de estimación de estado propuesta en esta tesis y la formulación clásica, obedece a los ajustes de los criterios de parada que utiliza la función **fmincon** perteneciente al paquete computacional MATLAB ©. Sus criterios de parada son los siguientes:

1. Criterio *TolFun*: Indica la tolerancia a satisfacer de la función objetivo en la medida que numéricamente se está resolviendo, la cual viene por defecto dentro la función **fmincon** con un valor de 10^{-6}. De manera explicativa se tiene lo siguiente:

$$|F(\mathbf{x}^i) - F(\mathbf{x}^{i-1})| < TolFun$$

   El hiperíndice i, indica el numeral de la iteración

2. Criterio *TolX*: Indica la tolerancia a satisfacer de las variaciones del vector de estado $\mathbf{X} = [\mathbf{V_x}\ \mathbf{V_y}]$, la cual viene por defecto dentro la función **fmincon** con un valor de 10^{-10}. Es decir:

$$|\mathbf{x}^i| - |\mathbf{x}^{i-1}| < TolX$$

3. Criterio *TolCon*: Indica la tolerancia a satisfacer de las variaciones del vector de

restricciones de la función objetivo. Su valor por defecto es 10^{-6}

De manera genérica el planteamiento de ambos problemas de optimización (en su equivalente de secuencia positiva) es la siguiente:

- Método clásico:

$$\text{mín } f(x) \quad s.a. \quad h(\mathbf{x}) = 0 \tag{4.17}$$

- Metodología propuesta:

$$\text{mín } f(x) \quad s.a. \quad g(\mathbf{x}) = 0 \tag{4.18}$$

Las funciones objetivo $F(\mathbf{x})$ son idénticas en ambas formulaciones, es decir están compuestas por los vectores de errores cuadráticos ponderados. Por tanto las tolerancias especificadas en el parámetro *TolFun* son de igual magnitud en ambos métodos de estimación de estado. Sin embargo las ecuaciones matriciales que conforman las restricciones $h(\mathbf{x}) = 0$ y $g(\mathbf{x}) = 0$ son diferentes. La función $h(\mathbf{x}) = 0$ se constituye de las potencias nodales inyectadas y de los flujos de potencia, ambas en función de las variables de estado de la red. En cambio, la función $g(\mathbf{x}) = 0$ proviene de las ecuaciones concernientes a la aplicación directa de las Leyes de *Kirchoff*, en las cuales las corrientes inyectadas se establecen como función de la potencia aparente inyectada y de las variables de estado (es decir en concordancia con la publicación [1]). Por ende el parámetro *TolCon*, referente a la tolerancia máxima permisible de violación de las restricciones $h(\mathbf{x}) = 0$ y $g(\mathbf{x}) = 0$ al poseer un ajuste idéntico producen soluciones diferentes, es decir las variables de estado estimadas mediante la metodología de estimación de estado clásica y la propuesta en este trabajo de tesis son diferentes ó presentan un máximo error porcentual considerable. Esto es con motivo que las ecuaciones pertenecientes a $h(\mathbf{x}) = 0$ poseen una formulación basada en la comparación iterativa de los flujos en inyecciones de potencia y la función $g(\mathbf{x}) = 0$, es a través del cálculo iterativo de las tensiones y ángulos de la red, es decir:

$$|h(\mathbf{x}^{i+1}) - h(\mathbf{x}^{i})| \leq \mathbf{TolCon} \tag{4.19a}$$

$$|g(\mathbf{x}^{i+1}) - g(\mathbf{x}^{i})| \leq \mathbf{TolCon} \tag{4.19b}$$

De manera específica las funciones vectoriales que componen la ecuación 4.19a es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}^k - \mathbf{P_i}^{k+1} \\ \mathbf{Q}^k - \mathbf{Q_i}^{k+1} \\ \mathbf{P_{ij}}^k - \mathbf{P_{ij}}^{k+1} \\ \mathbf{Q_{ij}}^k - \mathbf{Q_{ij}}^{k+1} \end{bmatrix} \leq \mathbf{TolCon} \tag{4.20}$$

Para 4.19b las funciones vectoriales son:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V_x}^k - \mathbf{V_x}^{k+1} \\ \mathbf{V_y}^k - \mathbf{V_y}^{k+1} \\ \mathbf{J_x}^k - \mathbf{J_x}^{k+1} \\ \mathbf{J_y}^k - \mathbf{J_y}^{k+1} \end{bmatrix} \leq \mathbf{TolCon} \tag{4.21}$$

Por tanto con el objetivo de justificar el argumento anterior se presentan los resultados correspondientes a la resolución del problema de optimización en un rango de tolerancias especificadas para las restricciones $h(\mathbf{x}) = 0$ y $g(\mathbf{x}) = 0$.

El experimento cosiste en efectuar el cómputo de las pérdidas $\triangle P_{abc}$ y $\triangle Q_{abc}$ para diferentes valores del parámetro *TolCon* utilizando ambas metodologías de estimación de estado, de manera que se calcule consecutivamente su diferencia. Los resultados obtenidos se exponen en los siguientes despliegues gráficos:

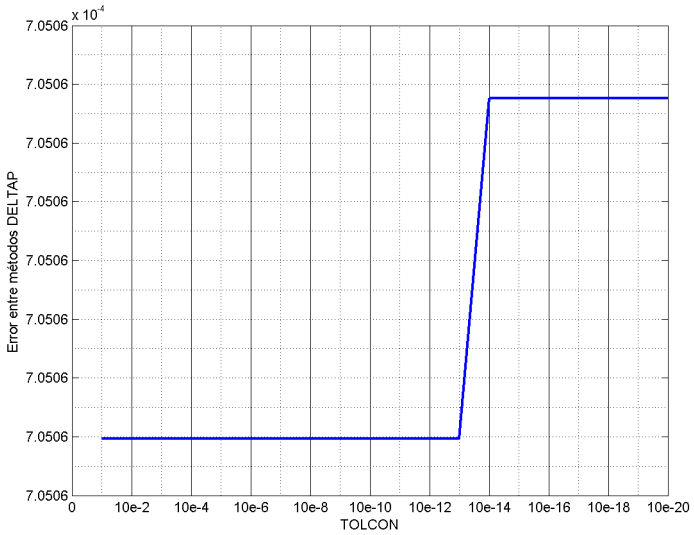

Figura 4.8. Diferencia de $\triangle \mathbf{P_{abc}}$ entre ambos métodos, red 4 nodos

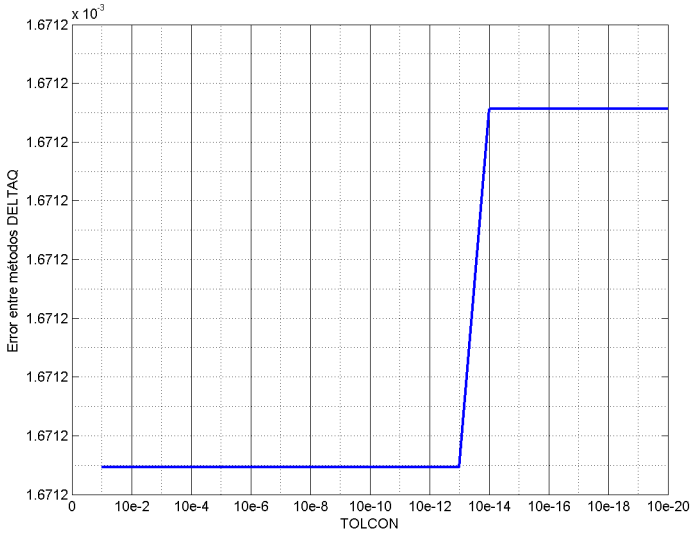

Figura 4.9. Diferencia de $\triangle \mathbf{Q_{abc}}$ entre ambos métodos, red 4 nodos

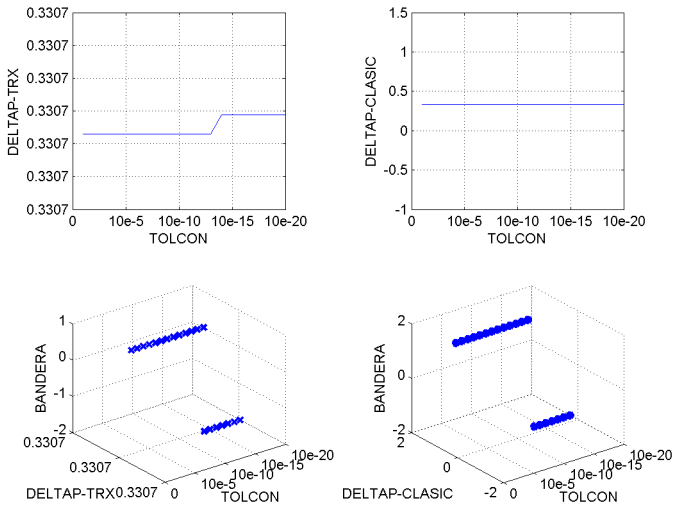

Figura 4.10. Pérdidas $\triangle \mathbf{P_{abc}}$ y banderas de salida, red 4 nodos

En las gráficas 4.8 y 4.9 se exponen las variaciones de las pérdidas activas y reactivas en función del parámetro **TolCon**. Cabe agregar que se escogió como variable comparativa a las pérdidas debido a que éstas engloban tanto las variables de estado como las de control pertenecientes al problema de optimización.

La diferencia entre las pérdidas $\triangle P_{abcTRX} - \triangle P_{abcCLASIC}$ se encuentran en el orden de 10^{-4}, con la particularidad que a partir 10^{-13} las banderas de salida del algoritmo son negativas, es decir no convergen. Esto se denota también en la gráfica 4.10. Por tanto con este análisis de sensiblidad sobre el criterio de tolerancia permisible de ambos problemas de optimización se demuestra que existen soluciones diferentes al problema de estimación de estado, debido a la diferencia consecuente en el cálculo el de las pérdidas activas y reactivas sujetas a las variaciones en las tolerancias de las restricciones intrínsicas en ambas metodologías de estimación de estado, basadas en comparación de tensiones y potencias inyectadas respectivamente.

Retomando la discusión de resultados las energías netas, factores de potencia y corrientes de rama se especifican en el anexo III, referenciados en tablas de la siguiente manera:

Medida / Pseudomedida	Significado	Tabla
$\mathbf{\lvert V_{abc-0}\rvert^m}$	Tensiónes	B.9
$\mathbf{W_{abc}}^{\mathbf{m}}$	Energía	B.10
$\mathbf{fp_{abc}}^{\mathbf{m}}$	Factor de Potencia	B.11
$\mathbf{J_{abc-01}}^{\mathbf{m}}$	Corriente de rama	B.12

Tabla 4.5. Red de 4 nodos trifásica- Tabla de ubicación

4.1.2.2. Análisis de Observabilidad

De manera análoga a la tabla ilustrativa 4.3, la dimensión de las restricciones del problema de optimización se presenta la siguiente tabla:

Método	Restricción	Dimensión
Propuesto en esta tesis	$g(\mathbf{x}) = 0$	24
Potencia	$h(\mathbf{x}) = 0$	27

Tabla 4.6. Comparación entre restricciones para la red IEEE de 4 nodos trifásica

La justificación de los valores expuestos en la tabla 4.6 es la siguiente:

El vector de variables de estado $\mathbf{x_{abc}}$ es el siguiente:

$$\mathbf{x_{abc}} = \begin{bmatrix} \mathbf{V_{abc-x-0}} \\ \mathbf{V_{abc-y-0}} \\ \mathbf{V_{abc-x-1}} \\ \mathbf{V_{abc-y-1}} \\ \mathbf{V_{abc-x-2}} \\ \mathbf{V_{abc-y-2}} \\ \mathbf{V_{abc-x-3}} \\ \mathbf{V_{abc-y-3}} \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

El vector $\mathbf{V_{abc-y-0}}$ el cual constituye la referencia en el eje en cuadratura tiene por valores:

$$\mathbf{V_{abc-y-0}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin(\frac{\pi}{3}) \\ \sin(\frac{\pi}{3}) \end{bmatrix} \tag{4.23}$$

El vector de mediciones $\psi_{\mathbf{abc}}$ e inyecciones nulas $\zeta_{\mathbf{abc}}$ de acuerdo a la metodología de Estimación de Estado propuesta en esta Tesis son:

$$\psi_{\mathbf{abc}} = \begin{bmatrix} |\mathbf{V_{abc-0}}^{\mathbf{m}}| \\ |\mathbf{J_{abc-01}}^{\mathbf{m}}| \\ \mathbf{fp_{abc-01}}^{\mathbf{m}} \\ \mathbf{W_{abc-3}}^{\mathbf{m}} \\ \mathbf{fp_{abc-3}}^{\mathbf{m}} \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

Las energías inyectadas nulas y factores de potencia nulos por fase se representan como:

$$\zeta_{\mathbf{abc}} = \begin{bmatrix} \mathbf{W_{abc-1}}^{\mathbf{m}} \\ \mathbf{W_{abc-2}}^{\mathbf{m}} \\ \mathbf{fp_{abc-1}}^{\mathbf{m}} \\ \mathbf{fp_{abc-2}}^{\mathbf{m}} \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

Por tanto las restricciones del problema de optimización según la metodología de Estimación de Estado propuesta en esta tesis se denotan como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V_{abc-x-1}} \\ \mathbf{V_{abc-x-2}} \\ \mathbf{V_{abc-x-3}} \\ \mathbf{V_{abc-y-1}} \\ \mathbf{V_{abc-y-2}} \\ \mathbf{V_{abc-y-3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V_{abc-x-0}} \\ \mathbf{V_{abc-x-0}} \\ \mathbf{V_{abc-x-0}} \\ \mathbf{V_{abc-y-0}} \\ \mathbf{V_{abc-y-0}} \\ \mathbf{V_{abc-y-0}} \end{bmatrix} + \mathbf{TRX_{abc}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I_{abc-x-1}} \\ \mathbf{I_{abc-x-2}} \\ \mathbf{I_{abc-x-3}} \\ \mathbf{I_{abc-y-1}} \\ \mathbf{I_{abc-y-2}} \\ \mathbf{I_{abc-y-3}} \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

$$\mathbf{J_{abc-x-01}} = -\mathbf{I_{abc-x-3}} \tag{4.27a}$$
$$\mathbf{J_{abc-y-01}} = -\mathbf{I_{abc-y-3}} \tag{4.27b}$$

$$|V_{a-0}| = \sqrt{(V_{a-x-0})^2 + (V_{a-y-0})^2} \tag{4.28a}$$
$$|V_{b-0}| = \sqrt{(V_{b-x-0})^2 + (V_{b-y-0})^2} \tag{4.28b}$$
$$|V_{c-0}| = \sqrt{(V_{c-x-0})^2 + (V_{c-y-0})^2} \tag{4.28c}$$

El número total de ecuaciones en los sistemas 4.26 , 4.27a, 4.27b, 4.28a, 4.28b y 4.28c es **27**, y el número de variables de estado $\mathbf{x_{abc}}$ es **21**; por tanto la red es observable.

Para el caso de la metodología de Estimación de Estado basada en las ecuaciones de potencia [3]; el vector de mediciones se define como:

$$\mathbf{z_{abc}} = \begin{bmatrix} |\mathbf{V_{abc-0}}| \\ \mathbf{P_{abc-01}} \\ \mathbf{Q_{abc-01}} \\ \mathbf{P_{abc-1}} \\ \mathbf{P_{abc-2}} \\ \mathbf{P_{abc-3}} \\ \mathbf{Q_{abc-1}} \\ \mathbf{Q_{abc-2}} \\ \mathbf{Q_{abc-3}} \end{bmatrix} \tag{4.29}$$

El número de ecuaiones no lineales que constituyen el vector $\mathbf{z_{abc}}$ es 27, por tanto tomando en cuenta que el número de variables de estado $\mathbf{x_{abc}}$ es 21, el problema cumple la condición de observabilidad.

4.1.2.3. Análisis de Monte Carlo

Los resultados obtenidos denotan se manera similar al caso de secuencia positiva, una dependencia lineal entre las varianzas iniciales y las resultantes en el consecutivo proceso de optimización. Dicha característica es consecuencia del cumplimiento del teorema del límite central durante cada iteración del experimento, y además es congruente con la teoría de mínimos cuadrados en la cual los errores resultantes del ajuste cuadrático tienen una característica del tipo normal. Los resultados obtenidos para las energías en las fases a, b y c se exponen en los siguientes despliegues gráficos:

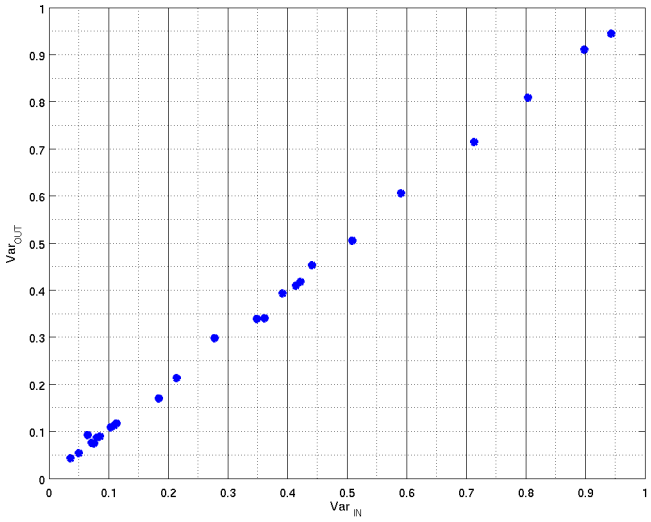

Figura 4.11. Relación entre las varianzas a la entrada y a la salida de las energías en la fase a

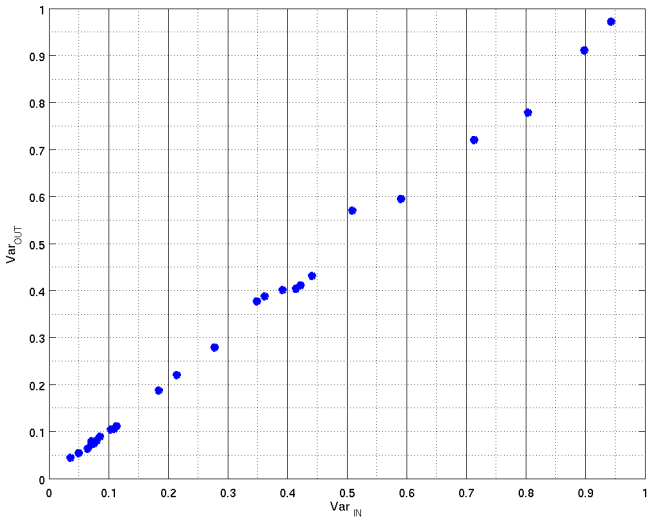

Figura 4.12. Relación entre las varianzas a la entrada y a la salida de las energías en la fase b

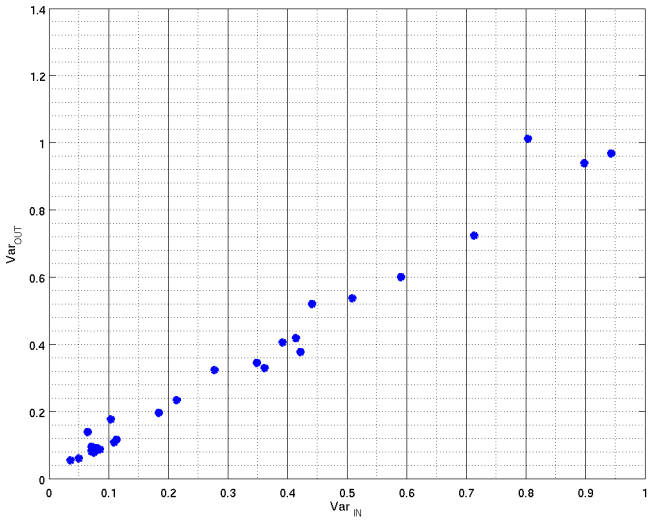

Figura 4.13. Relación entre las varianzas a la entrada y a la salida de las energías en la fase c

4.2. Caso 37 Nodos

4.2.1. Red de Secuencia Positiva

4.2.1.1. Tensiones y Ángulos

Los despliegues gráficos de los perfiles de tensiones y ángulos con ambas metodologías de estimación de estado se exponen a continuación:

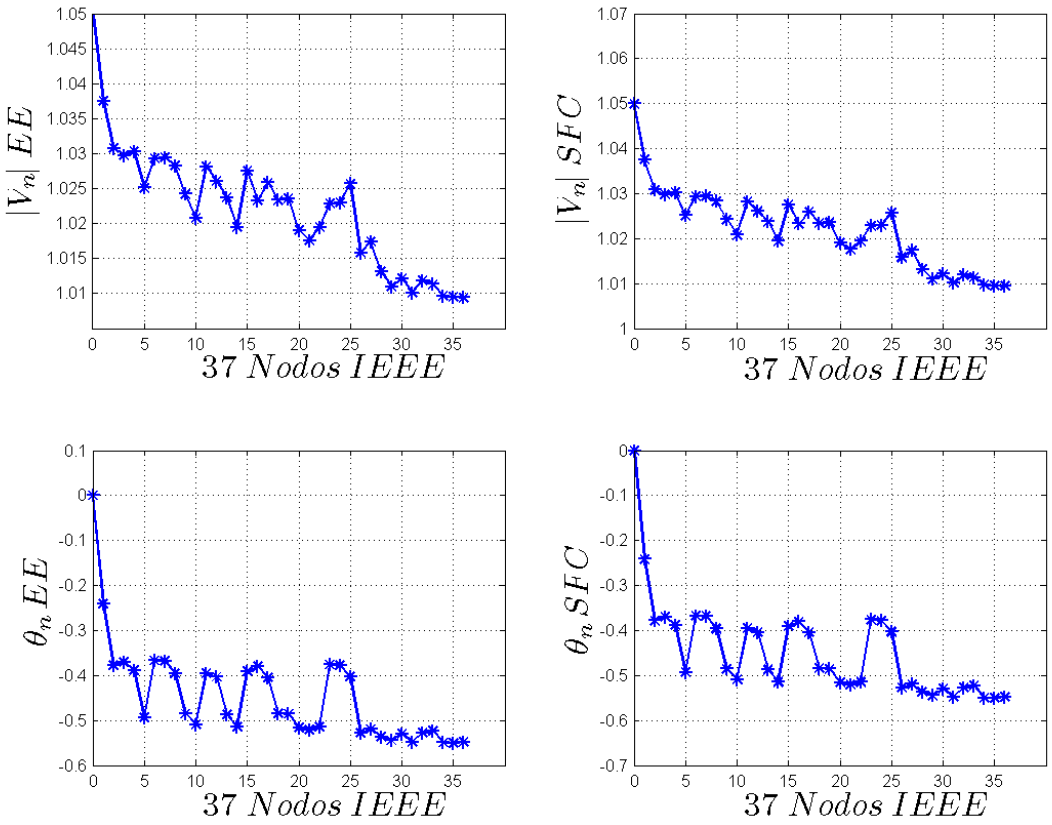

Figura 4.14. Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 37 nodos - Método Propuesto

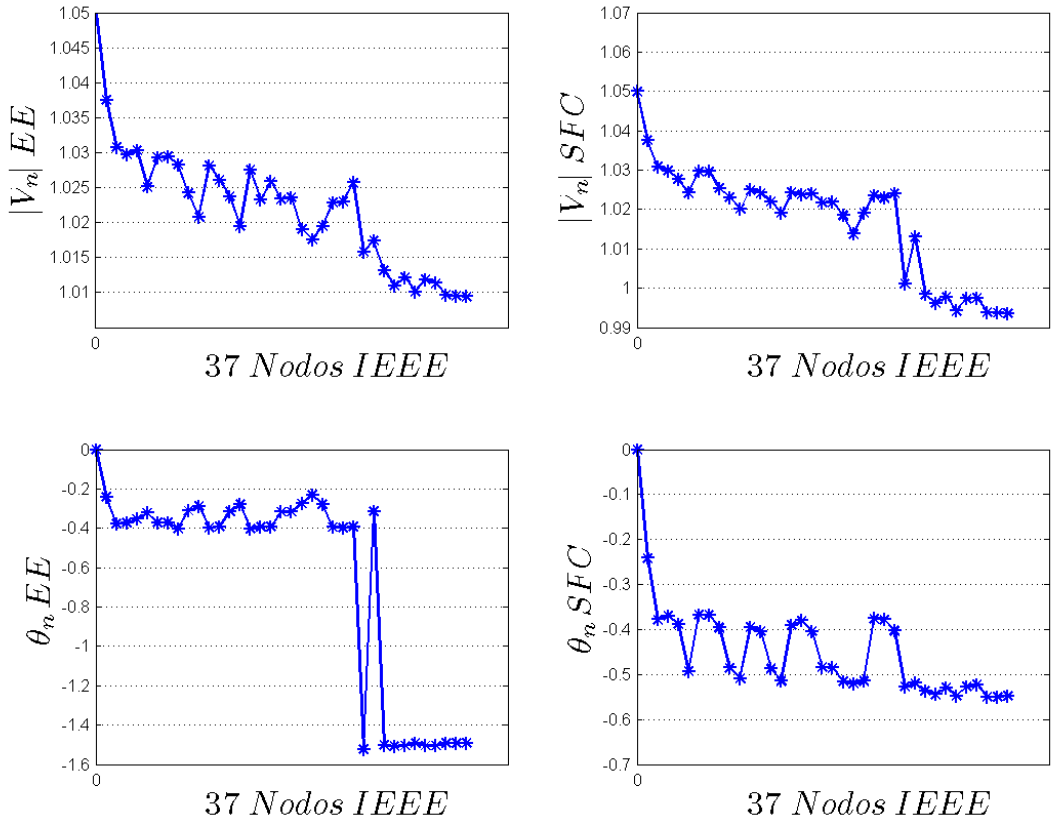

Figura 4.15. Variables de Estado Estimadas red *IEEE* de 37 nodos - Método de basado en ecuaciones de potencia

Los errores y residuos consecuentes a la aplicación de ambas metodologías se encuentran en el anexo III tabla C.8. La tendencia de los errores y residuos es incremental; esto es directamente consecuencia de la formulación de las restricciones concernientes a ambos problemas de optimización. Las variaciones en el cálculo de las pérdidas activas y reactivas para ambas metodologías de estimación de estado en función de la tolerancia de las restricciones, se denotan en las gráficas 4.16 y 4.17. La comparación de los cálculos de las pérdidas a través de ambos métodos, junto a las banderas de salida se encuentran en la gráfica 4.18.

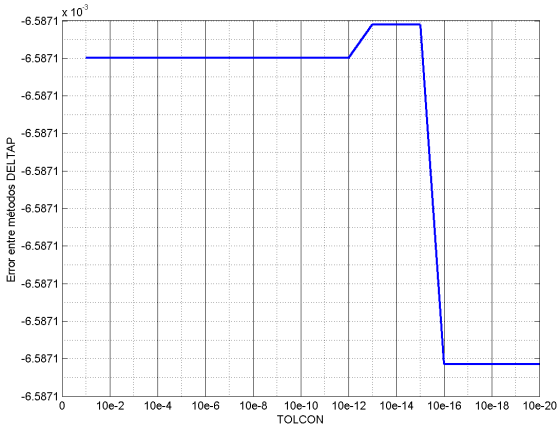

Figura 4.16. Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{P}$ para ambas metodologías - 37 nodos

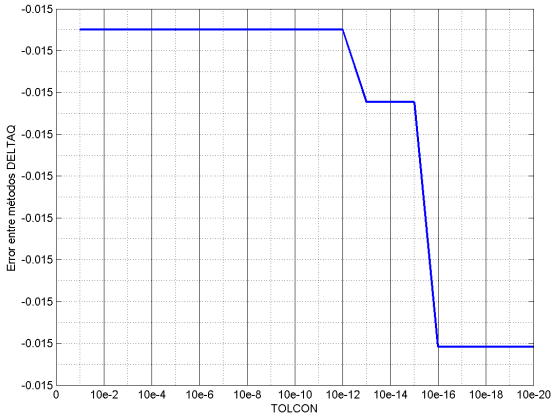

Figura 4.17. Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{Q}$ para ambas metodologías - 37 nodos

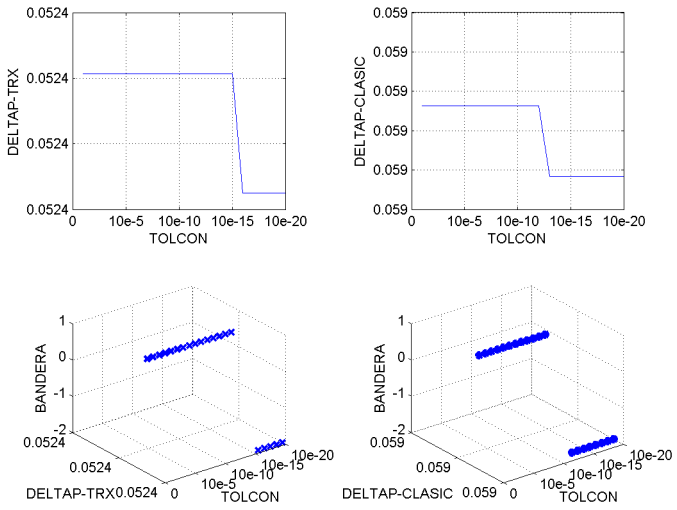

Figura 4.18. Pérdidas $\triangle\mathbf{P}$ y banderas de salida - 37 nodos

La diferencia entre el cálculo de pérdidas por medio de ambas metodologías se encuentra en el orden de 10^{-2} tal como se demuestra con la gráfica 4.18 la cual con respecto a la red IEEE de 4 nodos en su equivalente trifásico es más acentuado. Derivado de este hecho, las diferencias entre las variables de estado en ambas metodologías de estimación de estado son sustanciales.

Las energías inyectadas, factores de potencia y corrientes de línea se encuentran en el anexo III, según la siguiente ubicación:

Medida / Pseudomedida	Significado	Tabla	Gráfica
$\mathbf{\lvert V_0{}^m \rvert}$	Tensiónes	C.1	No aplica
$\mathbf{W^m}$	Energía	C.2	C.1
$\mathbf{fp^m}$	Factor de Potencia	C.3	C.1
$\mathbf{J_{01}{}^m}$	Corriente de rama	C.4	No aplica

Tabla 4.7. Red de 37 nodos secuencia positiva - Tabla de ubicación

4.2.1.2. Análisis de Observabilidad

En la siguiente tabla resumen se encuentran las dimensiones de las restricciones para ambos problemas de optimización.

Método	Restricción	Dimensión
Propuesto	$g(\mathbf{x})$	75
Potencia	$h(\mathbf{x})$	75

Tabla 4.8. Comparación entre restricciones para la red IEEE de 37 nodos

Dado que el número de variables de estado $\mathbf{x}$ para esta red es 73, ambas dimensiones de las restricciones $g(\mathbf{x})$ y $h(\mathbf{x})$ satisfacen el requerimiento de observabilidad, según lo expuesto en la tabla 4.8.

4.2.2. Equivalente Trifásico

4.2.2.1. Tensiones y Ángulos

Los despliegues gráficos de los perfiles de tensiones y ángulos con ambas metodologías de estimación de estado se exponen a continuación:

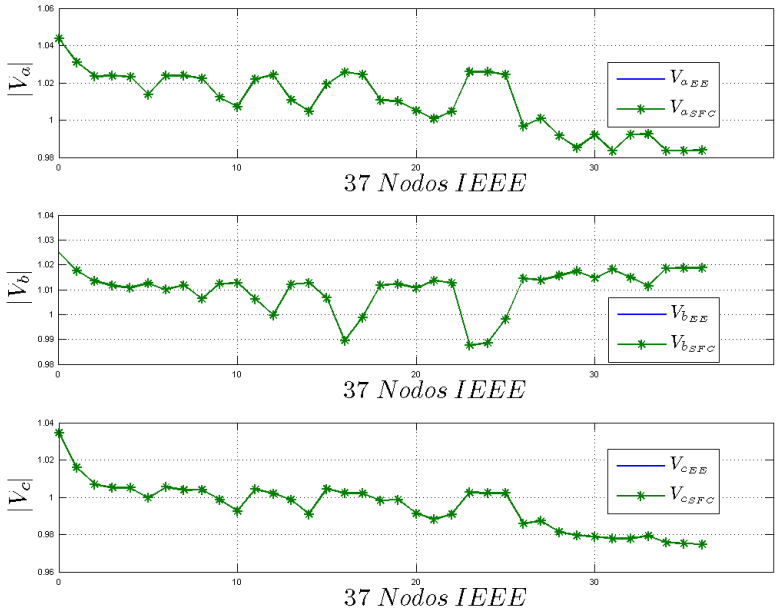

Figura 4.19. Módulos de Tensiones Estimadas red $IEEE$ de 37 nodos trifásico - Método propuesto

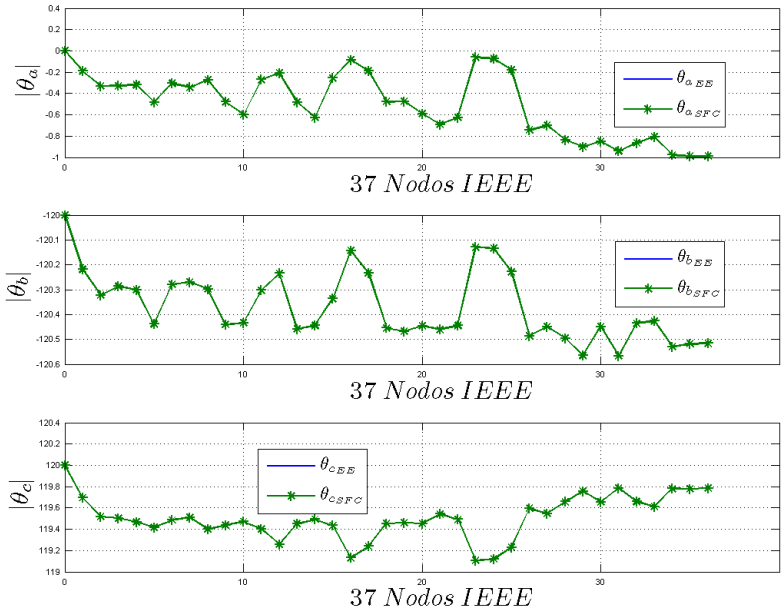

Figura 4.20. Ángulos Estimados red $IEEE$ de 37 nodos trifásico - Método propuesto

Según las gráficas 4.19 y 4.20 las variables de estado estimadas coinciden con la proveniente solución del flujo de carga. Los errores y residuos consecuentes a la aplicación de ambas metodologías se encuentran en el anexo III tabla C.13.

Los resultados de las energías, factores de potencia y corrientes de rama se muestran con su respectiva ubicación en la siguiente tabla:

Medida / Pseudomedida	Significado	Tabla	Gráfica
$\mathbf{\lvert V_{abc-0}\rvert}^{\mathbf{m}}$	Tensiónes	C.9	No aplica
$\mathbf{W_{abc}}^{\mathbf{m}}$	Energía	C.10	C.2
$\mathbf{fp_{abc}}^{\mathbf{m}}$	Factor de Potencia	C.11	C.3
$\mathbf{J_{abc-01}}^{\mathbf{m}}$	Corriente de rama	C.12	No aplica

Tabla 4.9. Red de 37 nodos trifásica - Tabla de ubicación

Con la metodología basada en las ecuaciones de potencia los resultados obtenidos se encuentran en las gráficas 4.21 y 4.22.

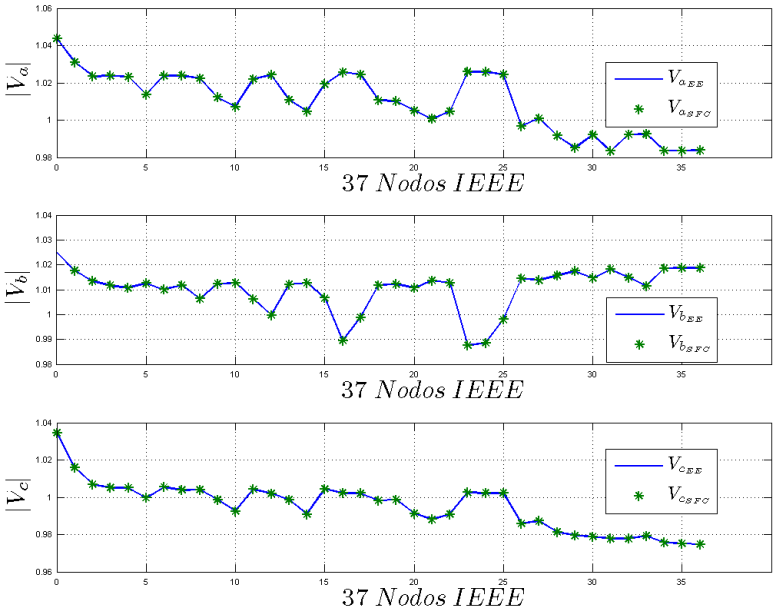

Figura 4.21. Módulos de Tensiones Estimadas red $IEEE$ de 37 nodos trifásico - Método basado en ecuaciones de potencia

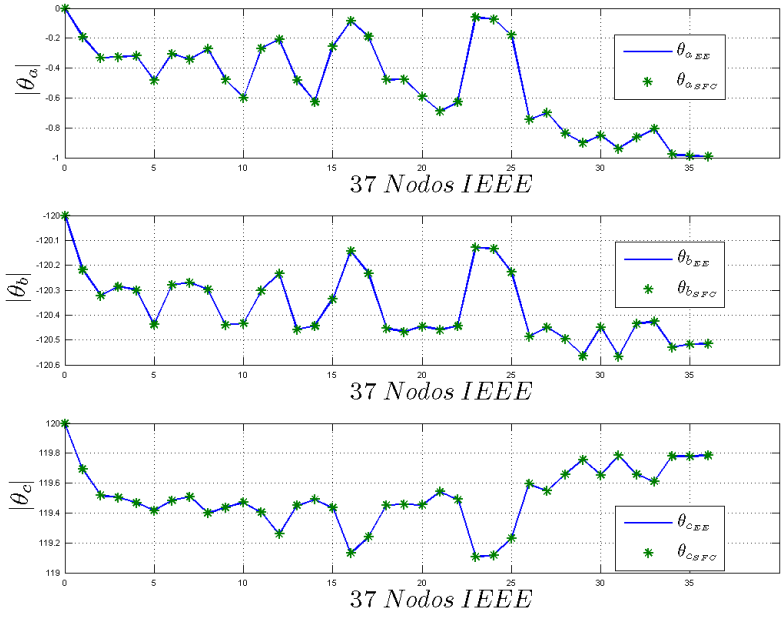

Figura 4.22. Ángulos Estimados red $IEEE$ de 37 nodos trifásico - Método basado en ecuaciones de potencia

Las diferencias entre los cálculos de las pérdidas en función de las tolerancias para las restricciones en ambos métodos de estimación de estado se encuentran en el orden de 10^{-7}. Es decir para este caso, las soluciones de las variables de estado convergen en términos prácticos a la misma solución (4.21 y 4.22) y de manera independiente a los diferentes rangos de tolerancia. Esto se denota en las gráficas C.4, C.5 y C.6 pertenecientes al anexo III.

4.2.2.2. Análisis de Observabilidad

En la siguiente tabla resumen se encuentran las dimensiones de las restricciones para ambos problemas de optimización.

Método	Restricción	Dimensión
Método Propuesto	$g(\mathbf{x})$	225
Potencia	$h(\mathbf{x})$	225

Tabla 4.10. Comparación entre restricciones para la red IEEE de 37 nodos trifásico

Dado que el número de variables de estado $\mathbf{x_{abc}}$ para esta red es 219, ambas dimensiones de las restricciones $g(\mathbf{x})$ y $h(\mathbf{x})$ satisfacen el requerimiento de observabilidad, según lo expuesto en la tabla 4.10.

4.3. Caso 123 Nodos

4.3.1. Red de Secuencia Positiva

4.3.1.1. Tensiones y Ángulos

Los despliegues gráficos de los perfiles de tensiones y ángulos con ambas metodologías de estimación de estado se exponen a continuación:

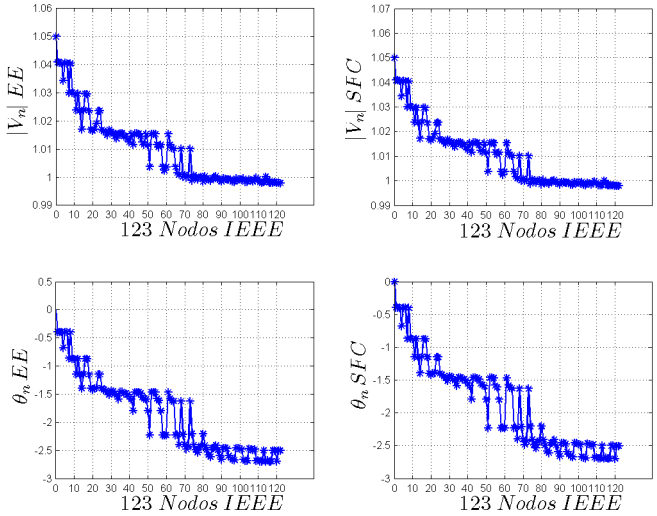

Figura 4.23. Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 123 nodos - Método Propuesto

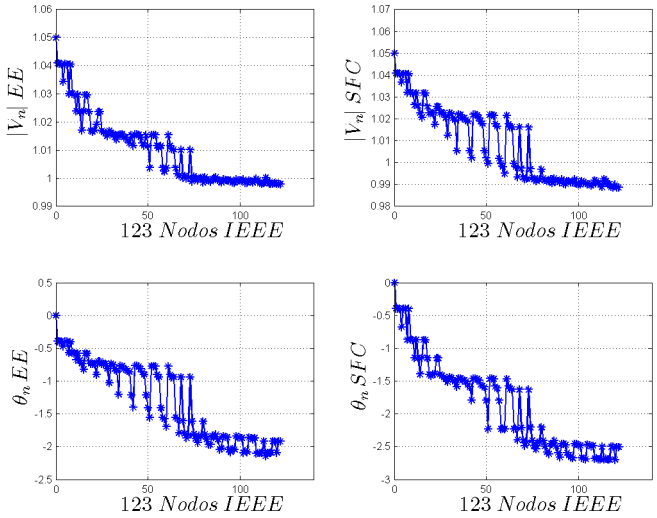

Figura 4.24. Variables de Estado Estimadas red $IEEE$ de 123 nodos - Método de basado en ecuaciones de potencia

En correspondencia con las gráficas 4.23 y 4.23 existen diferencias entre las variables de estado estimadas por medio de ambos métodos. De igual manera que en los casos anteriores la diferencia entre las pérdidas activas y reactivas calculadas efectuando variaciones sobre el parámetro TolCon se encuentran en el anexo IV con ubicación D.3, D.4 y D.5. Según dichas

representaciones gráficas las diferencias entre los cálculos de las pérdidas se encuentran en el orden de 10^{-2}. Además los errores y residuos entre ambos métodos de estimación se ubican en la tabla D.8.

Las tablas con los resultados del estimador de estado propuesto en esta tesis, se encuentran en el anexo IV, según la ubicación especificada a continuación:

Medida / Pseudomedida	Significado	Tabla	Gráfica
$\mathbf{\lvert V_0 \rvert^m}$	Tensiónes	D.1	No aplica
$\mathbf{W^m}$	Energía	D.2	D.1
$\mathbf{fp^m}$	Factor de Potencia	D.3	D.1
$\mathbf{J_{01}{}^m}$	Corriente de rama	D.4	No aplica

Tabla 4.11. Red de 123 nodos - Tabla de ubicación

4.3.1.2. Análisis de Observabilidad

Método	Restricción	Dimensión
Propuesto	$g(\mathbf{x})$	247
Potencia	$h(\mathbf{x})$	247

Tabla 4.12. Comparación entre restricciones para la red IEEE de 123 nodos

El número de variables de estado $\mathbf{x}$ que conforman este problema es 245 , y la dimensión de las restricciones $g(\mathbf{x})$ y $h(\mathbf{x})$ son respectivamente 247 y 247 respectivamente, es decir se cumple el requerimiento de observabilidad.

4.3.2. Equivalente Trifásico

4.3.2.1. Tensiones y Ángulos

Los resultados obtenidos por medio de aplicación de ambas metodologías de estimación de estado son las siguientes:

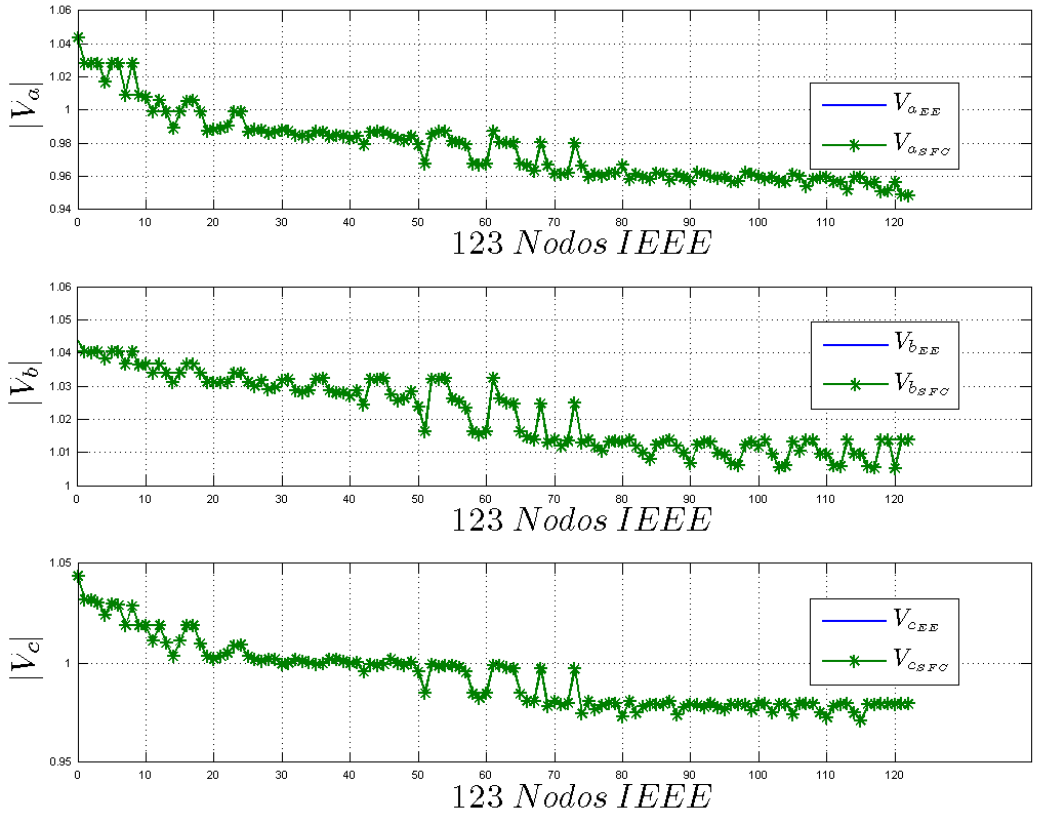

Figura 4.25. Módulos de Tensiones Estimadas red $IEEE$ de 123 nodos trifásico - Método Propuesto

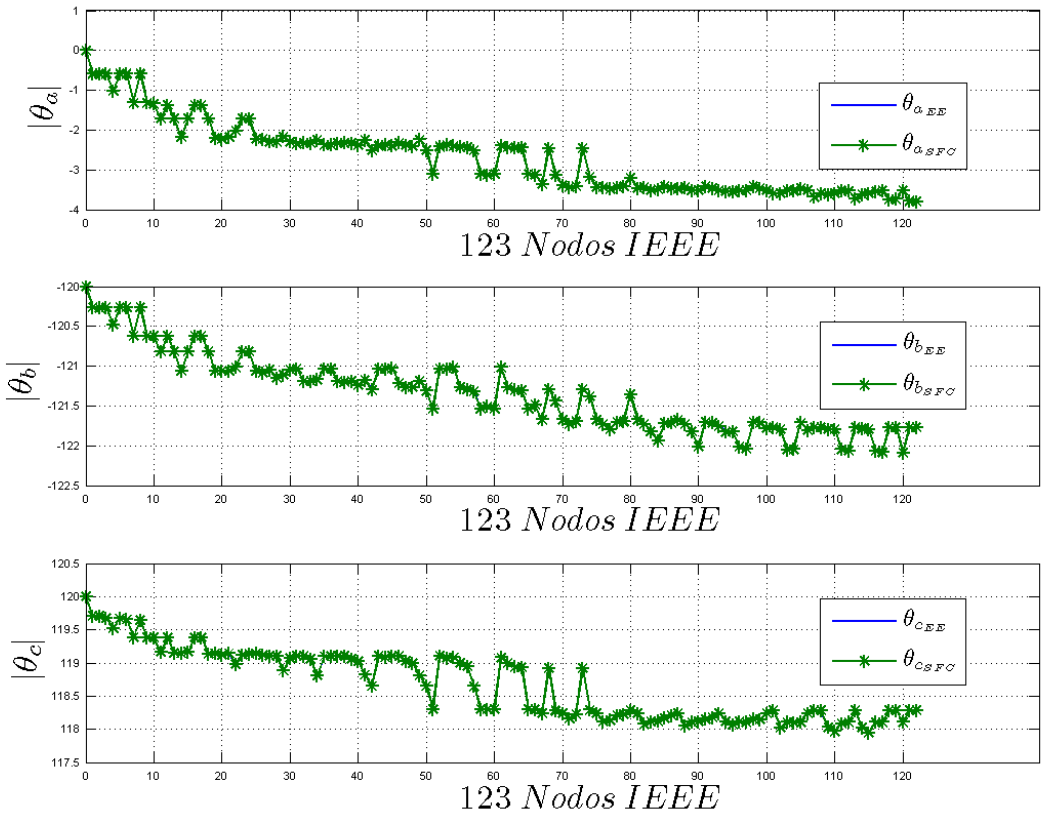

Figura 4.26. Ángulos Estimados red $IEEE$ de 123 nodos trifásico - Método Propuesto

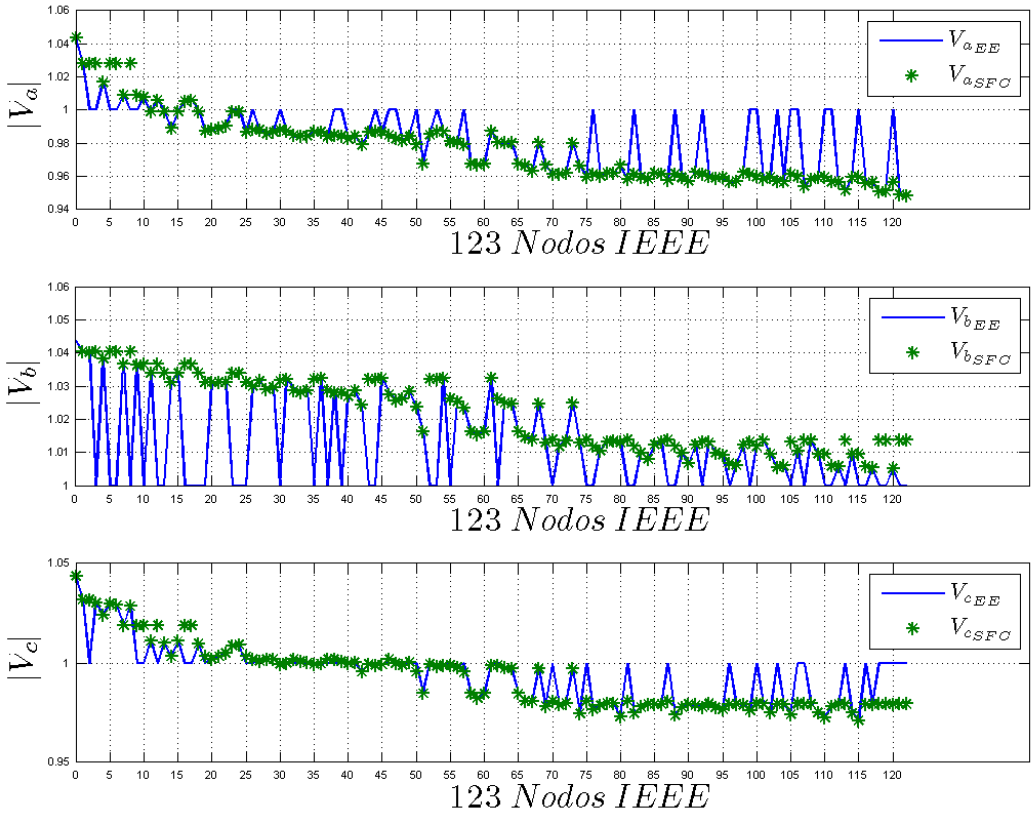

Figura 4.27. Módulos de Tensiones Estimadas red $IEEE$ de 123 nodos trifásico - Método basado en ecuaciones de potencia

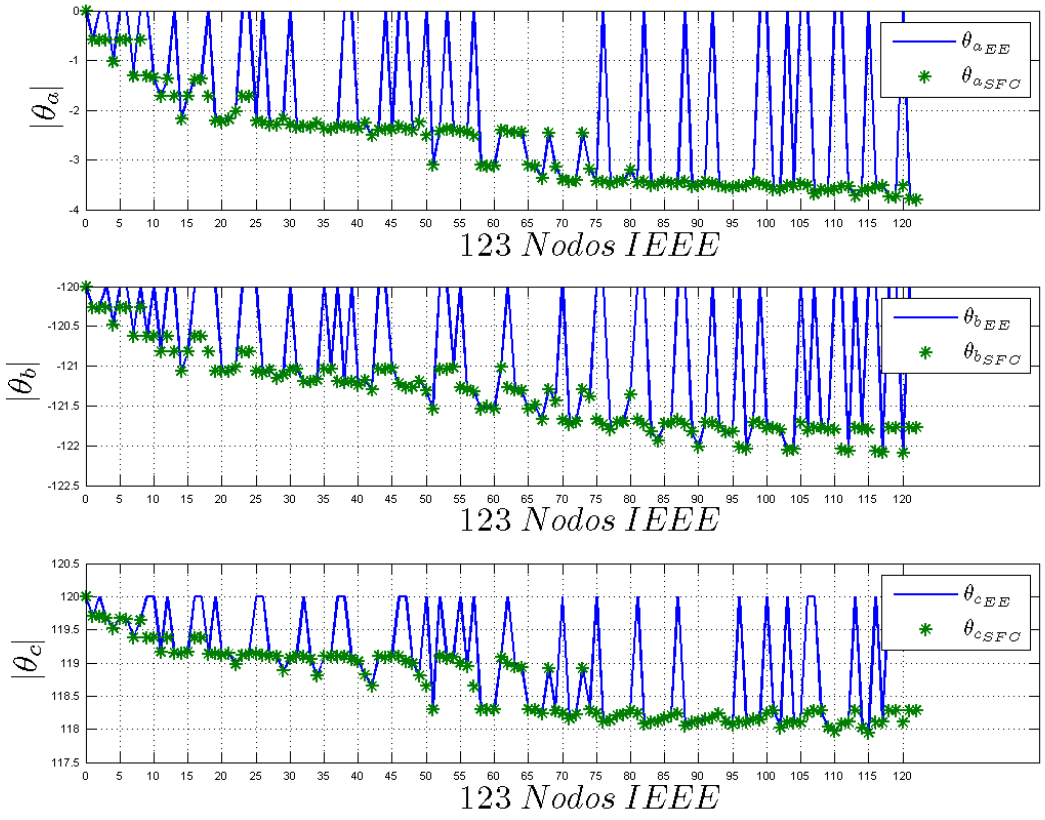

Figura 4.28. Ángulos Estimados red *IEEE* de 123 nodos trifásico - Método basado en ecuaciones de potencia

Según las gráficas 4.25 y 4.26 las variables de estado estimadas coinciden con la solución de flujo de carga. Sin embargo al efectuar la comparación con el modelo de estimador de estado fundamentado en las ecuaciones de potencia (ver representaciones 4.27 y 4.28) se obtienen diferencias particulares que además de ser consecuencia de los criterios de parada de las restricciones, tienen también su origen en la topología intrínsica del modelo, el cual según [65] es desequilibrado tanto en potencia asignada por fase, como en configuraciones de tramos de línea. Los residuos y errores entre ambas metodologías se encuentran en el anexo IV D.16

El orden del error al efectuar las simulaciones de cálculo de pérdidas asumiendo diferentes tolerancias tiene por valor 10^{-6}. Las gráficas representativas se encuentran en el anexo IV, D.6, D.7 y D.8.

Las tablas con los resultados del estimador de estado propuesto en esta tesis, se encuentran en el anexo IV, según la ubicación especificada a continuación:

Medida / Pseudomedida	Significado	Tabla	Gráfica
$\mathbf{\lvert V_{abc-0}\rvert^m}$	Tensiones	D.9	No aplica
$\mathbf{W^m}$	Energía	D.10	D.2
$\mathbf{fp^m}$	Factor de Potencia	D.11	D.2
$\mathbf{J_{01}}^{\mathbf{m}}$	Corriente de rama	D.12	No aplica

Tabla 4.13. Red de 123 nodos trifásica - Tabla de ubicación

4.3.2.2. Análisis de Observabilidad

Método	Restricción	Dimensión
Método Propuesto	$g(\mathbf{x})$	741
Potencia	$h(\mathbf{x})$	741

Tabla 4.14. Comparación entre restricciones para la red IEEE de 123 nodos trifásica

El número de variables de estado $\mathbf{x_{abc}}$ que conforman este problema es 735 , y la dimensión de las restricciones $g(\mathbf{x})$ y $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ son respectivamente 741 y 741 respectivamente, es decir se cumple el requerimiento de observabilidad.

Contexto Metodológico de Aportes desarrollados en esta Tesis

En esta sección se complementan las conclusiones expuestas anteriormente, presentando una tabla en la cual se resumen las metodologías de Estimación de Estado en Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica, por autor, escritura de las restricciones y vector de mediciones y/o pseudomediciones:

Autor	Metodología	Vector de Medidas/Pseudomedidas
Baran	Ecuaciones de Potencia [3]	Flujos de P. Potencias Inyec., Tensiones
De Oliveira P.	Ecuaciones de Tensiones [27]	Flujos de P, Potencias Inyec., Tensiones
Rojas Andrés	Ecuaciones de Tensiones [1]	Corrientes de Rama, Energía, Tensiones

Tabla 4.15. Contexto de Aportes Metodológicos

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este capítulo se presentan las contribuciones principales, resultantes de aplicación exitosa de la metodología propuesta en este trabajo de tesis, a las redes de prueba de la IEEE de 4, 37 y 123 en sus equivalentes de secuencia positiva y trifásico. Finalmente se nombran una serie de recomendaciones para futuras líneas de investigación, relacionadas con este trabajo de tesis.

Las contribuciones principales son:

- En esta tesis se presentó una formulación novedosa del problema de EESDEE. Las ecuaciones que conforman el vector de restricciones de la función objetivo, se basan en la aplicación directa de las Leyes de Kirchoff escritas según la metodología desarrollada en [1] **utilizando como pseudomedidas las energías agregadas por punto de transformación en aquellos nodos de la red en los cuales se disponga de la relación cliente transformador**. Esto representa una diferencia con respecto a los modelos clásicos ([2] y [3]) donde se utilizan como restricciones las ecuaciones de potencias inyectadas y flujos de potencia en función de las variables de estado y también con respecto a la metodología expuesta en [27], la cual se fundamenta en un modelo de restricciones según [1] pero utilizando como medidas las inyecciones de potencia nodales

- La inclusión dentro del vector de medidas según la metodología propuesta, de la energía agregada por punto de transformación en aquellos nodos de la red en los cuales se disponga de la relación cliente transformador, representa una contribución única de alta envergadura en los que se refiere a la operación y planificación eficiente de los sistemas de distribución. Esto debido a que la información de medidas disponibles en las acometidas de baja tensión para los diferentes tipos de clientes, es la realizada por los contadores de energía u otros dispositivos inteligentes, la cual a través de un procesamiento estadístico de agregación de demanda hasta la media

tensión (donde se encuentra el protector de distribución), es factible conocer o aproximar su valor; y consecuentemente con la aplicación del algoritmo de EE se logra estimar con mayor precisión su valor, a su vez que se verifican las corrientes de rama en el circuito principal y posteriormente se efectúan estudios para la determinación de las pérdidas técnicas

- Otro aporte de este trabajo de tesis consiste en la definición de la condición de observabilidad para la aplicación de técnica de mínimo cuadrado. Es decir, la dimensión del vector de medidas y la dimensión del vector de inyecciones de potencias nulas, poseen un tratamiento por separado según se definió en 2.59. Esto representa un aporte considerable debido a que las inyecciones de potencia nula están directamente contenidas dentro del modelo que constituyen las restricciones (es decir son medidas virtuales con error cero) del problema de optimización, lo cual representa una diferencia con respecto a su tratamiento por medio de la metodología de EE expuesta por **Schweppe** en [2] y **Baran** [3], en donde las inyecciones de potencias nulas forman parte del vector de medidas y son congruentes con la resolución de ecuaciones no lineales de inyecciones de potencia y flujos de potencia, en función de la variables de estado

- El comportamiento estadístico del EE ante la entrada de vectores de medidas generados a partir de distribuciones de probabilidades del tipo normal, y considerando independencia entre ellas, produce también distribuciones de soluciones óptimas del tipo normal, en donde la relación entre las varianzas a la entrada y salida del proceso de optimización son lineales. Es decir, por medio de técnica de Monte Carlo se verificó el comportamiento estocástico del problema de EE, obteniendo como resultados las distribuciones de variables de estado, medidas y pseudomedidas estimadas, con un valor esperado consecuente con un escenario de condición de demanda máxima y varianzas pertenecientes a distribuciones del tipo normal. La tendencia lineal entre las varianzas generadas en las muestras de cada vector de medidas, y las resultantes con el proceso de optimización, obedece al cumplimiento en cada experimento del teorema del límite central basado en la ley de los grandes números, en la cual los fenómenos estocásticos tienden a medida que aumenta la muestra a ser gaussianos (propiedad estadística de los estimadores cuadráticos denominada **consistencia**) Finalmente la metodología propuesta constituye un problema de regresión no lineal multivariable del tipo **insesgado** [66], es decir que la diferencia entre la esperanza de las variables estimadas y su valor verdadero son nulos o están centrados, dada la naturaleza probabilística del tipo normal de la medidas y de la respuesta del proceso

de optimización, la cual fue validada mediante la aplicación de técnica de Monte Carlo aumentando el número de muestras (medidas) para diversos experimentos. Esto también posee relación con la propiedad **asintótica insesgada** del estimador cuadrático en el cual se establece lo siguiente [66]:

$$\lim_{n\to\infty} E(\widehat{\theta}) = \theta \tag{4.30}$$

Donde:

- n es el número de muestras del experimento
- E es la esperanza
- $\widehat{\theta}$ representan el conjunto de valores estimados
- θ es el valor verdadero

- La metodología de EE desarrollada en este trabajo de tesis representa un avance en cuanto a las técnicas de Asignación de Demanda (*Load Allocation*) utilizadas actualmente, las cuales se basan en aplicación de Factores de Capacidad, Flujo de Carga, entre otras

- Con la aplicación de ambas metodologías a las redes de prueba IEEE de 4, 37 y 123 nodos en sus equivalentes de secuencia positiva y trifásico, se obtuvieron resultados de las variables de estado estimadas relativamente similares. Las diferencias fueron consecuencia de los criterios de parada de ambos problemas de optimización, los cuales se basan en satisfacer tolerancias de tensiones (metodología propuesta) y potencias (metodología clásica). Es importante considerar que los resultados de las variables de estado estimadas provienen de la formulación de un vector de medidas y pseudomedidas coincidentes con los valores esperados, y además sus varianzas no poseen correlación y están asociadas a distribuciones de probabilidades del tipo normal

El conjunto de recomendaciones derivadas de este trabajo de tesis son:

- Extender la formulación de EESDEE desarrollada en esta tesis, utilizando los métodos de factores de asignación por punto de transformación, de manera que se elabore una herramienta para aplicación en *tiempo en real* con fines de supervisión y control de las redes de distribución

- Plantear y realizar un análisis correspondiente a detección de datos erróneos antes y después del proceso de EE (*plausibility analysis*)
- Incluir dentro del problema de optimización propuesto variables binarias, correspondientes a los estados de los interruptores u otros dispositivos pertenecientes a la red de distribución. De igual manera un análisis consecuente al Procesador Topológico de la Red, el cual tiene como función crear un modelo nodo - rama de la red en base al modelo estático (físico) y dinámico de la red (proveniente de las medidas análogas y digitales)
- Proponer una metodología para el tratamiento de sectores de la red no observables, denominadas islas eléctricas (energizadas o desenergizadas)
- Desarrollar un modelo estadístico para las energías nodales, basados en la distribución de Pearson de manera que utilizando simulación de Monte Carlo, se obtengan las distribuciones de probabilidades de las variables de estado y mediciones estimadas provenientes del algoritmo de EE propuesto. Otra metodología recomendada para el modelo de las energías, es la aplicación de técnicas Gaussianas Mixtas donde cualquier distribución de probabilidades puede ser descompuesta en varias del tipo normal. Una formulación extensa de este tipo se encuentra en [17]
- Elaborar un análisis de sensibilidad sobre la asignación de pesos del vector de medidas de manera que se obtengan espectros de soluciones óptimas.
- Ejecutar la prueba χ^2 (chi cuadrado) de manera que se verifiquen la calidad y verosimilitud de las variables estimadas mediante la metodología de EE propuesta en esta tesis

BIBLIOGRAFÍA

[1] P.M. De Oliveira-De Jesus, M.A. Alvarez, and J.M. Yusta. Distribution power flow method based on a real quasi-symmetric matrix. *Electric Power Systems Research*, 95:148 – 159, 2013.

[2] F. C. Schweppe and J. Wildes. Power system static-state estimation, part i: Exact model. *Power Systems, IEEE Transactions on*, (1):120–125, 1970.

[3] M. E. Baran and A. W. Kelley. State estimation for real-time monitoring of distribution systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 9(3):1601–1609, 1994.

[4] IEA. World energy outlook 2012: In-depth study on energy-efficiency. Technical report, IEA, 2012.

[5] P. De Oliveira. *Remuneration of Distributed Generation: A Holistic Approach*. PhD thesis, Universidade do Porto. Facultade de Engenharia, 2007.

[6] Dmitry Podkuiko Stephen McLaughlin and Patrick McDaniel. Energy theft in the advanced metering infrastructure. Technical report, Pennsylvania State University, University Park, PA.

[7] Ali Abur and Antonio Gomez Expósito. *Power System State Estimation Theory and Inplementation*. Marcel Dekker, Inc, 2004.

[8] M. E. Baran and A. W. Kelley. A branch-current-based state estimation method for distribution systems. 10(1):483–491, 1995.

[9] I. Roytelman and S. M. Shahidehpour. State estimation for electric power distribution systems in quasi real-time conditions. 8(4):2009–2015, 1993.

[10] J. H. Teng and W.-H. E. Liu. Distribution system state estimation. 10(1):229–240, 1995.

[11] A. P. Sakis Meliopoulos. Multiphase power flow and state estimation for power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11:939–946, 1996.

[12] Jen-Hao Teng Whei-Min Lin. State estimation for distribution systems with zero-injection constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11:518–524, 1996.

[13] B.M. Zhang H.B. Sun. Distribution matching power flow: A new technique for distribution system state estimation. *Power Engineering Review, IEEE*, 22:45–47, 2002.

[14] Jie Wan and K. N. Miu. Weighted least squares methods for load estimation in distribution networks. 18(4):1338–1345, 2003.

[15] Noel N. Schulz Haibin Wang. A revised branch current-based distribution system state estimation algorithm and meter placement impact. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, 19:207–213, 2004.

[16] R. Singh. Choice of estimator for distribution system state estimation. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 3:666–678, 2008.

[17] R. Singh B.C. Pal R.A. Jabr. Distribution system state estimation through gaussian mixture model of the load as pseudo-measurement. *Published in IET Generation, Transmission & Distribution*, pages 50–59, 2009.

[18] Richard B. Vinter Ravindra Singh, Bikash C. Pal. Measurement placement in distribution system state estimation. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, 24:668–675, 2009.

[19] I. Dzafic. High performance state estimation for smart grid distribution network operation. In *Innovative Smart Grid Technologies (ISGT), 2011 IEEE PES*, 2011.

[20] S. Henselmeyer I. Dzafic, Neisius. Real time distribution system state estimation based on interior point method. In *17 th Power Systems Computation Conference*, 2011.

[21] M. Karimi. Impact of load modeling in distribution state estimation. In *Power Engineering and Optimization Conference (PEDCO) Melaka, Malaysia, 2012 Ieee International*, 2012.

[22] G.N. Korres. A state estimation algorithm for monitoring topology changes in distribution systems. In *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*, 2012.

[23] Ahmad Abdel-Majeed. Low voltage system state estimation using smart meters. In *Universities Power Engineering Conference (UPEC), 2012 47th International*, 2012.

[24] D. A. Haughton. A linear state estimation formulation for smart distribution systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, PP:1–9, 2012. Early Access.

[25] Jovica V. Milanovic Nick C. Woolley. Statistical estimation of the source and level of voltage unbalance in distribution networks. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, 27:1450–1460, 2012.

[26] M Baran. Branch current based state estimation for distribution system monitoring. In *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*, 2012.

[27] P. De Oliveira. Análisis avanzado de sistemas de distribución de energía eléctrica. Trabajo de ascenso a profesor titular, Universidad Simón Bolívar, Departamento de Conversión y Transporte de Energía, 2013.

[28] Ke Li. State estimation for power distribution system and measurement impacts. 11(2):911–916, 1996.

[29] A. K. Ghosh, D. L. Lubkeman, M. J. Downey, and R. H. Jones. Distribution circuit state estimation using a probabilistic approach. 12(1):45–51, 1997.

[30] Robert H. Jones Atish K. Ghosh, David L. Lubkeman. Load modeling for distribution circuit state estimation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 12:999–1005, 1997.

[31] Efthymios Manitsas Ravindra Singh. A recursive bayesian approach for identification of network configuration changes in distribution system state estimation. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, 25:1329–1326, 2010.

[32] Aleksandar Kavcic Tao Yang Ying Hu, Anthony Kuh. A belief propagation based power distribution system state estimator. *IEEE COMPUTATIONAL INTELLIGENCE MAGAZINE*, pages 36–46, 2011.

[33] P.A. Pegoraro. On the robustness in distribution system state estimation. In *Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2012 IEEE International*, 2012.

[34] V. Miranda, J. Pereira, and J. T Saraiva. Load allocation in DMS with a fuzzy state estimator. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(2):529–534, May 2000.

[35] João Tomé Saraiva Vladimiro Miranda, Jorge Pereira. State estimation in dms - combining fuzzy information and measurements. In *CIRED'96*, 1996.

[36] V. Miranda, J. Pereira, and J. T Saraiva. State estimation in dms - combining fuzzy information and measurements. *Proceedings of CIRED 96 - Congreso Internacional de Redes Eléctricas de Distribución*, pages pp.147–152, Buenos Aires, Argentina, 1996.

[37] V. Miranda, J. Pereira, and J. T Saraiva. Combining fuzzy and probabilistic data in power system state estimation. *IProceedings of PMAPS 97 - 5th International Probabilistic Methods Applied to Power Systems Conference*, pages pp.151–157, October, 1997.

[38] V. Miranda, J. Pereira, and J. T Saraiva. A comprehensive state estimation approach for ems/dms applications. *Proceedings of PowerTech 99 - IEEE Budapest Power Tech 99 Budapest, Hungary*, September, 1999.

[39] Jorge M. Correia Pereira. *A State Estimation Approach for Distribution Networks considering Uncertainties and Switching*. PhD thesis, Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, July, 2001.

[40] Jorge Pereira. An integrated load allocation/state estimation approach for distribution networks. *Proceedings of PMAPS 2004 - 8th International Conference on Probability Methods Applied to Power Systems*, 2004.

[41] Andrija T. Saric´ and Rade M. C´ iric. Integrated fuzzy state estimation and load flow analysis in distribution networks. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, 18(2):571–578, 2003.

[42] Xin-SheYang. *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications*. John Wiley & Sons, 2010.

[43] E. N. Abdallah A. A. Hossam-Eldin and M. S. El-Nozahy. A modified genetic based technique for solving the power system state estimation problem. *World Academy of Science, Engineering and Technology 55*, pages 311–320, 2009.

[44] Mitsuo Gen and Runwei Cheng. *Genetic algorithms and engineering optimization*. Wiley-IEEE, 2000.

[45] Nazia Nusrat. Development of novel state estimation algorithms for active distribution networks. In *Universities' Power Engineering Conference (UPEC), Proceedings of 2011 46th International*, 2011.

[46] W. L. Kling. Distributed state estimation for multi-agent based active distribution networks. In *Power and Energy Society General Meeting, 2010 IEEE*, 2010.

[47] Yoshikazu Fukuyama. State estimation and optimal setting of voltage regulator in distribution systems. In *Power Engineering Society Winter Meeting, 2001. IEEE*, 2001.

[48] S. Naka. A hybrid particle swarm optimization for distribution state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 18:60–68, 2003.

[49] T. Niknam, A. M. Ranjbar, A. R. Shirani, and A. Ostadi. A new approach based on ant colony algorithm to distribution management system with regard to dispersed generation. In *Proc. 18th Int. Conf. and Exhibition Electricity Distribution CIRED 2005*, pages 1–5, 2005.

[50] S. Grenard O. Chilard and O. Devaux. Comparison of the performances of distribution state estimation algorithms: classical newton approach and pso approach. In *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*, 2012.

[51] Chennakesava R. Alavala. *Fuzzy Logic and Neural Networks. Basic concepts and Application*. One World.

[52] Nikola K. Kasabov. *Foundations of Neural Networks, Fuzzy Systems, and Knowledge Engineering*. 1996 Massachusetts Institute of Technology, 1998.

[53] Bikash C. Pal Goran Strbac Efthymios Manitsas, Ravindra Singh. Distribution system state estimation using an artificial neural network approach for pseudo measurement modeling. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, 27:1888–1895, 2011.

[54] G.A. Taylor. Smart distribution network operation: Emerging techniques and standards. In *Power and Energy Society General Meeting, 2011 IEEE*, 2011.

[55] L. De Alvaro Garcia. Scalable distribution state estimation approach for distribution management systems. In *Innovative Smart Grid Technologies (ISGT Europe), 2011 2nd IEEE PES International Conference and Exhibition on*, 2011.

[56] Ali Reza Seifi Ali Reza Abbasi. A new coordinated approach to state estimation in integrated power systems. *Electrical Power and Energy Systems*, 45:152–158, 2013.

[57] I. Dzafic and H-T. Neisius. Quasi-parallel network applications in real-time distribution management system. *Int. J. Innovative Computing and Applications*, 4:3–11, 2012.

[58] S. Henselmeyer I. Dzafic, D.Ablakovic. Real-time three-phase state estimation for radial distribution networks. 2012.

[59] Ravindra Singh. Meter placement for distribution system state estimation: An ordinal optimization approach. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, 26:2328–2335, 2011.

[60] Rojas A D. Oliveira P. New formulation for distribution system state estimation. In *VI Andean Region International Conference, Andescon*, 2012.

[61] A. Monticelli. *State estimation in electric power systems: a generalized approach*. Springer, 1999.

[62] Jen-Hao Teng. A direct approach for distribution system load flow solutions. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 18(3):882–887, 2003.

[63] IEEE 4 Node Test Feeder IEEE Distribution System Analysis Subcommittee. 2006.

[64] IEEE 37 Node Test Feeder IEEE Distribution System Analysis Subcommittee. 2004.

[65] IEEE 123 Node Test Feeder IEEE Distribution System Analysis Subcommittee. 2004.

[66] Damodar N. Gujarati. *Basic Econometrics*. Mc Graw Hill.

APÉNDICE I

DATOS DE REDES IEEE

A.1. Datos de potencias inyectadas, factores de potencia y energías activas para las redes IEEE de 37 y 123 nodos

Tabla A.1. Potencias máximas inyectadas y su conversión a energía mensual para la red IEEE de 37 nodos - caso trifásico

Nodo	$\mathbf{P_i}$	$\cos\varphi_\mathbf{i}$	$\mathbf{W_i}$	Nodo	$\mathbf{P_i}$	$\cos\varphi_\mathbf{i}$	$\mathbf{W_i}$
701	-0.42	0.894	-272.16	729	-0.126	0.894	-81.648
701	-0.42	0.894	-272.16	729	0	0.000	0
701	-1.05	0.894	-680.4	729	0	0.000	0
702	0	0.000	0	731	0	0.000	0
702	0	0.000	0	731	-0.255	0.905	-165.24
702	0	0.000	0	731	0	0.000	0
705	0	0.000	0	708	0	0.000	0
705	0	0.000	0	708	0	0.000	0
705	0	0.000	0	708	0	0.000	0
713	0	0.000	0	775	0	0.000	0
713	0	0.000	0	775	0	0.000	0
713	-0.255	0.905	-165.24	775	0	0.000	0
703	0	0.000	0	724	0	0.000	0
703	0	0.000	0	724	-0.126	0.894	-81.648
703	0	0.000	0	724	0	0.000	0
742	-0.024	0.894	-15.552	722	0	0.000	0
742	-0.255	0.905	-165.24	722	-0.42	0.894	-272.16
742	0	0.000	0	722	-0.063	0.903	-40.824
712	0	0.000	0	725	0	0.000	0

712	0	0.000	0	725	-0.126	0.894	-81.648
712	-0.255	0.905	-165.24	725	0	0.000	0
704	0	0.000	0	733	-0.255	0.905	-165.24
704	0	0.000	0	733	0	0.000	0
704	0	0.000	0	733	0	0.000	0
727	0	0.000	0	732	0	0.000	0
727	0	0.000	0	732	0	0.000	0
727	-0.126	0.894	-81.648	732	-0.126	0.894	-81.648
730	0	0.000	0	734	0	0.000	0
730	0	0.000	0	734	0	0.000	0
730	-0.255	0.905	-165.24	734	-0.126	0.894	-81.648
714	-0.051	0.905	-33.048	737	-0.42	0.894	-272.16
714	-0.063	0.903	-40.824	737	0	0.000	0
714	0	0.000	0	737	0	0.000	0
720	0	0.000	0	710	0	0.000	0
720	0	0.000	0	710	0	0.000	0
720	-0.255	0.905	-165.24	710	0	0.000	0
744	-0.126	0.894	-81.648	738	-0.378	0.897	-244.944
744	0	0.000	0	738	0	0.000	0
744	0	0.000	0	738	0	0.000	0
709	0	0.000	0	735	0	0.000	0
709	0	0.000	0	735	0	0.000	0
709	0	0.000	0	735	-0.255	0.905	-165.24
718	-0.255	0.905	-165.24	736	0	0.000	0
718	0	0.000	0	736	-0.126	0.894	-81.648
718	0	0.000	0	736	0	0.000	0
707	0	0.000	0	711	0	0.000	0
707	0	0.000	0	711	0	0.000	0
707	0	0.000	0	711	0	0.000	0
706	0	0.000	0	741	0	0.000	0
706	0	0.000	0	741	0	0.000	0
706	0	0.000	0	741	-0.126	0.894	-81.648
728	-0.126	0.894	-81.648	740	0	0.000	0
728	-0.126	0.894	-81.648	740	0	0.000	0

728	-0.126	0.894	-81.648	740	-0.255	0.905	-165.24

Tabla A.2. Potencias máximas inyectadas y su conversión a energía mensual para la red IEEE de 123 nodos - caso trifásico

Nodo	R	X					
1	-0.12	0.894	-77.76	46	-0.06	0.894	-38.88
1	0	0.000	0	46	0	0.000	0
1	0	0.000	0	46	0	0.000	0
2	0	0.000	0	48	-0.21	0.814	-136.08
2	-0.06	0.894	-38.88	48	-0.21	0.814	-136.08
2	0	0.000	0	48	-0.21	0.814	-136.08
3	0	0.000	0	49	-0.105	0.814	-68.04
3	0	0.000	0	49	-0.21	0.814	-136.08
3	0	0.000	0	49	-0.105	0.814	-68.04
7	-0.06	0.894	-38.88	610	0	0.000	0
7	0	0.000	0	610	0	0.000	0
7	0	0.000	0	610	0	0.000	0
4	0	0.000	0	63	-0.12	0.894	-77.76
4	0	0.000	0	63	0	0.000	0
4	-0.12	0.894	-77.76	63	0	0.000	0
5	0	0.000	0	67	0	0.000	0
5	0	0.000	0	67	0	0.000	0
5	-0.06	0.894	-38.88	67	0	0.000	0
8	0	0.000	0	50	0	0.000	0
8	0	0.000	0	50	0	0.000	0
8	0	0.000	0	50	-0.12	0.894	-77.76
6	0	0.000	0	64	0	0.000	0
6	0	0.000	0	64	-0.225	0.906	-145.8
6	-0.12	0.894	-77.76	64	0	0.000	0
12	0	0.000	0	68	-0.06	0.894	-38.88
12	-0.06	0.894	-38.88	68	0	0.000	0
12	0	0.000	0	68	0	0.000	0
9	-0.12	0.894	-77.76	72	0	0.000	0
9	0	0.000	0	72	0	0.000	0
9	0	0.000	0	72	0	0.000	0
13	0	0.000	0	97	0	0.000	0
13	0	0.000	0	97	0	0.000	0

13	0	0.000	0	97	0	0.000	0
14	0	0.000	0	51	-0.06	0.894	-38.88
14	0	0.000	0	51	0	0.000	0
14	0	0.000	0	51	0	0.000	0
34	0	0.000	0	65	-0.105	0.814	-68.04
34	0	0.000	0	65	-0.105	0.814	-68.04
34	-0.12	0.894	-77.76	65	-0.21	0.814	-136.08
18	0	0.000	0	69	-0.12	0.894	-77.76
18	0	0.000	0	69	0	0.000	0
18	0	0.000	0	69	0	0.000	0
152	0	0.000	0	73	0	0.000	0
152	0	0.000	0	73	0	0.000	0
152	0	0.000	0	73	-0.12	0.894	-77.76
11	-0.12	0.894	-77.76	76	-0.315	0.795	-204.12
11	0	0.000	0	76	-0.21	0.814	-136.08
11	0	0.000	0	76	-0.21	0.814	-136.08
10	-0.06	0.894	-38.88	98	-0.12	0.894	-77.76
10	0	0.000	0	98	0	0.000	0
10	0	0.000	0	98	0	0.000	0
15	0	0.000	0	197	0	0.000	0
15	0	0.000	0	197	0	0.000	0
15	0	0.000	0	197	0	0.000	0
19	-0.12	0.894	-77.76	66	0	0.000	0
19	0	0.000	0	66	0	0.000	0
19	0	0.000	0	66	-0.225	0.906	-145.8
21	0	0.000	0	70	-0.06	0.894	-38.88
21	0	0.000	0	70	0	0.000	0
21	0	0.000	0	70	0	0.000	0
135	0	0.000	0	74	0	0.000	0
135	0	0.000	0	74	0	0.000	0
135	0	0.000	0	74	-0.12	0.894	-77.76
52	-0.12	0.894	-77.76	77	0	0.000	0
52	0	0.000	0	77	-0.12	0.894	-77.76
52	0	0.000	0	77	0	0.000	0

16	0	0.000	0	86	0	0.000	0
16	0	0.000	0	86	-0.06	0.894	-38.88
16	-0.12	0.894	-77.76	86	0	0.000	0
17	0	0.000	0	99	0	0.000	0
17	0	0.000	0	99	-0.12	0.894	-77.76
17	-0.06	0.894	-38.88	99	0	0.000	0
20	-0.12	0.894	-77.76	101	0	0.000	0
20	0	0.000	0	101	0	0.000	0
20	0	0.000	0	101	0	0.000	0
22	0	0.000	0	71	-0.12	0.894	-77.76
22	-0.12	0.894	-77.76	71	0	0.000	0
22	0	0.000	0	71	0	0.000	0
23	0	0.000	0	75	0	0.000	0
23	0	0.000	0	75	0	0.000	0
23	0	0.000	0	75	-0.12	0.894	-77.76
35	-0.12	0.894	-77.76	78	0	0.000	0
35	0	0.000	0	78	0	0.000	0
35	0	0.000	0	78	0	0.000	0
53	-0.12	0.894	-77.76	87	0	0.000	0
53	0	0.000	0	87	-0.12	0.894	-77.76
53	0	0.000	0	87	0	0.000	0
24	0	0.000	0	100	0	0.000	0
24	0	0.000	0	100	0	0.000	0
24	-0.12	0.894	-77.76	100	-0.12	0.894	-77.76
25	0	0.000	0	102	0	0.000	0
25	0	0.000	0	102	0	0.000	0
25	0	0.000	0	102	-0.06	0.894	-38.88
36	0	0.000	0	105	0	0.000	0
36	0	0.000	0	105	0	0.000	0
36	0	0.000	0	105	0	0.000	0
40	0	0.000	0	79	-0.12	0.894	-77.76
40	0	0.000	0	79	0	0.000	0
40	-0.06	0.894	-38.88	79	0	0.000	0
54	0	0.000	0	80	0	0.000	0

54	0	0.000	0	80	-0.12	0.894	-77.76
54	0	0.000	0	80	0	0.000	0
26	0	0.000	0	88	-0.12	0.894	-77.76
26	0	0.000	0	88	0	0.000	0
26	0	0.000	0	88	0	0.000	0
28	-0.12	0.894	-77.76	89	0	0.000	0
28	0	0.000	0	89	0	0.000	0
28	0	0.000	0	89	0	0.000	0
37	-0.12	0.894	-77.76	450	0	0.000	0
37	0	0.000	0	450	0	0.000	0
37	0	0.000	0	450	0	0.000	0
38	0	0.000	0	103	0	0.000	0
38	-0.06	0.894	-38.88	103	0	0.000	0
38	0	0.000	0	103	-0.12	0.894	-77.76
41	0	0.000	0	106	0	0.000	0
41	0	0.000	0	106	-0.12	0.894	-77.76
41	0	0.000	0	106	0	0.000	0
42	-0.06	0.894	-38.88	108	0	0.000	0
42	0	0.000	0	108	0	0.000	0
42	0	0.000	0	108	0	0.000	0
55	-0.06	0.894	-38.88	81	0	0.000	0
55	0	0.000	0	81	0	0.000	0
55	0	0.000	0	81	0	0.000	0
57	0	0.000	0	90	0	0.000	0
57	0	0.000	0	90	-0.12	0.894	-77.76
57	0	0.000	0	90	0	0.000	0
27	0	0.000	0	91	0	0.000	0
27	0	0.000	0	91	0	0.000	0
27	0	0.000	0	91	0	0.000	0
31	0	0.000	0	104	0	0.000	0
31	0	0.000	0	104	0	0.000	0
31	-0.06	0.894	-38.88	104	-0.12	0.894	-77.76
29	-0.12	0.894	-77.76	107	0	0.000	0
29	0	0.000	0	107	-0.12	0.894	-77.76

29	0	0.000	0	107	0	0.000	0
39	0	0.000	0	109	-0.12	0.894	-77.76
39	-0.06	0.894	-38.88	109	0	0.000	0
39	0	0.000	0	109	0	0.000	0
43	0	0.000	0	300	0	0.000	0
43	-0.12	0.894	-77.76	300	0	0.000	0
43	0	0.000	0	300	0	0.000	0
44	0	0.000	0	82	-0.12	0.894	-77.76
44	0	0.000	0	82	0	0.000	0
44	0	0.000	0	82	0	0.000	0
56	0	0.000	0	84	0	0.000	0
56	-0.06	0.894	-38.88	84	0	0.000	0
56	0	0.000	0	84	-0.06	0.894	-38.88
58	0	0.000	0	92	0	0.000	0
58	-0.06	0.894	-38.88	92	0	0.000	0
58	0	0.000	0	92	-0.12	0.894	-77.76
60	-0.06	0.894	-38.88	93	0	0.000	0
60	0	0.000	0	93	0	0.000	0
60	0	0.000	0	93	0	0.000	0
33	-0.12	0.894	-77.76	110	0	0.000	0
33	0	0.000	0	110	0	0.000	0
33	0	0.000	0	110	0	0.000	0
32	0	0.000	0	83	0	0.000	0
32	0	0.000	0	83	0	0.000	0
32	-0.06	0.894	-38.88	83	-0.06	0.894	-38.88
30	0	0.000	0	85	0	0.000	0
30	0	0.000	0	85	0	0.000	0
30	-0.12	0.894	-77.76	85	-0.12	0.894	-77.76
45	-0.06	0.894	-38.88	94	-0.12	0.894	-77.76
45	0	0.000	0	94	0	0.000	0
45	0	0.000	0	94	0	0.000	0
47	-0.105	0.814	-68.04	95	0	0.000	0
47	-0.105	0.814	-68.04	95	-0.06	0.894	-38.88
47	-0.105	0.814	-68.04	95	0	0.000	0

59	0	0.000	0	111	-0.06	0.894	-38.88
59	-0.06	0.894	-38.88	111	0	0.000	0
59	0	0.000	0	111	0	0.000	0
61	0	0.000	0	112	-0.06	0.894	-38.88
61	0	0.000	0	112	0	0.000	0
61	0	0.000	0	112	0	0.000	0
62	0	0.000	0	96	0	0.000	0
62	0	0.000	0	96	-0.06	0.894	-38.88
62	-0.12	0.894	-77.76	96	0	0.000	0
160	0	0.000	0	113	-0.12	0.894	-77.76
160	0	0.000	0	113	0	0.000	0
160	0	0.000	0	113	0	0.000	0
250	0	0.000	0	114	-0.06	0.894	-38.88
250	0	0.000	0	114	0	0.000	0
250	0	0.000	0	114	0	0.000	0

Tabla A.3. Términos que componen la matriz $\mathbf{Z_{abc}}$ para la red IEEE de 37 Nodos

Nodo	r_{aa}	r_{ab}	r_{ac}	x_{aa}	x_{ab}	x_{ac}
Nodo	r_{ba}	r_{bb}	r_{bc}	x_{ba}	x_{bb}	x_{bc}
Nodo	r_{ca}	r_{cb}	r_{cc}	x_{ca}	x_{cb}	x_{cc}
701	0.0044	0.001	0.0005	0.003	-0.0006	-0.0006
701	0.001	0.004	0.001	-0.0006	0.0029	-0.0006
701	0.0005	0.001	0.0044	-0.0006	-0.0006	0.003
702	0.0037	0.0013	0.001	0.0023	-0.0003	-0.0005
702	0.0013	0.0035	0.0013	-0.0003	0.0021	-0.0003
702	0.001	0.0013	0.0037	-0.0005	-0.0003	0.0023
705	0.0069	0.0017	0.0016	0.0026	0.0009	0.0007
705	0.0017	0.0069	0.0017	0.0009	0.0024	0.0009
705	0.0016	0.0017	0.0069	0.0007	0.0009	0.0026
713	0.0038	0.0014	0.0014	0.002	0.0006	0.0005
713	0.0014	0.0039	0.0014	0.0006	0.0019	0.0006
713	0.0014	0.0014	0.0038	0.0005	0.0006	0.002
703	0.0052	0.0018	0.0013	0.0032	-0.0004	-0.0007
703	0.0018	0.0049	0.0018	-0.0004	0.0029	-0.0004
703	0.0013	0.0018	0.0052	-0.0007	-0.0004	0.0032
742	0.0055	0.0014	0.0013	0.002	0.0007	0.0006
742	0.0014	0.0055	0.0014	0.0007	0.0019	0.0007
742	0.0013	0.0014	0.0055	0.0006	0.0007	0.002
712	0.0041	0.001	0.001	0.0015	0.0005	0.0004
712	0.001	0.0042	0.001	0.0005	0.0015	0.0005
712	0.001	0.001	0.0041	0.0004	0.0005	0.0015
704	0.0055	0.0021	0.002	0.0029	0.0009	0.0007
704	0.0021	0.0056	0.0021	0.0009	0.0027	0.0009
704	0.002	0.0021	0.0055	0.0007	0.0009	0.0029
727	0.0041	0.001	0.001	0.0015	0.0005	0.0004
727	0.001	0.0042	0.001	0.0005	0.0015	0.0005
727	0.001	0.001	0.0041	0.0004	0.0005	0.0015
730	0.0064	0.0024	0.0023	0.0033	0.001	0.0008
730	0.0024	0.0064	0.0024	0.001	0.0031	0.001
730	0.0023	0.0024	0.0064	0.0008	0.001	0.0033
714	0.0014	0.0003	0.0003	0.0005	0.0002	0.0001
714	0.0003	0.0014	0.0003	0.0002	0.0005	0.0002
714	0.0003	0.0003	0.0014	0.0001	0.0002	0.0005
720	0.0085	0.0032	0.003	0.0044	0.0014	0.001

720	0.0032	0.0086	0.0032	0.0014	0.0042	0.0014
720	0.003	0.0032	0.0085	0.001	0.0014	0.0044
744	0.003	0.0011	0.0011	0.0015	0.0005	0.0004
744	0.0011	0.003	0.0011	0.0005	0.0015	0.0005
744	0.0011	0.0011	0.003	0.0004	0.0005	0.0015
709	0.0021	0.0008	0.0008	0.0011	0.0003	0.0003
709	0.0008	0.0021	0.0008	0.0003	0.001	0.0003
709	0.0008	0.0008	0.0021	0.0003	0.0003	0.0011
718	0.009	0.0022	0.0021	0.0033	0.0012	0.0009
718	0.0022	0.009	0.0022	0.0012	0.0032	0.0012
718	0.0021	0.0022	0.009	0.0009	0.0012	0.0033
707	0.0158	0.0039	0.0037	0.0059	0.0021	0.0016
707	0.0039	0.0159	0.0039	0.0021	0.0056	0.0021
707	0.0037	0.0039	0.0158	0.0016	0.0021	0.0059
706	0.0064	0.0024	0.0023	0.0033	0.001	0.0008
706	0.0024	0.0064	0.0024	0.001	0.0031	0.001
706	0.0023	0.0024	0.0064	0.0008	0.001	0.0033
728	0.0034	0.0009	0.0008	0.0013	0.0005	0.0003
728	0.0009	0.0035	0.0009	0.0005	0.0012	0.0005
728	0.0008	0.0009	0.0034	0.0003	0.0005	0.0013
729	0.0048	0.0012	0.0011	0.0018	0.0006	0.0005
729	0.0012	0.0048	0.0012	0.0006	0.0017	0.0006
729	0.0011	0.0012	0.0048	0.0005	0.0006	0.0018
731	0.0064	0.0024	0.0023	0.0033	0.001	0.0008
731	0.0024	0.0064	0.0024	0.001	0.0031	0.001
731	0.0023	0.0024	0.0064	0.0008	0.001	0.0033
708	0.0034	0.0013	0.0012	0.0018	0.0006	0.0004
708	0.0013	0.0034	0.0013	0.0006	0.0017	0.0006
708	0.0012	0.0013	0.0034	0.0004	0.0006	0.0018
775	0.0018	0	0	0.0362	0	0
775	0	0.0018	0	0	0.0362	0
775	0	0	0.0018	0	0	0.0362
724	0.0131	0.0033	0.0031	0.0048	0.0017	0.0013
724	0.0033	0.0132	0.0033	0.0017	0.0046	0.0017
724	0.0031	0.0033	0.0131	0.0013	0.0017	0.0048
722	0.0021	0.0005	0.0005	0.0008	0.0003	0.0002
722	0.0005	0.0021	0.0005	0.0003	0.0007	0.0003
722	0.0005	0.0005	0.0021	0.0002	0.0003	0.0008

725	0.0048	0.0012	0.0011	0.0018	0.0006	0.0005
725	0.0012	0.0048	0.0012	0.0006	0.0017	0.0006
725	0.0011	0.0012	0.0048	0.0005	0.0006	0.0018
733	0.0034	0.0013	0.0012	0.0018	0.0006	0.0004
733	0.0013	0.0034	0.0013	0.0006	0.0017	0.0006
733	0.0012	0.0013	0.0034	0.0004	0.0006	0.0018
732	0.0055	0.0014	0.0013	0.002	0.0007	0.0006
732	0.0014	0.0055	0.0014	0.0007	0.0019	0.0007
732	0.0013	0.0014	0.0055	0.0006	0.0007	0.002
734	0.006	0.0022	0.0021	0.0031	0.001	0.0007
734	0.0022	0.006	0.0022	0.001	0.0029	0.001
734	0.0021	0.0022	0.006	0.0007	0.001	0.0031
737	0.0068	0.0026	0.0024	0.0035	0.0011	0.0008
737	0.0026	0.0069	0.0026	0.0011	0.0033	0.0011
737	0.0024	0.0026	0.0068	0.0008	0.0011	0.0035
710	0.009	0.0022	0.0021	0.0033	0.0012	0.0009
710	0.0022	0.009	0.0022	0.0012	0.0032	0.0012
710	0.0021	0.0022	0.009	0.0009	0.0012	0.0033
738	0.0043	0.0016	0.0015	0.0022	0.0007	0.0005
738	0.0016	0.0043	0.0016	0.0007	0.0021	0.0007
738	0.0015	0.0016	0.0043	0.0005	0.0007	0.0022
735	0.0034	0.0009	0.0008	0.0013	0.0005	0.0003
735	0.0009	0.0035	0.0009	0.0005	0.0012	0.0005
735	0.0008	0.0009	0.0034	0.0003	0.0005	0.0013
736	0.022	0.0055	0.0052	0.0082	0.0029	0.0022
736	0.0055	0.0222	0.0055	0.0029	0.0078	0.0029
736	0.0052	0.0055	0.022	0.0022	0.0029	0.0082
711	0.0043	0.0016	0.0015	0.0022	0.0007	0.0005
711	0.0016	0.0043	0.0016	0.0007	0.0021	0.0007
711	0.0015	0.0016	0.0043	0.0005	0.0007	0.0022
741	0.0043	0.0016	0.0015	0.0022	0.0007	0.0005
741	0.0016	0.0043	0.0016	0.0007	0.0021	0.0007
741	0.0015	0.0016	0.0043	0.0005	0.0007	0.0022
740	0.0034	0.0009	0.0008	0.0013	0.0005	0.0003
740	0.0009	0.0035	0.0009	0.0005	0.0012	0.0005
740	0.0008	0.0009	0.0034	0.0003	0.0005	0.0013

Tabla A.4. Términos que componen la matriz $\mathbf{Z_{abc}}$ para la red IEEE de 123 Nodos

Nodo	r_{aa}	r_{ab}	r_{ac}	x_{aa}	x_{ab}	x_{ac}
Nodo	r_{ba}	r_{bb}	r_{bc}	x_{ba}	x_{bb}	x_{bc}
Nodo	r_{ca}	r_{cb}	r_{cc}	x_{ca}	x_{cb}	x_{cc}
1	0.002	0.0007	0.0007	0.0047	0.0022	0.0017
1	0.0007	0.002	0.0007	0.0022	0.0046	0.0019
1	0.0007	0.0007	0.002	0.0017	0.0019	0.0047
2	0	0	0	0	0	0
2	0	0.0025	0	0	0.0026	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0.0036	0	0	0.0037
7	0.0015	0.0005	0.0005	0.0035	0.0016	0.0013
7	0.0005	0.0015	0.0005	0.0016	0.0034	0.0014
7	0.0005	0.0005	0.0015	0.0013	0.0014	0.0035
4	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0.0029	0	0	0.0029
5	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0.0047	0	0	0.0048
8	0.001	0.0003	0.0003	0.0024	0.0011	0.0008
8	0.0003	0.001	0.0003	0.0011	0.0023	0.0009
8	0.0003	0.0003	0.001	0.0008	0.0009	0.0023
6	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0.0036	0	0	0.0037
12	0	0	0	0	0	0
12	0	0.0033	0	0	0.0033	0
12	0	0	0	0	0	0
9	0.0033	0	0	0.0033	0	0
9	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
13	0.0015	0.0005	0.0005	0.0035	0.0016	0.0013
13	0.0005	0.0015	0.0005	0.0016	0.0034	0.0014
13	0.0005	0.0005	0.0015	0.0013	0.0014	0.0035
14	0.0062	0	0	0.0063	0	0

14	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0.0022	0	0	0.0022
18	0.0042	0.0014	0.0014	0.0095	0.0038	0.0045
18	0.0014	0.0042	0.0014	0.0038	0.0096	0.0035
18	0.0014	0.0014	0.0041	0.0045	0.0035	0.0097
152	0	0	0	0	0	0
152	0	0	0	0	0	0
152	0	0	0	0	0	0
11	0.0036	0	0	0.0037	0	0
11	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0
10	0.0036	0	0	0.0037	0	0
10	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0.0015	0	0	0.0015
19	0.0036	0	0	0.0037	0	0
19	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0
21	0.0015	0.0005	0.0005	0.0034	0.0014	0.0016
21	0.0005	0.0015	0.0005	0.0014	0.0035	0.0013
21	0.0005	0.0005	0.0015	0.0016	0.0013	0.0035
135	0	0	0	0	0	0
135	0	0	0	0	0	0
135	0	0	0	0	0	0
52	0.002	0.0007	0.0007	0.0047	0.0022	0.0017
52	0.0007	0.002	0.0007	0.0022	0.0046	0.0019
52	0.0007	0.0007	0.002	0.0017	0.0019	0.0047
16	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0.0055	0	0	0.0055
17	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0.0051	0	0	0.0052

20	0.0047	0	0	0.0048	0	0
20	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0
22	0	0.0076	0	0	0.0077	0
22	0	0	0	0	0	0
23	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0012	0.0014
23	0.0004	0.0013	0.0004	0.0012	0.0029	0.0011
23	0.0004	0.0004	0.0013	0.0014	0.0011	0.0029
35	0.0019	0.0006	0.0006	0.0044	0.0016	0.0017
35	0.0006	0.0019	0.0006	0.0016	0.0043	0.0021
35	0.0006	0.0006	0.0019	0.0017	0.0021	0.0044
53	0.001	0.0003	0.0003	0.0024	0.0011	0.0008
53	0.0003	0.001	0.0003	0.0011	0.0023	0.0009
53	0.0003	0.0003	0.001	0.0008	0.0009	0.0023
24	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0.008	0	0	0.0081
25	0.0014	0.0005	0.0005	0.0032	0.0013	0.0015
25	0.0005	0.0014	0.0005	0.0013	0.0032	0.0012
25	0.0005	0.0005	0.0014	0.0015	0.0012	0.0032
36	0.0033	0.0011	0	0.0077	0.0027	0
36	0.0011	0.0033	0	0.0027	0.0076	0
36	0	0	0	0	0	0
40	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0014	0.0011
40	0.0004	0.0013	0.0004	0.0014	0.0029	0.0012
40	0.0004	0.0004	0.0013	0.0011	0.0012	0.0029
54	0.0006	0.0002	0.0002	0.0015	0.0007	0.0005
54	0.0002	0.0006	0.0002	0.0007	0.0014	0.0006
54	0.0002	0.0002	0.0006	0.0005	0.0006	0.0015
26	0.0018	0	0.0006	0.0041	0	0.0015
26	0	0	0	0	0	0
26	0.0006	0	0.0018	0.0015	0	0.0041
28	0.001	0.0003	0.0003	0.0023	0.0009	0.0011
28	0.0003	0.001	0.0003	0.0009	0.0023	0.0008
28	0.0003	0.0003	0.001	0.0011	0.0008	0.0024
37	0.0044	0	0	0.0044	0	0
37	0	0	0	0	0	0

37	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0
38	0	0.0036	0	0	0.0037	0
38	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0.0047	0	0	0.0048
42	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0014	0.0011
42	0.0004	0.0013	0.0004	0.0014	0.0029	0.0012
42	0.0004	0.0004	0.0013	0.0011	0.0012	0.0029
55	0.0014	0.0005	0.0005	0.0032	0.0015	0.0012
55	0.0005	0.0014	0.0005	0.0015	0.0032	0.0013
55	0.0005	0.0005	0.0014	0.0012	0.0013	0.0032
57	0.0018	0.0006	0.0006	0.0041	0.0015	0.0016
57	0.0006	0.0018	0.0006	0.0015	0.0041	0.0019
57	0.0006	0.0006	0.0018	0.0016	0.0019	0.004
27	0.0014	0	0.0005	0.0032	0	0.0012
27	0	0	0	0	0	0
27	0.0005	0	0.0014	0.0012	0	0.0032
31	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0.0033	0	0	0.0033
29	0.0015	0.0005	0.0005	0.0034	0.0014	0.0016
29	0.0005	0.0015	0.0005	0.0014	0.0035	0.0013
29	0.0005	0.0005	0.0015	0.0016	0.0013	0.0035
39	0	0	0	0	0	0
39	0	0.0047	0	0	0.0048	0
39	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0
43	0	0.0073	0	0	0.0074	0
43	0	0	0	0	0	0
44	0.001	0.0003	0.0003	0.0024	0.0011	0.0008
44	0.0003	0.001	0.0003	0.0011	0.0023	0.0009
44	0.0003	0.0003	0.001	0.0008	0.0009	0.0023
56	0.0014	0.0005	0.0005	0.0032	0.0015	0.0012
56	0.0005	0.0014	0.0005	0.0015	0.0032	0.0013
56	0.0005	0.0005	0.0014	0.0012	0.0013	0.0032
58	0	0	0	0	0	0

58	0	0.0036	0	0	0.0037	0
58	0	0	0	0	0	0
60	0.0038	0.0013	0.0013	0.0087	0.0032	0.0035
60	0.0013	0.0038	0.0013	0.0032	0.0088	0.0041
60	0.0013	0.0013	0.0038	0.0035	0.0041	0.0086
33	0.0073	0	0	0.0074	0	0
33	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0.0044	0	0	0.0044
30	0.0018	0.0006	0.0006	0.004	0.0016	0.0019
30	0.0006	0.0018	0.0006	0.0016	0.0041	0.0015
30	0.0006	0.0006	0.0018	0.0019	0.0015	0.0041
45	0.0029	0	0	0.0029	0	0
45	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0
47	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0014	0.0011
47	0.0004	0.0013	0.0004	0.0014	0.0029	0.0012
47	0.0004	0.0004	0.0013	0.0011	0.0012	0.0029
59	0	0	0	0	0	0
59	0	0.0036	0	0	0.0037	0
59	0	0	0	0	0	0
61	0.0028	0.0009	0.001	0.0063	0.003	0.0025
61	0.0009	0.0028	0.0009	0.003	0.0065	0.0023
61	0.001	0.0009	0.0028	0.0025	0.0023	0.0064
62	0.0042	0.0014	0.0013	0.0021	0.0008	0.0006
62	0.0014	0.0042	0.0014	0.0008	0.002	0.0008
62	0.0013	0.0014	0.0042	0.0006	0.0008	0.0021
160	0	0	0	0	0	0
160	0	0	0	0	0	0
160	0	0	0	0	0	0
250	0.001	0.0003	0.0003	0.0023	0.0009	0.0011
250	0.0003	0.001	0.0003	0.0009	0.0023	0.0008
250	0.0003	0.0003	0.001	0.0011	0.0008	0.0024
46	0.0044	0	0	0.0044	0	0
46	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0

48	0.0008	0.0003	0.0003	0.0017	0.0006	0.0007
48	0.0003	0.0008	0.0003	0.0006	0.0017	0.0008
48	0.0003	0.0003	0.0008	0.0007	0.0008	0.0018
49	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0011	0.0012
49	0.0004	0.0013	0.0004	0.0011	0.0029	0.0014
49	0.0004	0.0004	0.0013	0.0012	0.0014	0.0029
610	0	0	0	0	0	0
610	0	0	0	0	0	0
610	0	0	0	0	0	0
63	0.0029	0.001	0.0009	0.0014	0.0005	0.0004
63	0.001	0.0029	0.001	0.0005	0.0014	0.0005
63	0.0009	0.001	0.0029	0.0004	0.0005	0.0014
67	0.0018	0.0006	0.0006	0.0041	0.0015	0.0019
67	0.0006	0.0018	0.0006	0.0015	0.0041	0.0016
67	0.0006	0.0006	0.0018	0.0019	0.0016	0.004
50	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0011	0.0012
50	0.0004	0.0013	0.0004	0.0011	0.0029	0.0014
50	0.0004	0.0004	0.0013	0.0012	0.0014	0.0029
64	0.0058	0.002	0.0019	0.0029	0.0011	0.0008
64	0.002	0.0059	0.002	0.0011	0.0027	0.0011
64	0.0019	0.002	0.0058	0.0008	0.0011	0.0029
68	0.0029	0	0	0.0029	0	0
68	0	0	0	0	0	0
68	0	0	0	0	0	0
72	0.0014	0.0005	0.0005	0.0032	0.0012	0.0013
72	0.0005	0.0014	0.0005	0.0012	0.0032	0.0015
72	0.0005	0.0005	0.0014	0.0013	0.0015	0.0032
97	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0011	0.0012
97	0.0004	0.0013	0.0004	0.0011	0.0029	0.0014
97	0.0004	0.0004	0.0013	0.0012	0.0014	0.0029
51	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0011	0.0012
51	0.0004	0.0013	0.0004	0.0011	0.0029	0.0014
51	0.0004	0.0004	0.0013	0.0012	0.0014	0.0029
65	0.0071	0.0024	0.0023	0.0035	0.0013	0.001
65	0.0024	0.0071	0.0024	0.0013	0.0033	0.0013
65	0.0023	0.0024	0.0071	0.001	0.0013	0.0035
69	0.004	0	0	0.0041	0	0
69	0	0	0	0	0	0

69	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0.004	0	0	0.0041
76	0.001	0.0003	0.0003	0.0023	0.0008	0.0009
76	0.0003	0.001	0.0003	0.0008	0.0024	0.0011
76	0.0003	0.0003	0.001	0.0009	0.0011	0.0023
98	0.0014	0.0005	0.0005	0.0032	0.0012	0.0013
98	0.0005	0.0014	0.0005	0.0012	0.0032	0.0015
98	0.0005	0.0005	0.0014	0.0013	0.0015	0.0032
197	0	0	0	0	0	0
197	0	0	0	0	0	0
197	0	0	0	0	0	0
66	0.0054	0.0018	0.0018	0.0027	0.001	0.0008
66	0.0018	0.0055	0.0018	0.001	0.0025	0.001
66	0.0018	0.0018	0.0054	0.0008	0.001	0.0027
70	0.0047	0	0	0.0048	0	0
70	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0
74	0	0	0	0	0	0
74	0	0	0	0	0	0
74	0	0	0.0051	0	0	0.0052
77	0.002	0.0007	0.0007	0.0047	0.0017	0.0022
77	0.0007	0.002	0.0007	0.0017	0.0047	0.0019
77	0.0007	0.0007	0.002	0.0022	0.0019	0.0046
86	0.0035	0.0012	0.0012	0.0082	0.0029	0.0032
86	0.0012	0.0035	0.0012	0.0029	0.0083	0.0038
86	0.0012	0.0012	0.0036	0.0032	0.0038	0.008
99	0.0028	0.0009	0.001	0.0064	0.0023	0.0025
99	0.0009	0.0028	0.0009	0.0023	0.0065	0.003
99	0.001	0.0009	0.0028	0.0025	0.003	0.0063
101	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0011	0.0012
101	0.0004	0.0013	0.0004	0.0011	0.0029	0.0014
101	0.0004	0.0004	0.0013	0.0012	0.0014	0.0029
71	0.004	0	0	0.0041	0	0
71	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0

75	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0.0058	0	0	0.0059
78	0.0005	0.0002	0.0002	0.0012	0.0004	0.0005
78	0.0002	0.0005	0.0002	0.0004	0.0012	0.0005
78	0.0002	0.0002	0.0005	0.0005	0.0005	0.0011
87	0.0023	0.0008	0.0008	0.0053	0.0019	0.0025
87	0.0008	0.0023	0.0008	0.0019	0.0052	0.0021
87	0.0008	0.0008	0.0023	0.0025	0.0021	0.0052
100	0.0015	0.0005	0.0005	0.0035	0.0013	0.0014
100	0.0005	0.0015	0.0005	0.0013	0.0035	0.0016
100	0.0005	0.0005	0.0015	0.0014	0.0016	0.0034
102	0	0	0	0	0	0
102	0	0	0	0	0	0
102	0	0	0.0033	0	0	0.0033
105	0.0014	0.0005	0.0005	0.0032	0.0012	0.0013
105	0.0005	0.0014	0.0005	0.0012	0.0032	0.0015
105	0.0005	0.0005	0.0014	0.0013	0.0015	0.0032
79	0.0011	0.0004	0.0004	0.0027	0.0009	0.0012
79	0.0004	0.0011	0.0004	0.0009	0.0026	0.001
79	0.0004	0.0004	0.0011	0.0012	0.001	0.0026
80	0.0024	0.0008	0.0008	0.0056	0.002	0.0026
80	0.0008	0.0024	0.0008	0.002	0.0055	0.0022
80	0.0008	0.0008	0.0024	0.0026	0.0022	0.0054
88	0.0025	0	0	0.0026	0	0
88	0	0	0	0	0	0
88	0	0	0	0	0	0
89	0.0014	0.0005	0.0005	0.0032	0.0012	0.0015
89	0.0005	0.0014	0.0005	0.0012	0.0032	0.0013
89	0.0005	0.0005	0.0014	0.0015	0.0013	0.0032
450	0.004	0.0013	0.0014	0.0093	0.0034	0.0037
450	0.0013	0.004	0.0014	0.0034	0.0094	0.0044
450	0.0014	0.0014	0.0041	0.0037	0.0044	0.0092
103	0	0	0	0	0	0
103	0	0	0	0	0	0
103	0	0	0.0047	0	0	0.0048
106	0	0	0	0	0	0
106	0	0.0033	0	0	0.0033	0
106	0	0	0	0	0	0

108	0.0016	0.0005	0.0006	0.0038	0.0014	0.0015
108	0.0005	0.0016	0.0006	0.0014	0.0038	0.0018
108	0.0006	0.0006	0.0017	0.0015	0.0018	0.0037
81	0.0024	0.0008	0.0008	0.0056	0.002	0.0026
81	0.0008	0.0024	0.0008	0.002	0.0055	0.0022
81	0.0008	0.0008	0.0024	0.0026	0.0022	0.0054
90	0	0	0	0	0	0
90	0	0.0033	0	0	0.0033	0
90	0	0	0	0	0	0
91	0.0011	0.0004	0.0004	0.0027	0.0009	0.0012
91	0.0004	0.0011	0.0004	0.0009	0.0026	0.001
91	0.0004	0.0004	0.0011	0.0012	0.001	0.0026
104	0	0	0	0	0	0
104	0	0	0	0	0	0
104	0	0	0.0102	0	0	0.0103
107	0	0	0	0	0	0
107	0	0.0084	0	0	0.0085	0
107	0	0	0	0	0	0
109	0.0065	0	0	0.0066	0	0
109	0	0	0	0	0	0
109	0	0	0	0	0	0
300	0.0051	0.0017	0.0017	0.0117	0.0042	0.0046
300	0.0017	0.005	0.0017	0.0042	0.0118	0.0055
300	0.0017	0.0017	0.0051	0.0046	0.0055	0.0115
82	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0011	0.0014
82	0.0004	0.0013	0.0004	0.0011	0.0029	0.0012
82	0.0004	0.0004	0.0013	0.0014	0.0012	0.0029
84	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0	0	0	0
84	0	0	0.0098	0	0	0.01
92	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0.0044	0	0	0.0044
93	0.0011	0.0004	0.0004	0.0027	0.0009	0.0012
93	0.0004	0.0011	0.0004	0.0009	0.0026	0.001
93	0.0004	0.0004	0.0011	0.0012	0.001	0.0026
110	0.0044	0	0	0.0044	0	0
110	0	0	0	0	0	0

110	0	0	0	0	0	0
83	0.0013	0.0004	0.0004	0.0029	0.0011	0.0014
83	0.0004	0.0013	0.0004	0.0011	0.0029	0.0012
83	0.0004	0.0004	0.0013	0.0014	0.0012	0.0029
85	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0	0	0	0
85	0	0	0.0069	0	0	0.007
94	0.004	0	0	0.0041	0	0
94	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0
95	0.0015	0.0005	0.0005	0.0035	0.0013	0.0016
95	0.0005	0.0015	0.0005	0.0013	0.0035	0.0014
95	0.0005	0.0005	0.0015	0.0016	0.0014	0.0034
111	0.0084	0	0	0.0085	0	0
111	0	0	0	0	0	0
111	0	0	0	0	0	0
112	0.0018	0	0	0.0018	0	0
112	0	0	0	0	0	0
112	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0
96	0	0.0029	0	0	0.0029	0
96	0	0	0	0	0	0
113	0.0076	0	0	0.0077	0	0
113	0	0	0	0	0	0
113	0	0	0	0	0	0
114	0.0047	0	0	0.0048	0	0
114	0	0	0	0	0	0
114	0	0	0	0	0	0

APÉNDICE II

RESULTADOS RED IEEE DE 4 NODOS

B.1. Tablas de Resultados - Equivalente en Secuencia Positiva

B.1.1. Estimador de Estado - Método Propuesto

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_x	V_y
0	12.470	1	0	1	0
1	12.337	0.9893	-0.3498	0.9892	-0.0060
2	3.910	0.9399	-3.5897	0.9380	-0.0588
3	3.803	0.8268	-8.8198	0.8170	-0.1268

Tabla B.1. Resultados red IEEE de 4 de nodos - Variables de Estado Estimadas

Nodo	W $^{kWh}/_{mes}$	W	W^{m-max}	residuo W
3	-3499200	-583.2	-583.2	-4.37E-06

Tabla B.2. Resultados red IEEE de 4 nodos - Energías inyectadas estimadas

Nodo	fp	fp^{m-max}	residuo fp
3	0.9	0.9	2.68E-12

Tabla B.3. Resultados red IEEE de 4 nodos - Factores de Potencia estimados

Tramo	J_x	J_y	$J_x{}^{m-max}$	$J_y{}^{m-max}$	residuo Jx	residuo Jy
01'	0.9948	-0.6878	0.9948	-0.6878	-8.03E-08	5.32E-08

Tabla B.4. Resultados red IEEE de 4 nodos - Corrientes de Rama

B.1.2. Estimador de Estado - Método basado en ecuaciones de Potencia

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_x	V_y	residuo Vx	residuo Vy
0	12.470	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	7.41773E-09	0
1	12.336	0.9893	-0.3498	0.9892	-0.0060	1.98702E-08	-3.53431E-10
2	3.910	0.9399	-3.5897	0.9380	-0.0588	1.51692E-08	-3.95042E-09
3	3.803	0.8268	-8.8198	0.8171	-0.1268	4.73872E-09	-7.92604E-09

Tabla B.5. Resultados red IEEE de 4m nodos - Variables de Estado

Nodo	P	P^m	residuo P
3	-0.9	-0.9000	-8.34E-08

Tabla B.6. Resultados red IEEE de 4 - Potencia activa estimada

Nodo	Q	Q^m	residuo Q
3	-0.4359	-0.4359	-4.40E-08

Tabla B.7. Resultados red IEEE de 4 - Potencia reactiva estimada

Tramo	P_{01}	Q_{01}	${P_{01}}^m$	${Q_{01}}^m$	residuo Pij	residuo Qij
01'	0.9948	0.6878	0.9948	0.6878	6.91451E-09	7.23946E-09

Tabla B.8. Resultados red IEEE de 4 - Flujos de Potencia

B.2. Tablas de Resultados- Equivalente Trifásico

B.2.1. Estimador de Estado - Método Propuesto

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_{abc-x}	V_{abc-y}
0a	12.4700	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000
0b	12.4697	1.0000	-120.0007	-0.5000	-0.8660
0c	12.4697	1.0000	120.0007	-0.5000	0.8660
1a	4.1393	0.9950	-0.1402	0.9950	-0.0024
1b	4.1084	0.9876	-120.1851	-0.4966	-0.8537
1c	4.0919	0.9836	119.2656	-0.4809	0.8581
2a	3.9932	0.9599	-2.2581	0.9592	-0.0378
2b	3.9050	0.9387	-123.6265	-0.5198	-0.7816
2c	3.8148	0.9170	114.7873	-0.3845	0.8325
3a	3.7670	0.9055	-4.1292	0.9032	-0.0652
3b	3.3415	0.8032	-126.8014	-0.4812	-0.6432
3c	3.1719	0.7625	102.8155	-0.1691	0.7435

Tabla B.9. Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica - Variables de Estado Estimadas

Nodo	W_{abc} $^{kWh}/_{mes}$	W_{abc}	$W_{abc}{}^{m}$	residuo
3a	-2478600.0000	-413.1000	-413.1000	-3.0998E-06
3b	-3499200.0000	-583.2000	-583.2000	-4.1398E-06
3c	-4617000.0000	-769.5000	-769.5000	-5.8417E-06

Tabla B.10. Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica - Energías inyectadas estimadas

Nodo	fp_{abc}	$fp_{abc}{}^{m}$	residuo fp
3a	0.8500	0.8500	-1.576E-11
3b	0.9000	0.9000	-7.386E-11
3c	0.9500	0.9500	5.536E-11

Tabla B.11. Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica- Factores de Potencia estimados

Tramo	J_{abc-x}	J_{abc-y}	$J_{abc-x}{}^{m}$	$J_{abc-y}{}^{m}$	residuo Jx	residuo Jy
01' A	0.6708	-0.4859	0.6708	-0.4859	2.4827E-07	2.6374E-07
01' B	-1.1057	-0.5721	-1.1057	-0.5721	-3.3906E-07	-1.9016E-07
01' C	0.1537	1.6322	0.1537	1.6322	1.0466E-07	-1.0313E-06

Tabla B.12. Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica- Corrientes de Rama

B.2.2. Estimador de Estado - Método basado en ecuaciones de Potencia

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_{abc-x}	V_{abc-y}	residuo Vabc-x	residuo Vabc-y
0a	12.4700	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.147E-08	-2.370E-07
0b	12.4697	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	-1.103E-05	6.550E-06
0c	12.4697	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	-1.125E-05	-5.975E-06
1a	4.1393	0.9950	-0.1399	0.9950	-0.0024	2.597E-06	-4.258E-06
1b	4.1084	0.9876	-120.1847	-0.4966	-0.8537	-6.364E-06	4.513E-06
1c	4.0920	0.9837	119.2649	-0.4809	0.8581	-9.973E-07	-2.485E-05
2a	3.9932	0.9599	-2.2580	0.9592	-0.0378	-3.217E-06	-2.539E-06
2b	3.9051	0.9387	-123.6252	-0.5198	-0.7817	-8.817E-06	2.555E-05
2c	3.8153	0.9171	114.7880	-0.3845	0.8326	5.446E-05	-9.034E-05
3a	3.7672	0.9056	-4.1234	0.9032	-0.0651	-5.700E-05	-8.821E-05
3b	3.3424	0.8035	-126.7983	-0.4813	-0.6434	1.007E-04	2.075E-04
3c	3.1741	0.7630	102.8440	-0.1696	0.7439	4.881E-04	-4.341E-04

Tabla B.13. Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica- Variables de Estado Estimadas

Nodo	P_{abc}	$P_{abc}{}^{m}$	residuo Pabc	Q_{abc}	$Q_{abc}{}^{m}$	residuo Qabc
3a	-0.63750	-0.63750	-8.7292E-08	-0.39509	-0.39508	-3.2879E-06
3b	-0.90000	-0.90001	6.9513E-06	-0.43589	-0.43589	3.1281E-06
3c	-1.18750	-1.18749	-1.2541E-05	-0.39031	-0.39031	2.2287E-06

Tabla B.14. Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica -Potencias activas y reactivas inyectadas

Tramo	P_{abc-01}	$Q_{ij_{est}}$	$P_{ij_{pseudo}}$	Q_{abc-01}	residuo Pabc	residuo Qabc
01 a	0.6708	0.4858	0.6708	0.4858	3.9529E-08	-1.8510E-08
01 b	1.0480	0.6713	1.0480	0.6713	4.4869E-08	-1.7681E-09
01 c	1.3361	0.9478	1.3361	0.9478	-1.1730E-07	5.2421E-08

Tabla B.15. Resultados red IEEE de 4 nodos trifásica - Flujos de Potencia

APÉNDICE III

RESULTADOS RED IEEE DE 37 NODOS

C.1. Tablas de Resultados - Equivalente en Secuencia Positiva

C.1.1. Estimador de Estado - Método Propuesto

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_x	V_y
799	241.5000	1.0500	0.0000	1.0500	0.0000
701	4.9798	1.0375	-0.2399	1.0374	-0.0043
702	4.9472	1.0307	-0.3755	1.0306	-0.0068
705	4.9422	1.0296	-0.3680	1.0296	-0.0066
713	4.9320	1.0275	-0.3507	1.0275	-0.0063
703	4.9152	1.0240	-0.3177	1.0240	-0.0057
742	4.9417	1.0295	-0.3698	1.0295	-0.0066
712	4.9418	1.0295	-0.3697	1.0295	-0.0066
704	4.9210	1.0252	-0.3978	1.0252	-0.0071
727	4.9095	1.0228	-0.3074	1.0228	-0.0055
730	4.8954	1.0199	-0.2814	1.0199	-0.0050
714	4.9189	1.0248	-0.3946	1.0247	-0.0071
720	4.9154	1.0240	-0.3882	1.0240	-0.0069
744	4.9043	1.0217	-0.3107	1.0217	-0.0055
709	4.8909	1.0189	-0.2729	1.0189	-0.0049
718	4.9162	1.0242	-0.3971	1.0242	-0.0071
707	4.9130	1.0236	-0.3897	1.0235	-0.0070
706	4.9149	1.0239	-0.3885	1.0239	-0.0069
728	4.9033	1.0215	-0.3114	1.0215	-0.0056
729	4.9040	1.0217	-0.3109	1.0217	-0.0055
731	4.8878	1.0183	-0.2682	1.0183	-0.0048
708	4.8649	1.0135	-0.2227	1.0135	-0.0039

775	4.8909	1.0189	-0.2729	1.0189	-0.0049
724	4.9120	1.0233	-0.3904	1.0233	-0.0070
722	4.9091	1.0227	-0.3923	1.0227	-0.0070
725	4.9143	1.0238	-0.3875	1.0238	-0.0069
733	4.8031	1.0007	-1.5204	1.0003	-0.0266
732	4.8610	1.0127	-0.3055	1.0127	-0.0054
734	4.7900	0.9979	-1.4978	0.9976	-0.0261
737	4.7796	0.9957	-1.5055	0.9954	-0.0262
710	4.7867	0.9972	-1.5006	0.9969	-0.0261
738	4.7700	0.9937	-1.4891	0.9934	-0.0258
735	4.7853	0.9969	-1.5019	0.9966	-0.0261
736	4.7860	0.9971	-1.5011	0.9967	-0.0261
711	4.7681	0.9934	-1.4861	0.9930	-0.0258
741	4.7674	0.9932	-1.4866	0.9929	-0.0258
740	4.7667	0.9931	-1.4874	0.9927	-0.0258

Tabla C.1. Resultados red IEEE de 37 nodos- Variables de Estado Estimadas

Nodo	W $^{kWh}/_{mes}$	W	W^m	residuo W
799	-4.0824E+08	-408.2400	-408.2400	-3.05E-06
705	-5.5080E+07	-55.0800	-55.0800	-4.17E-07
703	-6.0264E+07	-60.2640	-60.2640	-4.55E-07
742	-5.5080E+07	-55.0800	-55.0800	-4.17E-07
704	-2.7216E+07	-27.2160	-27.2160	-2.09E-07
727	-5.5080E+07	-55.0800	-55.0800	-4.17E-07
730	-2.4624E+07	-24.6240	-24.6240	-1.90E-07
714	-5.5080E+07	-55.0800	-55.0800	-4.17E-07
720	-2.7216E+07	-27.2160	-27.2160	-2.09E-07
709	-5.5080E+07	-55.0800	-55.0800	-4.17E-07
706	-8.1648E+07	-81.6480	-81.6480	-6.14E-07
728	-2.7216E+07	-27.2160	-27.2160	-2.09E-07
729	-5.5080E+07	-55.0800	-55.0800	-4.17E-07
775	-2.7216E+07	-27.2160	-27.2160	-2.09E-07
724	-1.0433E+08	-104.3280	-104.3280	-7.84E-07
722	-2.7216E+07	-27.2160	-27.2160	-2.09E-07
725	-5.5080E+07	-55.0800	-55.0800	-4.17E-07
733	-2.7216E+07	-27.2160	-27.2160	-2.09E-07
732	-2.7216E+07	-27.2160	-27.2160	-2.09E-07
734	-9.0720E+07	-90.7200	-90.7200	-6.82E-07
710	-8.1648E+07	-81.6480	-81.6480	-6.15E-07
738	-5.5080E+07	-55.0800	-55.0800	-4.17E-07
735	-2.7216E+07	-27.2160	-27.2160	-2.09E-07
711	-2.7216E+07	-27.2160	-27.2160	-2.09E-07
741	-5.5080E+07	-55.0800	-55.0800	-4.17E-07

Tabla C.2. Resultados red IEEE de 37 nodos - Energías inyectadas estimadas

Nodo	fp	fp^m	residuo fp
799	0.8944	0.8944	4.2222E-13
705	0.9048	0.9048	-5.5067E-14
703	0.9039	0.9039	1.1080E-12
742	0.9048	0.9048	1.1313E-12
704	0.8944	0.8944	-1.4985E-12
727	0.9048	0.9048	-1.8329E-12
730	0.9037	0.9037	1.5747E-12
714	0.9048	0.9048	-3.1508E-13
720	0.8944	0.8944	1.2068E-13
709	0.9048	0.9048	1.0183E-12
706	0.8944	0.8944	-4.6374E-13
728	0.8944	0.8944	5.5689E-13
729	0.9048	0.9048	-1.9633E-12
775	0.8944	0.8944	2.8865E-12
724	0.8955	0.8955	-7.1321E-13
722	0.8944	0.8944	-3.8207E-12
725	0.9048	0.9048	-1.2830E-12
733	0.8944	0.8944	-5.0820E-12
732	0.8944	0.8944	-9.2015E-13
734	0.8944	0.8944	-1.1389E-12
710	0.8973	0.8973	-1.1963E-12
738	0.9048	0.9048	-4.9449E-13
735	0.8944	0.8944	5.8997E-13
711	0.8944	0.8944	2.1959E-12
741	0.9048	0.9048	7.1287E-13

Tabla C.3. Resultados red IEEE de 37 - Factores de Potencia estimados

Tramo	J_x	J_y	$J_x{}^m$	$J_y{}^m$	residuo Jx	residuo Jy
01	2.3899	-1.1895	2.3899	-1.1895	-2.2228E-08	1.1005E-08

Tabla C.4. Resultados red IEEE de 37 nodos - Corrientes de Rama

C.1.2. Estimador de Estado basado en las Ecuaciones de Potencia

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_x	V_y	residuo Vx	residuo Vy
799	241.5000	1.0500	0.0000	1.0500	0.0000	0.00E+00	0.00E+00
701	4.9798	1.0375	-0.2399	1.0374	-0.0043	7.69E-05	2.70E-05
702	4.9472	1.0307	-0.3755	1.0306	-0.0068	1.33E-04	4.65E-05
705	4.9422	1.0296	-0.3680	1.0296	-0.0066	1.33E-04	4.65E-05
713	4.9320	1.0275	-0.3507	1.0275	-0.0063	2.77E-03	7.00E-04
703	4.9152	1.0240	-0.3177	1.0240	-0.0057	1.10E-03	3.15E-03
742	4.9417	1.0295	-0.3698	1.0295	-0.0066	2.11E-04	4.66E-05
712	4.9418	1.0295	-0.3697	1.0295	-0.0066	8.24E-05	2.44E-05
704	4.9210	1.0252	-0.3978	1.0252	-0.0071	3.09E-03	1.09E-05
727	4.9095	1.0228	-0.3074	1.0228	-0.0055	1.40E-03	3.19E-03
730	4.8954	1.0199	-0.2814	1.0199	-0.0050	8.59E-04	4.07E-03
714	4.9189	1.0248	-0.3946	1.0247	-0.0071	3.38E-03	2.88E-05
720	4.9154	1.0240	-0.3882	1.0240	-0.0069	2.03E-03	2.91E-04
744	4.9043	1.0217	-0.3107	1.0217	-0.0055	1.97E-03	3.16E-03
709	4.8909	1.0189	-0.2729	1.0189	-0.0049	4.76E-04	4.30E-03
718	4.9162	1.0242	-0.3971	1.0242	-0.0071	3.30E-03	9.99E-05
707	4.9130	1.0236	-0.3897	1.0235	-0.0070	2.46E-04	1.71E-04
706	4.9149	1.0239	-0.3885	1.0239	-0.0069	1.92E-03	2.96E-04
728	4.9033	1.0215	-0.3114	1.0215	-0.0056	1.81E-03	3.09E-03
729	4.9040	1.0217	-0.3109	1.0217	-0.0055	1.87E-03	3.13E-03
731	4.8878	1.0183	-0.2682	1.0183	-0.0048	7.01E-04	4.42E-03
708	4.8649	1.0135	-0.2227	1.0135	-0.0039	4.01E-03	5.32E-03
775	4.8909	1.0189	-0.2729	1.0189	-0.0049	4.76E-04	4.30E-03
724	4.9120	1.0233	-0.3904	1.0233	-0.0070	5.06E-04	2.57E-04
722	4.9091	1.0227	-0.3923	1.0227	-0.0070	2.84E-04	2.57E-04
725	4.9143	1.0238	-0.3875	1.0238	-0.0069	1.87E-03	2.88E-04
733	4.8031	1.0007	-1.5204	1.0003	-0.0266	1.55E-02	1.72E-02
732	4.8610	1.0127	-0.3055	1.0127	-0.0054	4.64E-03	3.83E-03
734	4.7900	0.9979	-1.4978	0.9976	-0.0261	1.55E-02	1.66E-02
737	4.7796	0.9957	-1.5055	0.9954	-0.0262	1.55E-02	1.65E-02
710	4.7867	0.9972	-1.5006	0.9969	-0.0261	1.52E-02	1.68E-02
738	4.7700	0.9937	-1.4891	0.9934	-0.0258	1.67E-02	1.62E-02
735	4.7853	0.9969	-1.5019	0.9966	-0.0261	1.53E-02	1.68E-02
736	4.7860	0.9971	-1.5011	0.9967	-0.0261	1.46E-02	1.69E-02
711	4.7681	0.9934	-1.4861	0.9930	-0.0258	1.66E-02	1.61E-02
741	4.7674	0.9932	-1.4866	0.9929	-0.0258	1.66E-02	1.61E-02

740	4.7667	0.9931	-1.4874	0.9927	-0.0258	1.67E-02	1.61E-02

Tabla C.5. Resultados red IEEE de 37 nodos- Variables de Estado Estimadas

Nodo	P	P^m	residuo P	Q	Q^m	residuo Q
799	-0.6300	-0.6298	-2.3755E-04	-0.3150	-0.3144	-5.8495E-04
705	-0.0850	-0.0848	-2.4737E-04	-0.0400	-0.0394	-5.8980E-04
703	-0.0930	-0.0928	-2.4589E-04	-0.0440	-0.0434	-5.8908E-04
742	-0.0850	-0.0848	-2.4589E-04	-0.0400	-0.0394	-5.8908E-04
704	-0.0420	-0.0417	-2.5098E-04	-0.0210	-0.0204	-5.9160E-04
727	-0.0850	-0.0847	-2.5329E-04	-0.0400	-0.0394	-5.9273E-04
730	-0.0380	-0.0377	-2.5024E-04	-0.0180	-0.0174	-5.9117E-04
714	-0.0850	-0.0847	-2.5079E-04	-0.0400	-0.0394	-5.9145E-04
720	-0.0420	-0.0417	-2.5194E-04	-0.0210	-0.0204	-5.9207E-04
709	-0.0850	-0.0847	-2.5075E-04	-0.0400	-0.0394	-5.9141E-04
706	-0.1260	-0.1257	-2.5213E-04	-0.0630	-0.0624	-5.9216E-04
728	-0.0420	-0.0417	-2.5200E-04	-0.0210	-0.0204	-5.9210E-04
729	-0.0850	-0.0847	-2.5451E-04	-0.0400	-0.0394	-5.9332E-04
775	-0.0420	-0.0417	-2.5140E-04	-0.0210	-0.0204	-5.9175E-04
724	-0.1610	-0.1607	-2.5195E-04	-0.0800	-0.0794	-5.9202E-04
722	-0.0420	-0.0417	-2.5097E-04	-0.0210	-0.0204	-5.9153E-04
725	-0.0850	-0.0847	-2.8680E-04	-0.0400	-0.0394	-6.0984E-04
733	-0.0420	-0.0417	-2.6007E-04	-0.0210	-0.0204	-5.9610E-04
732	-0.0420	-0.0417	-2.8909E-04	-0.0210	-0.0204	-6.1095E-04
734	-0.1400	-0.1397	-2.9127E-04	-0.0700	-0.0694	-6.1201E-04
710	-0.1260	-0.1257	-2.9297E-04	-0.0620	-0.0614	-6.1282E-04
738	-0.0850	-0.0847	-2.9008E-04	-0.0400	-0.0394	-6.1141E-04
735	-0.0420	-0.0417	-2.8993E-04	-0.0210	-0.0204	-6.1135E-04
711	-0.0420	-0.0417	-2.9344E-04	-0.0210	-0.0204	-6.1304E-04
741	-0.0850	-0.0847	-2.9359E-04	-0.0400	-0.0394	-6.1311E-04

Tabla C.6. Resultados red IEEE de 37 nodos -Potencias activas y reactivas inyectadas

Tramo	P_{01}	Q_{01}	${P_{01}}^m$	${Q_{01}}^m$	residuo P	residuo Q
01	2.5094	1.2489	2.5094	1.2489	-2.2225E-06	-5.7723E-06

Tabla C.7. Resultados red IEEE de 37 - Flujos de Potencia

residuo Vx	residuo Vy	error Vx	error Vy
0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
7.6856E-05	2.7031E-05	7.4076E-03	6.1854E-01
1.3279E-04	4.6466E-05	1.2882E-02	6.8320E-01
1.3263E-04	4.6480E-05	1.2880E-02	6.9804E-01
2.7697E-03	6.9963E-04	2.6884E-01	1.0010E+01
1.1027E-03	3.1477E-03	1.0757E-01	3.5663E+01
2.1135E-04	4.6583E-05	2.0533E-02	7.0594E-01
8.2392E-05	2.4351E-05	8.0036E-03	3.6793E-01
3.0880E-03	1.0889E-05	3.0031E-01	1.5322E-01
1.4034E-03	3.1928E-03	1.3702E-01	3.6779E+01
8.5933E-04	4.0717E-03	8.4189E-02	4.4843E+01
3.3770E-03	2.8814E-05	3.2846E-01	4.0658E-01
2.0346E-03	2.9086E-04	1.9829E-01	4.0233E+00
1.9734E-03	3.1633E-03	1.9278E-01	3.6342E+01
4.7634E-04	4.3005E-03	4.6728E-02	4.6977E+01
3.2982E-03	9.9915E-05	3.2100E-01	1.4276E+00
2.4644E-04	1.7079E-04	2.4083E-02	2.5147E+00
1.9214E-03	2.9622E-04	1.8730E-01	4.0918E+00
1.8143E-03	3.0922E-03	1.7730E-01	3.5775E+01
1.8707E-03	3.1315E-03	1.8277E-01	3.6095E+01
7.0065E-04	4.4177E-03	6.8761E-02	4.8102E+01
4.0062E-03	5.3185E-03	3.9372E-01	5.7448E+01
4.7634E-04	4.3005E-03	4.6728E-02	4.6977E+01
5.0568E-04	2.5680E-04	4.9441E-02	3.8239E+00
2.8423E-04	2.5696E-04	2.7784E-02	3.8088E+00
1.8720E-03	2.8824E-04	1.8252E-01	3.9970E+00
1.5461E-02	1.7195E-02	1.5221E+00	1.8378E+02
4.6395E-03	3.8263E-03	4.5605E-01	4.1476E+01
1.5497E-02	1.6583E-02	1.5297E+00	1.7455E+02
1.5533E-02	1.6549E-02	1.5365E+00	1.7216E+02
1.5215E-02	1.6759E-02	1.5033E+00	1.7912E+02
1.6662E-02	1.6164E-02	1.6496E+00	1.6731E+02
1.5255E-02	1.6809E-02	1.5076E+00	1.8033E+02
1.4557E-02	1.6894E-02	1.4394E+00	1.8314E+02
1.6614E-02	1.6075E-02	1.6455E+00	1.6593E+02
1.6617E-02	1.6072E-02	1.6460E+00	1.6580E+02

1.6654E-02	1.6125E-02	1.6499E+00	1.6706E+02

Tabla C.8. Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 37 nodos

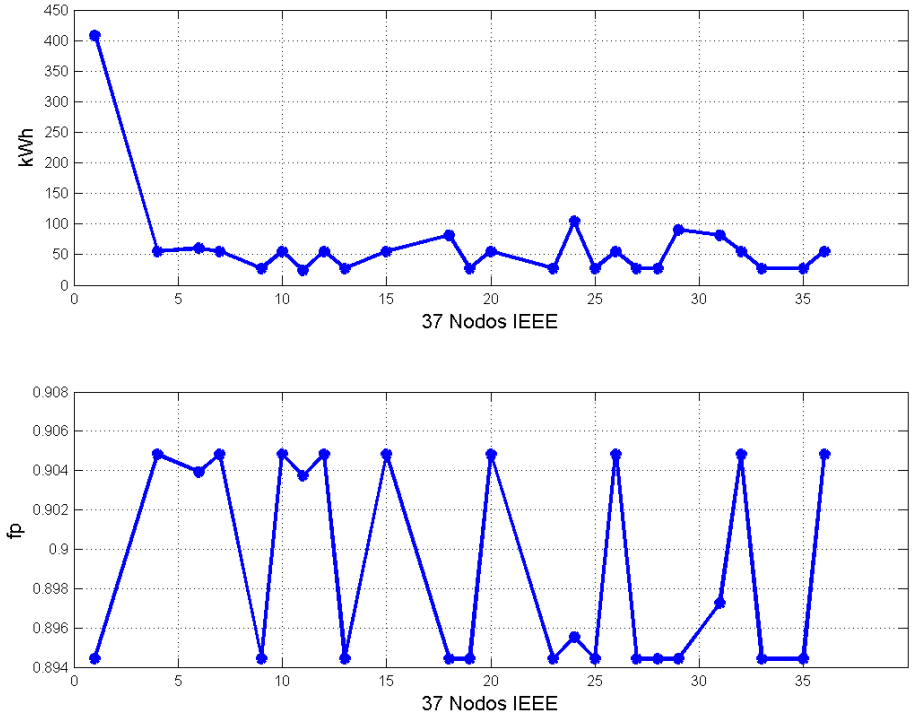

Figura C.1. Energías y factores de potencia Estimados red 37 nodos

C.2. Tablas de Resultados - Equivalente Trifásico

C.2.1. Estimador de Estado - Método Propuesto

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_x	V_y
799a	13.0149	1.0437	0.0000	1.0437	0.0000
799b	12.7815	1.0250	-120.0007	-0.5125	-0.8876
799c	12.8999	1.0345	120.0007	-0.5173	0.8959
701a	4.9493	1.0311	-0.1910	1.0311	-0.0034
701b	4.8845	1.0176	-120.2186	-0.5122	-0.8793
701c	4.8766	1.0159	119.6930	-0.5033	0.8825

702a	4.9127	1.0235	-0.3306	1.0235	-0.0059
702b	4.8644	1.0134	-120.3232	-0.5117	-0.8748
702c	4.8329	1.0069	119.5171	-0.4961	0.8762
705a	4.9141	1.0238	-0.3272	1.0237	-0.0058
705b	4.8560	1.0117	-120.2866	-0.5102	-0.8736
705c	4.8246	1.0051	119.5035	-0.4950	0.8748
713a	4.9109	1.0231	-0.3193	1.0231	-0.0057
713b	4.8511	1.0107	-120.3002	-0.5099	-0.8726
713c	4.8241	1.0050	119.4674	-0.4944	0.8750
703a	4.8662	1.0138	-0.4834	1.0138	-0.0086
703b	4.8600	1.0125	-120.4382	-0.5129	-0.8729
703c	4.7981	0.9996	119.4171	-0.4910	0.8707
742a	4.9143	1.0238	-0.3048	1.0238	-0.0054
742b	4.8483	1.0101	-120.2791	-0.5093	-0.8723
742c	4.8258	1.0054	119.4845	-0.4948	0.8752
712a	4.9147	1.0239	-0.3418	1.0239	-0.0061
712b	4.8567	1.0118	-120.2703	-0.5100	-0.8739
712c	4.8187	1.0039	119.5095	-0.4945	0.8737
704a	4.9072	1.0223	-0.2729	1.0223	-0.0049
704b	4.8303	1.0063	-120.2974	-0.5077	-0.8689
704c	4.8197	1.0041	119.3993	-0.4929	0.8748
727a	4.8584	1.0122	-0.4791	1.0121	-0.0085
727b	4.8590	1.0123	-120.4411	-0.5129	-0.8727
727c	4.7937	0.9987	119.4381	-0.4908	0.8697
730a	4.8338	1.0070	-0.5999	1.0070	-0.0105
730b	4.8610	1.0127	-120.4339	-0.5130	-0.8732
730c	4.7644	0.9926	119.4711	-0.4883	0.8641
714a	4.9049	1.0219	-0.2693	1.0218	-0.0048
714b	4.8301	1.0063	-120.3029	-0.5077	-0.8688
714c	4.8201	1.0042	119.4037	-0.4930	0.8748
720a	4.9162	1.0242	-0.2062	1.0242	-0.0037
720b	4.7987	0.9997	-120.2344	-0.5034	-0.8637
720c	4.8094	1.0020	119.2580	-0.4897	0.8741
744a	4.8524	1.0109	-0.4805	1.0109	-0.0085
744b	4.8583	1.0122	-120.4585	-0.5131	-0.8725
744c	4.7932	0.9986	119.4500	-0.4910	0.8695
709a	4.8225	1.0047	-0.6273	1.0046	-0.0110

709b	4.8607	1.0127	-120.4443	-0.5131	-0.8730
709c	4.7564	0.9909	119.4909	-0.4878	0.8625
718a	4.8923	1.0192	-0.2567	1.0192	-0.0046
718b	4.8319	1.0067	-120.3363	-0.5084	-0.8688
718c	4.8217	1.0045	119.4345	-0.4936	0.8748
707a	4.9232	1.0257	-0.0857	1.0257	-0.0015
707b	4.7498	0.9895	-120.1438	-0.4969	-0.8557
707c	4.8108	1.0022	119.1307	-0.4879	0.8755
706a	4.9172	1.0244	-0.1889	1.0244	-0.0034
706b	4.7939	0.9987	-120.2337	-0.5029	-0.8629
706c	4.8102	1.0021	119.2392	-0.4895	0.8744
728a	4.8506	1.0105	-0.4770	1.0105	-0.0084
728b	4.8565	1.0118	-120.4546	-0.5128	-0.8722
728c	4.7914	0.9982	119.4525	-0.4908	0.8692
729a	4.8490	1.0102	-0.4761	1.0102	-0.0084
729b	4.8588	1.0122	-120.4676	-0.5133	-0.8725
729c	4.7936	0.9987	119.4583	-0.4911	0.8696
731a	4.8244	1.0051	-0.5918	1.0050	-0.0104
731b	4.8512	1.0107	-120.4457	-0.5121	-0.8713
731c	4.7580	0.9913	119.4537	-0.4874	0.8631
708a	4.8036	1.0007	-0.6904	1.0007	-0.0121
708b	4.8654	1.0136	-120.4603	-0.5138	-0.8737
708c	4.7427	0.9881	119.5424	-0.4872	0.8596
775a	4.8225	1.0047	-0.6273	1.0046	-0.0110
775b	4.8607	1.0127	-120.4443	-0.5131	-0.8730
775c	4.7564	0.9909	119.4909	-0.4878	0.8625
724a	4.9244	1.0259	-0.0601	1.0259	-0.0011
724b	4.7403	0.9876	-120.1293	-0.4957	-0.8541
724c	4.8121	1.0025	119.1053	-0.4876	0.8759
722a	4.9239	1.0258	-0.0741	1.0258	-0.0013
722b	4.7449	0.9885	-120.1341	-0.4963	-0.8549
722c	4.8107	1.0022	119.1181	-0.4877	0.8756
725a	4.9176	1.0245	-0.1795	1.0245	-0.0032
725b	4.7905	0.9980	-120.2285	-0.5024	-0.8623
725c	4.8107	1.0022	119.2299	-0.4894	0.8746
733a	4.7843	0.9967	-0.7443	0.9967	-0.0129
733b	4.8695	1.0145	-120.4856	-0.5147	-0.8742

733c	4.7317	0.9858	119.5947	-0.4868	0.8572
732a	4.8040	1.0008	-0.7006	1.0008	-0.0122
732b	4.8659	1.0137	-120.4493	-0.5137	-0.8739
732c	4.7387	0.9872	119.5477	-0.4869	0.8588
734a	4.7597	0.9916	-0.8352	0.9915	-0.0145
734b	4.8752	1.0157	-120.4955	-0.5154	-0.8752
734c	4.7106	0.9814	119.6577	-0.4856	0.8528
737a	4.7285	0.9851	-0.9008	0.9850	-0.0155
737b	4.8837	1.0174	-120.5649	-0.5174	-0.8761
737c	4.7016	0.9795	119.7564	-0.4861	0.8503
710a	4.7620	0.9921	-0.8509	0.9920	-0.0147
710b	4.8705	1.0147	-120.4498	-0.5142	-0.8747
710c	4.6983	0.9788	119.6538	-0.4843	0.8506
738a	4.7200	0.9833	-0.9401	0.9832	-0.0161
738b	4.8873	1.0182	-120.5663	-0.5178	-0.8767
738c	4.6937	0.9778	119.7837	-0.4857	0.8487
735a	4.7626	0.9922	-0.8638	0.9921	-0.0150
735b	4.8711	1.0148	-120.4358	-0.5141	-0.8750
735c	4.6933	0.9778	119.6591	-0.4838	0.8497
736a	4.7640	0.9925	-0.8072	0.9924	-0.0140
736b	4.8549	1.0114	-120.4266	-0.5122	-0.8721
736c	4.7005	0.9793	119.6107	-0.4839	0.8514
711a	4.7213	0.9836	-0.9769	0.9835	-0.0168
711b	4.8892	1.0186	-120.5301	-0.5174	-0.8774
711c	4.6837	0.9758	119.7800	-0.4846	0.8469
741a	4.7217	0.9837	-0.9892	0.9835	-0.0170
741b	4.8898	1.0187	-120.5182	-0.5173	-0.8776
741c	4.6804	0.9751	119.7794	-0.4843	0.8463
740a	4.7219	0.9837	-0.9899	0.9836	-0.0170
740b	4.8898	1.0187	-120.5161	-0.5173	-0.8776
740c	4.6786	0.9747	119.7853	-0.4842	0.8459

Tabla C.9. Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico - Variables de Estado Estimadas

Nodo	W $^{kWh}/_{mes}$	W	W^m	residuo W
701a	-272160000	-272.1600	-272.1600	-2.0831E-06
701b	-272160000	-272.1600	-272.1600	-1.8716E-06
701c	-680400000	-680.4000	-680.4000	-5.0089E-06
713c	-165240000	-165.2400	-165.2400	-1.2181E-06
742a	-15552000	-15.5520	-15.5520	-1.8303E-07
742b	-165240000	-165.2400	-165.2400	-1.1523E-06
712c	-165240000	-165.2400	-165.2400	-1.2200E-06
727c	-81648000	-81.6480	-81.6480	-5.8572E-07
730c	-165240000	-165.2400	-165.2400	-1.2127E-06
714a	-33048000	-33.0480	-33.0480	-2.9467E-07
714b	-40824000	-40.8240	-40.8240	-2.5572E-07
720c	-165240000	-165.2400	-165.2400	-1.2134E-06
744a	-81648000	-81.6480	-81.6480	-6.5774E-07
718a	-165240000	-165.2400	-165.2400	-1.2804E-06
728a	-81648000	-81.6480	-81.6480	-6.5763E-07
728b	-81648000	-81.6480	-81.6480	-5.5738E-07
728c	-81648000	-81.6480	-81.6480	-5.8431E-07
729a	-81648000	-81.6480	-81.6480	-6.5755E-07
731b	-165240000	-165.2400	-165.2400	-1.2044E-06
724b	-81648000	-81.6480	-81.6480	-6.3168E-07
722b	-272160000	-272.1600	-272.1600	-2.0212E-06
722c	-40824000	-40.8240	-40.8240	-2.9139E-07
725b	-81648000	-81.6480	-81.6480	-5.9316E-07
733a	-165240000	-165.2400	-165.2400	-1.2531E-06
732c	-81648000	-81.6480	-81.6480	-5.7495E-07
734c	-81648000	-81.6480	-81.6480	-5.6811E-07
737a	-272160000	-272.1600	-272.1600	-2.0249E-06
738a	-244944000	-244.9440	-244.9440	-1.8159E-06
735c	-165240000	-165.2400	-165.2400	-1.1996E-06
736b	-81648000	-81.6480	-81.6480	-6.3561E-07
741c	-81648000	-81.6480	-81.6480	-5.6201E-07
740c	-165240000	-165.2400	-165.2400	-1.1939E-06

Tabla C.10. Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico- Energías Inyectadas estimadas

Nodo	fp	fp^m	residuo fp
701a	0.8944	0.8944	-1.6159E-10

701b	0.8944	0.8944	1.2773E-10
701c	0.8944	0.8944	7.8132E-12
713c	0.9048	0.9048	-1.2516E-10
742a	0.8944	0.8944	-2.8040E-09
742b	0.9048	0.9048	1.7244E-10
712c	0.9048	0.9048	-1.2529E-10
727c	0.8944	0.8944	-2.7767E-10
730c	0.9048	0.9048	-1.0855E-10
714a	0.9048	0.9048	-1.1975E-09
714b	0.9029	0.9029	6.7891E-10
720c	0.9048	0.9048	-1.2775E-10
744a	0.8944	0.8944	-4.9660E-10
718a	0.9048	0.9048	-2.4565E-10
728a	0.8944	0.8944	-4.9593E-10
728b	0.8944	0.8944	3.3648E-10
728c	0.8944	0.8944	-2.7572E-10
729a	0.8944	0.8944	-4.9697E-10
731b	0.9048	0.9048	1.4854E-10
724b	0.8944	0.8944	2.9784E-10
722b	0.8944	0.8944	1.0372E-10
722c	0.9029	0.9029	-6.8700E-10
725b	0.8944	0.8944	3.0993E-10
733a	0.9048	0.9048	-2.3376E-10
732c	0.8944	0.8944	-2.4333E-10
734c	0.8944	0.8944	-2.2252E-10
737a	0.8944	0.8944	-1.2941E-10
738a	0.8973	0.8973	-1.4989E-10
735c	0.9048	0.9048	-9.0991E-11
736b	0.8944	0.8944	1.9804E-10
741c	0.8944	0.8944	-2.0248E-10
740c	0.9048	0.9048	-8.1618E-11

Tabla C.11. Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico- Factores de Potencia estimadas

Tramo	J_x	J_y	J_x^m	J_y^m	residuo Jx	residuo Jy
799-701a	2.1604	-1.0886	2.1604	-1.0886	-6.14615E-08	3.10875E-08
799-701b	-1.7714	-1.1754	-1.7714	-1.1754	-2.17581E-08	-2.27865E-08
799-701c	-0.2334	3.6340	-0.2334	3.6340	3.46676E-09	-3.24444E-08

Tabla C.12. Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico - Corrientes de Rama

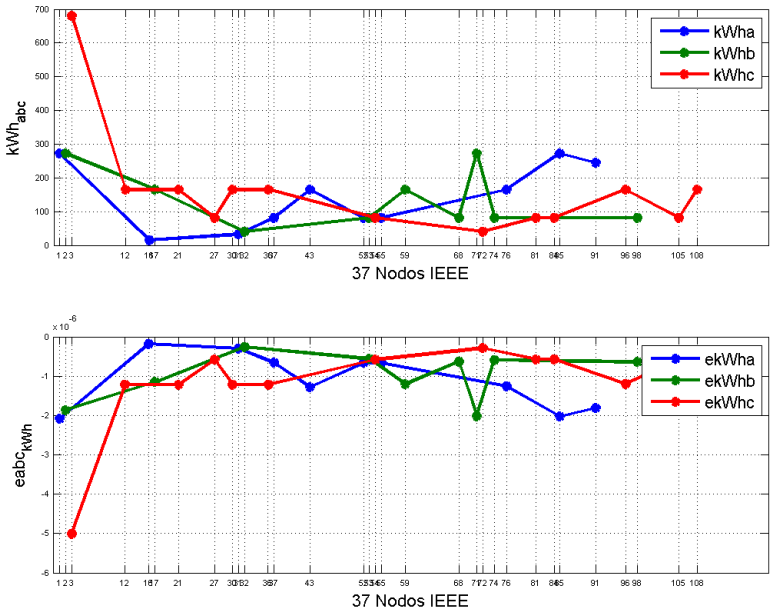

Figura C.2. Energías estimadas red *IEEE* de 37 nodos trifásico

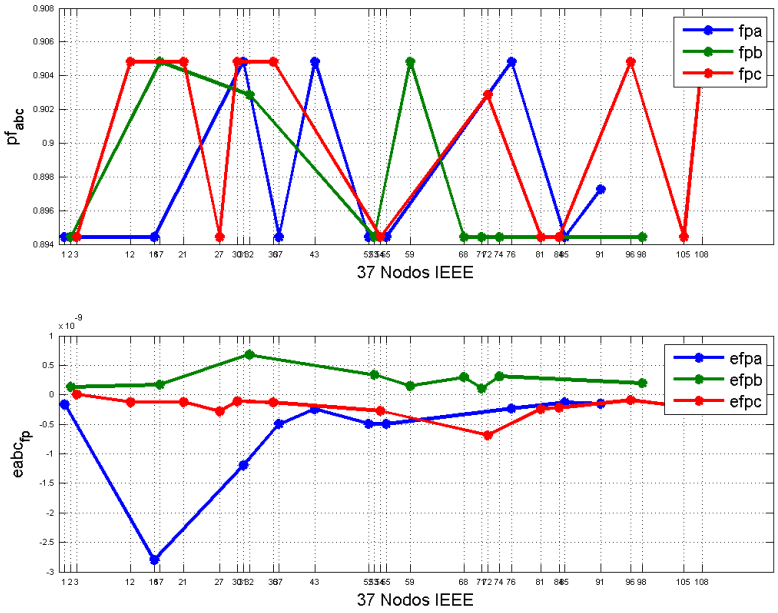

Figura C.3. Factores de potencia estimados red *IEEE* de 37 nodos trifásico

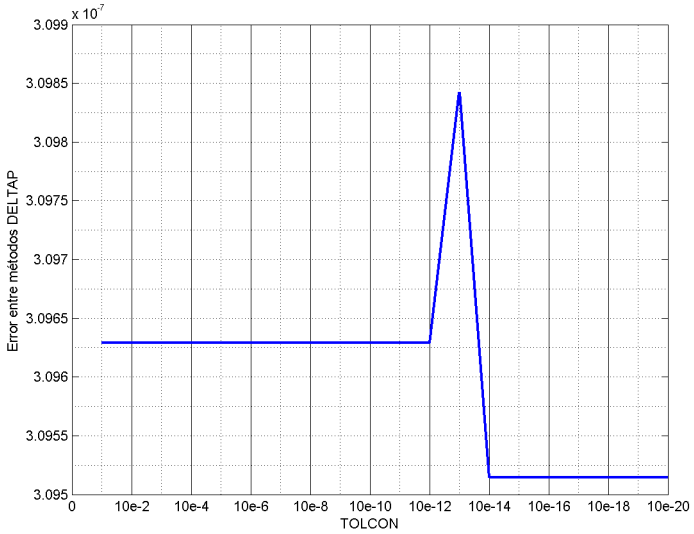

Figura C.4. Diferencia de $\triangle \mathbf{P_{abc}}$ entre ambos métodos, red 37 nodos

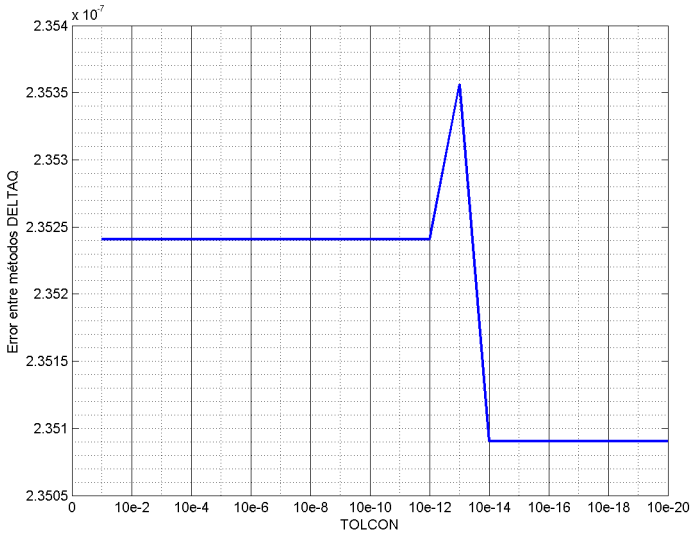

Figura C.5. Diferencia de $\triangle \mathbf{Q_{abc}}$ entre ambos métodos, red 37 nodos

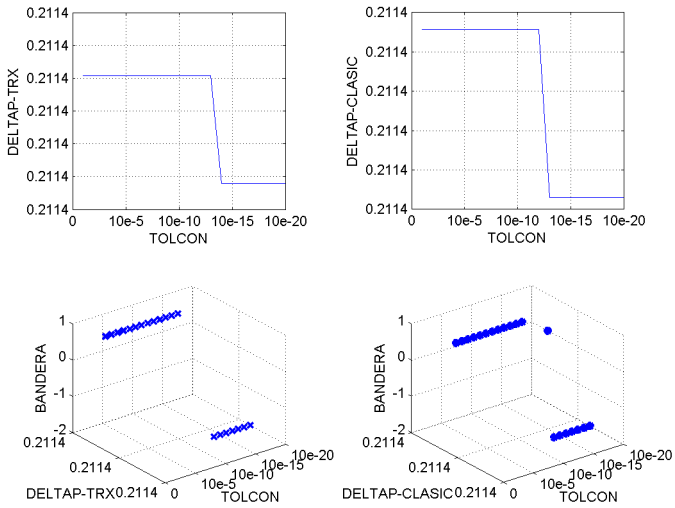

Figura C.6. Pérdidas $\triangle \mathbf{P_{abc}}$ y banderas de salida, red 37 nodos

residuo Vx	residuo Vy	error Vx	error Vy
2.1339E-08	8.4190E-08	2.0446E-06	0.0000E+00
1.1274E-05	6.5132E-06	2.1999E-03	7.3376E-04
1.1394E-05	6.5527E-06	2.2027E-03	7.3143E-04
3.7040E-08	5.1454E-09	3.5923E-06	1.4970E-04
1.1105E-05	6.4396E-06	2.1683E-03	7.3233E-04
1.1185E-05	6.4391E-06	2.2225E-03	7.2960E-04
7.0165E-08	4.9218E-08	6.8557E-06	8.3331E-04

1.0989E-05	6.3922E-06	2.1478E-03	7.3072E-04
1.1056E-05	6.3891E-06	2.2288E-03	7.2920E-04
7.9865E-08	5.1777E-08	7.8013E-06	8.8575E-04
1.0963E-05	6.3795E-06	2.1487E-03	7.3027E-04
1.1026E-05	6.3830E-06	2.2274E-03	7.2966E-04
9.3046E-08	5.7354E-08	9.0946E-06	1.0061E-03
1.0940E-05	6.3732E-06	2.1454E-03	7.3037E-04
1.1012E-05	6.3828E-06	2.2273E-03	7.2945E-04
9.4413E-08	8.6589E-08	9.3132E-06	1.0124E-03
1.0921E-05	6.3662E-06	2.1291E-03	7.2927E-04
1.0949E-05	6.3355E-06	2.2300E-03	7.2762E-04
8.2934E-08	5.5965E-08	8.1007E-06	1.0277E-03
1.0946E-05	6.3666E-06	2.1494E-03	7.2990E-04
1.1021E-05	6.3860E-06	2.2273E-03	7.2969E-04
8.3383E-08	5.0170E-08	8.1438E-06	8.2129E-04
1.0959E-05	6.3816E-06	2.1487E-03	7.3027E-04
1.1011E-05	6.3771E-06	2.2267E-03	7.2993E-04
1.1901E-07	7.1609E-08	1.1641E-05	1.4706E-03
1.0875E-05	6.3423E-06	2.1421E-03	7.2995E-04
1.0967E-05	6.3844E-06	2.2249E-03	7.2982E-04
9.5890E-08	8.9902E-08	9.4740E-06	1.0621E-03
1.0912E-05	6.3620E-06	2.1276E-03	7.2897E-04
1.0932E-05	6.3325E-06	2.2272E-03	7.2808E-04
1.3937E-07	8.7906E-08	1.3840E-05	8.3371E-04
1.0850E-05	6.3623E-06	2.1151E-03	7.2864E-04
1.0832E-05	6.2894E-06	2.2181E-03	7.2782E-04
1.1846E-07	7.2592E-08	1.1592E-05	1.5116E-03
1.0874E-05	6.3413E-06	2.1417E-03	7.2990E-04
1.0967E-05	6.3848E-06	2.2244E-03	7.2984E-04
1.6118E-07	8.5845E-08	1.5737E-05	2.3289E-03
1.0781E-05	6.3013E-06	2.1417E-03	7.2953E-04
1.0899E-05	6.3835E-06	2.2256E-03	7.3027E-04
9.7006E-08	9.3726E-08	9.5962E-06	1.1055E-03
1.0906E-05	6.3586E-06	2.1256E-03	7.2881E-04
1.0926E-05	6.3320E-06	2.2253E-03	7.2819E-04
1.5160E-07	8.9319E-08	1.5090E-05	8.1202E-04
1.0829E-05	6.3597E-06	2.1105E-03	7.2846E-04

1.0800E-05	6.2782E-06	2.2140E-03	7.2789E-04
1.1577E-07	7.5185E-08	1.1358E-05	1.6468E-03
1.0875E-05	6.3405E-06	2.1389E-03	7.2978E-04
1.0967E-05	6.3855E-06	2.2217E-03	7.2989E-04
1.9546E-07	1.0162E-07	1.9058E-05	6.6242E-03
1.0672E-05	6.2227E-06	2.1477E-03	7.2719E-04
1.0852E-05	6.3969E-06	2.2243E-03	7.3068E-04
1.6514E-07	8.8482E-08	1.6121E-05	2.6198E-03
1.0770E-05	6.2946E-06	2.1417E-03	7.2948E-04
1.0895E-05	6.3862E-06	2.2257E-03	7.3031E-04
9.8931E-08	9.5029E-08	9.7903E-06	1.1296E-03
1.0899E-05	6.3550E-06	2.1253E-03	7.2863E-04
1.0918E-05	6.3310E-06	2.2244E-03	7.2837E-04
9.5443E-08	9.5164E-08	9.4481E-06	1.1337E-03
1.0906E-05	6.3582E-06	2.1249E-03	7.2876E-04
1.0926E-05	6.3323E-06	2.2246E-03	7.2822E-04
1.5936E-07	9.4248E-08	1.5856E-05	9.0782E-04
1.0808E-05	6.3472E-06	2.1104E-03	7.2847E-04
1.0793E-05	6.2831E-06	2.2142E-03	7.2794E-04
1.6704E-07	8.8950E-08	1.6693E-05	7.3770E-04
1.0808E-05	6.3622E-06	2.1033E-03	7.2817E-04
1.0754E-05	6.2577E-06	2.2075E-03	7.2797E-04
1.5160E-07	8.9319E-08	1.5090E-05	8.1202E-04
1.0829E-05	6.3597E-06	2.1105E-03	7.2846E-04
1.0800E-05	6.2782E-06	2.2140E-03	7.2789E-04
2.0135E-07	1.0489E-07	1.9626E-05	9.7524E-03
1.0652E-05	6.2071E-06	2.1488E-03	7.2671E-04
1.0846E-05	6.4001E-06	2.2242E-03	7.3067E-04
1.9901E-07	1.0317E-07	1.9400E-05	7.7811E-03
1.0661E-05	6.2149E-06	2.1483E-03	7.2695E-04
1.0847E-05	6.3981E-06	2.2241E-03	7.3074E-04
1.6729E-07	8.9687E-08	1.6329E-05	2.7937E-03
1.0763E-05	6.2888E-06	2.1421E-03	7.2931E-04
1.0893E-05	6.3874E-06	2.2257E-03	7.3031E-04
1.8016E-07	8.9232E-08	1.8077E-05	6.8920E-04
1.0789E-05	6.3637E-06	2.0962E-03	7.2791E-04
1.0715E-05	6.2403E-06	2.2010E-03	7.2800E-04

1.6954E-07	8.8006E-08	1.6941E-05	7.1911E-04
1.0805E-05	6.3634E-06	2.1032E-03	7.2815E-04
1.0744E-05	6.2543E-06	2.2068E-03	7.2823E-04
2.0476E-07	8.7728E-08	2.0651E-05	6.0692E-04
1.0754E-05	6.3671E-06	2.0865E-03	7.2752E-04
1.0646E-05	6.2091E-06	2.1923E-03	7.2807E-04
2.1524E-07	8.7705E-08	2.1852E-05	5.6633E-04
1.0741E-05	6.3718E-06	2.0760E-03	7.2731E-04
1.0609E-05	6.1905E-06	2.1822E-03	7.2800E-04
2.1637E-07	8.6408E-08	2.1811E-05	5.8646E-04
1.0733E-05	6.3611E-06	2.0872E-03	7.2721E-04
1.0609E-05	6.1984E-06	2.1907E-03	7.2868E-04
2.2273E-07	8.6299E-08	2.2654E-05	5.3491E-04
1.0733E-05	6.3752E-06	2.0728E-03	7.2719E-04
1.0585E-05	6.1785E-06	2.1793E-03	7.2801E-04
2.1934E-07	8.5054E-08	2.2108E-05	5.6859E-04
1.0730E-05	6.3629E-06	2.0872E-03	7.2721E-04
1.0596E-05	6.1934E-06	2.1901E-03	7.2892E-04
2.2593E-07	9.1827E-08	2.2766E-05	6.5676E-04
1.0700E-05	6.3355E-06	2.0889E-03	7.2643E-04
1.0599E-05	6.2038E-06	2.1906E-03	7.2868E-04
2.3122E-07	8.3476E-08	2.3511E-05	4.9778E-04
1.0724E-05	6.3791E-06	2.0725E-03	7.2708E-04
1.0561E-05	6.1660E-06	2.1792E-03	7.2807E-04
2.3415E-07	8.2648E-08	2.3807E-05	4.8665E-04
1.0720E-05	6.3803E-06	2.0723E-03	7.2703E-04
1.0553E-05	6.1622E-06	2.1791E-03	7.2812E-04
2.3420E-07	8.2105E-08	2.3811E-05	4.8312E-04
1.0720E-05	6.3809E-06	2.0724E-03	7.2708E-04
1.0549E-05	6.1610E-06	2.1786E-03	7.2830E-04

Tabla C.13. Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 37 nodos trifásica

C.2.2. Estimador de Estado - Método basado en las Ecuaciones de Potencia

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_{abc-x}	V_{abc-y}	error Vabcx	error Vabcy
799a	13.0149	1.0437	0.0000	1.0437	0.0000	2.1339E-08	8.4190E-08

799b	12.7815	1.0250	-120.0000	-0.5125	-0.8877	1.1274E-05	6.5132E-06
799c	12.8999	1.0345	120.0000	-0.5172	0.8959	1.1394E-05	6.5527E-06
701a	4.9493	1.0311	-0.1910	1.0311	-0.0034	3.7040E-08	5.1454E-09
701b	4.8845	1.0176	-120.2179	-0.5122	-0.8793	1.1105E-05	6.4396E-06
701c	4.8766	1.0159	119.6923	-0.5032	0.8826	1.1185E-05	6.4391E-06
702a	4.9127	1.0235	-0.3306	1.0235	-0.0059	7.0165E-08	4.9218E-08
702b	4.8644	1.0134	-120.3225	-0.5116	-0.8748	1.0989E-05	6.3922E-06
702c	4.8329	1.0069	119.5164	-0.4961	0.8762	1.1056E-05	6.3891E-06
705a	4.9141	1.0238	-0.3271	1.0237	-0.0058	7.9865E-08	5.1777E-08
705b	4.8560	1.0117	-120.2859	-0.5102	-0.8736	1.0963E-05	6.3795E-06
705c	4.8246	1.0051	119.5027	-0.4950	0.8748	1.1026E-05	6.3830E-06
713a	4.9109	1.0231	-0.3193	1.0231	-0.0057	9.3046E-08	5.7354E-08
713b	4.8511	1.0107	-120.2994	-0.5099	-0.8726	1.0940E-05	6.3732E-06
713c	4.8241	1.0050	119.4667	-0.4944	0.8750	1.1012E-05	6.3828E-06
703a	4.8662	1.0138	-0.4834	1.0138	-0.0086	9.4413E-08	8.6589E-08
703b	4.8600	1.0125	-120.4375	-0.5129	-0.8730	1.0921E-05	6.3662E-06
703c	4.7981	0.9996	119.4163	-0.4910	0.8707	1.0949E-05	6.3355E-06
742a	4.9143	1.0238	-0.3048	1.0238	-0.0054	8.2934E-08	5.5965E-08
742b	4.8483	1.0101	-120.2784	-0.5093	-0.8723	1.0946E-05	6.3666E-06
742c	4.8258	1.0054	119.4838	-0.4948	0.8752	1.1021E-05	6.3860E-06
712a	4.9147	1.0239	-0.3418	1.0239	-0.0061	8.3383E-08	5.0170E-08
712b	4.8567	1.0118	-120.2696	-0.5100	-0.8739	1.0959E-05	6.3816E-06
712c	4.8187	1.0039	119.5087	-0.4945	0.8737	1.1011E-05	6.3771E-06
704a	4.9072	1.0223	-0.2729	1.0223	-0.0049	1.1901E-07	7.1609E-08
704b	4.8303	1.0063	-120.2967	-0.5077	-0.8689	1.0875E-05	6.3423E-06
704c	4.8197	1.0041	119.3986	-0.4929	0.8748	1.0967E-05	6.3844E-06
727a	4.8584	1.0122	-0.4791	1.0121	-0.0085	9.5890E-08	8.9902E-08
727b	4.8590	1.0123	-120.4404	-0.5129	-0.8728	1.0912E-05	6.3620E-06
727c	4.7937	0.9987	119.4374	-0.4908	0.8698	1.0932E-05	6.3325E-06
730a	4.8338	1.0070	-0.5999	1.0070	-0.0105	1.3937E-07	8.7906E-08
730b	4.8610	1.0127	-120.4331	-0.5130	-0.8732	1.0850E-05	6.3623E-06
730c	4.7644	0.9926	119.4704	-0.4883	0.8641	1.0832E-05	6.2894E-06
714a	4.9049	1.0219	-0.2693	1.0218	-0.0048	1.1846E-07	7.2592E-08
714b	4.8301	1.0063	-120.3022	-0.5077	-0.8688	1.0874E-05	6.3413E-06
714c	4.8201	1.0042	119.4030	-0.4930	0.8748	1.0967E-05	6.3848E-06
720a	4.9162	1.0242	-0.2062	1.0242	-0.0037	1.6118E-07	8.5845E-08
720b	4.7987	0.9997	-120.2337	-0.5034	-0.8638	1.0781E-05	6.3013E-06

720c	4.8094	1.0020	119.2573	-0.4897	0.8741	1.0899E-05	6.3835E-06
744a	4.8524	1.0109	-0.4805	1.0109	-0.0085	9.7006E-08	9.3726E-08
744b	4.8583	1.0122	-120.4578	-0.5131	-0.8725	1.0906E-05	6.3586E-06
744c	4.7932	0.9986	119.4493	-0.4910	0.8696	1.0926E-05	6.3320E-06
709a	4.8225	1.0047	-0.6273	1.0046	-0.0110	1.5160E-07	8.9319E-08
709b	4.8607	1.0127	-120.4436	-0.5131	-0.8730	1.0829E-05	6.3597E-06
709c	4.7564	0.9909	119.4901	-0.4878	0.8625	1.0800E-05	6.2782E-06
718a	4.8923	1.0192	-0.2567	1.0192	-0.0046	1.1577E-07	7.5185E-08
718b	4.8319	1.0067	-120.3355	-0.5084	-0.8688	1.0875E-05	6.3405E-06
718c	4.8217	1.0045	119.4338	-0.4936	0.8749	1.0967E-05	6.3855E-06
707a	4.9232	1.0257	-0.0857	1.0257	-0.0015	1.9546E-07	1.0162E-07
707b	4.7498	0.9895	-120.1431	-0.4969	-0.8557	1.0672E-05	6.2227E-06
707c	4.8108	1.0022	119.1300	-0.4879	0.8755	1.0852E-05	6.3969E-06
706a	4.9172	1.0244	-0.1889	1.0244	-0.0034	1.6514E-07	8.8482E-08
706b	4.7939	0.9987	-120.2330	-0.5029	-0.8629	1.0770E-05	6.2946E-06
706c	4.8102	1.0021	119.2385	-0.4895	0.8745	1.0895E-05	6.3862E-06
728a	4.8506	1.0105	-0.4770	1.0105	-0.0084	9.8931E-08	9.5029E-08
728b	4.8565	1.0118	-120.4539	-0.5128	-0.8722	1.0899E-05	6.3550E-06
728c	4.7914	0.9982	119.4518	-0.4908	0.8692	1.0918E-05	6.3310E-06
729a	4.8490	1.0102	-0.4761	1.0102	-0.0084	9.5443E-08	9.5164E-08
729b	4.8588	1.0122	-120.4669	-0.5133	-0.8725	1.0906E-05	6.3582E-06
729c	4.7936	0.9987	119.4575	-0.4911	0.8696	1.0926E-05	6.3323E-06
731a	4.8244	1.0051	-0.5918	1.0050	-0.0104	1.5936E-07	9.4248E-08
731b	4.8512	1.0107	-120.4450	-0.5121	-0.8713	1.0808E-05	6.3472E-06
731c	4.7580	0.9913	119.4530	-0.4874	0.8631	1.0793E-05	6.2831E-06
708a	4.8036	1.0007	-0.6904	1.0007	-0.0121	1.6704E-07	8.8950E-08
708b	4.8654	1.0136	-120.4596	-0.5138	-0.8737	1.0808E-05	6.3622E-06
708c	4.7427	0.9881	119.5417	-0.4872	0.8596	1.0754E-05	6.2577E-06
775a	4.8225	1.0047	-0.6273	1.0046	-0.0110	1.5160E-07	8.9319E-08
775b	4.8607	1.0127	-120.4436	-0.5131	-0.8730	1.0829E-05	6.3597E-06
775c	4.7564	0.9909	119.4901	-0.4878	0.8625	1.0800E-05	6.2782E-06
724a	4.9244	1.0259	-0.0601	1.0259	-0.0011	2.0135E-07	1.0489E-07
724b	4.7403	0.9876	-120.1286	-0.4957	-0.8541	1.0652E-05	6.2071E-06
724c	4.8121	1.0025	119.1046	-0.4876	0.8759	1.0846E-05	6.4001E-06
722a	4.9239	1.0258	-0.0740	1.0258	-0.0013	1.9901E-07	1.0317E-07
722b	4.7449	0.9885	-120.1334	-0.4963	-0.8549	1.0661E-05	6.2149E-06
722c	4.8107	1.0022	119.1174	-0.4877	0.8756	1.0847E-05	6.3981E-06

725a	4.9176	1.0245	-0.1795	1.0245	-0.0032	1.6729E-07	8.9687E-08
725b	4.7905	0.9980	-120.2278	-0.5024	-0.8623	1.0763E-05	6.2888E-06
725c	4.8107	1.0022	119.2292	-0.4894	0.8746	1.0893E-05	6.3874E-06
733a	4.7843	0.9967	-0.7443	0.9967	-0.0129	1.8016E-07	8.9232E-08
733b	4.8695	1.0145	-120.4849	-0.5147	-0.8742	1.0789E-05	6.3637E-06
733c	4.7317	0.9858	119.5940	-0.4868	0.8572	1.0715E-05	6.2403E-06
732a	4.8040	1.0008	-0.7006	1.0008	-0.0122	1.6954E-07	8.8006E-08
732b	4.8659	1.0137	-120.4486	-0.5137	-0.8739	1.0805E-05	6.3634E-06
732c	4.7387	0.9872	119.5470	-0.4868	0.8588	1.0744E-05	6.2543E-06
734a	4.7597	0.9916	-0.8352	0.9915	-0.0145	2.0476E-07	8.7728E-08
734b	4.8752	1.0157	-120.4948	-0.5154	-0.8752	1.0754E-05	6.3671E-06
734c	4.7106	0.9814	119.6570	-0.4856	0.8528	1.0646E-05	6.2091E-06
737a	4.7285	0.9851	-0.9008	0.9850	-0.0155	2.1524E-07	8.7705E-08
737b	4.8837	1.0174	-120.5642	-0.5174	-0.8761	1.0741E-05	6.3718E-06
737c	4.7016	0.9795	119.7557	-0.4861	0.8504	1.0609E-05	6.1905E-06
710a	4.7620	0.9921	-0.8509	0.9920	-0.0147	2.1637E-07	8.6408E-08
710b	4.8705	1.0147	-120.4491	-0.5142	-0.8747	1.0733E-05	6.3611E-06
710c	4.6983	0.9788	119.6531	-0.4843	0.8506	1.0609E-05	6.1984E-06
738a	4.7200	0.9833	-0.9401	0.9832	-0.0161	2.2273E-07	8.6299E-08
738b	4.8873	1.0182	-120.5656	-0.5178	-0.8767	1.0733E-05	6.3752E-06
738c	4.6937	0.9778	119.7830	-0.4857	0.8487	1.0585E-05	6.1785E-06
735a	4.7626	0.9922	-0.8638	0.9921	-0.0150	2.1934E-07	8.5054E-08
735b	4.8711	1.0148	-120.4351	-0.5141	-0.8750	1.0730E-05	6.3629E-06
735c	4.6933	0.9778	119.6584	-0.4838	0.8497	1.0596E-05	6.1934E-06
736a	4.7640	0.9925	-0.8072	0.9924	-0.0140	2.2593E-07	9.1827E-08
736b	4.8549	1.0114	-120.4259	-0.5122	-0.8721	1.0700E-05	6.3355E-06
736c	4.7005	0.9793	119.6100	-0.4838	0.8514	1.0599E-05	6.2038E-06
711a	4.7213	0.9836	-0.9769	0.9835	-0.0168	2.3122E-07	8.3476E-08
711b	4.8892	1.0186	-120.5294	-0.5174	-0.8774	1.0724E-05	6.3791E-06
711c	4.6837	0.9758	119.7793	-0.4846	0.8469	1.0561E-05	6.1660E-06
741a	4.7217	0.9837	-0.9892	0.9835	-0.0170	2.3415E-07	8.2648E-08
741b	4.8898	1.0187	-120.5175	-0.5173	-0.8776	1.0720E-05	6.3803E-06
741c	4.6804	0.9751	119.7786	-0.4843	0.8463	1.0553E-05	6.1622E-06
740a	4.7219	0.9837	-0.9899	0.9836	-0.0170	2.3420E-07	8.2105E-08
740b	4.8898	1.0187	-120.5154	-0.5173	-0.8776	1.0720E-05	6.3809E-06
740c	4.6786	0.9747	119.7846	-0.4842	0.8460	1.0549E-05	6.1610E-06

Tabla C.14. Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico- Variables de Estado Estimadas

Nodo	P_{abc}	$P_{abc}{}^{m}$	residuo Pabc	Q_{abc}	$Q_{abc}{}^{m}$	residuo Qabc
701a	-0.4200	-0.4200	-3.9152E-07	-0.2100	-0.2100	1.5365E-07
701b	-0.4200	-0.4200	4.0127E-08	-0.2100	-0.2100	-6.1575E-08
701c	-1.0500	-1.0500	-1.8239E-07	-0.5250	-0.5250	1.4935E-08
713c	-0.2550	-0.2550	-1.8483E-07	-0.1200	-0.1200	6.7427E-09
742a	-0.0240	-0.0240	-3.8948E-07	-0.0120	-0.0120	1.5730E-07
742b	-0.2550	-0.2550	3.3655E-08	-0.1200	-0.1200	-4.2111E-08
712c	-0.2550	-0.2550	-1.8736E-07	-0.1200	-0.1200	1.3160E-08
727c	-0.1260	-0.1260	-1.7557E-07	-0.0630	-0.0630	4.5938E-10
730c	-0.2550	-0.2550	-1.7989E-07	-0.1200	-0.1200	8.2388E-09
714a	-0.0510	-0.0510	-4.0004E-07	-0.0240	-0.0240	1.6377E-07
714b	-0.0630	-0.0630	2.8937E-08	-0.0300	-0.0300	-4.3445E-08
720c	-0.2550	-0.2550	-2.0222E-07	-0.1200	-0.1200	1.2252E-08
744a	-0.1260	-0.1260	-4.0394E-07	-0.0630	-0.0630	1.6377E-07
718a	-0.2550	-0.2550	-4.0424E-07	-0.1200	-0.1200	1.6585E-07
728a	-0.1260	-0.1260	-4.0418E-07	-0.0630	-0.0630	1.6613E-07
728b	-0.1260	-0.1260	3.3315E-08	-0.0630	-0.0630	-4.0328E-08
728c	-0.1260	-0.1260	-1.7903E-07	-0.0630	-0.0630	-1.3868E-09
729a	-0.1260	-0.1260	-4.0371E-07	-0.0630	-0.0630	1.6685E-07
731b	-0.2550	-0.2550	3.1580E-08	-0.1200	-0.1200	-4.2581E-08
724b	-0.1260	-0.1260	2.7556E-08	-0.0630	-0.0630	-4.3322E-08
722b	-0.4200	-0.4200	2.7377E-08	-0.2100	-0.2100	-4.1945E-08
722c	-0.0630	-0.0630	-2.0746E-07	-0.0300	-0.0300	7.3660E-09
725b	-0.1260	-0.1260	3.3529E-08	-0.0630	-0.0630	-4.3632E-08
733a	-0.2550	-0.2550	-4.0904E-07	-0.1200	-0.1200	1.5606E-07
732c	-0.1260	-0.1260	-1.8534E-07	-0.0630	-0.0630	4.4151E-09
734c	-0.1260	-0.1260	-1.8823E-07	-0.0630	-0.0630	3.7250E-09
737a	-0.4200	-0.4200	-4.1551E-07	-0.2100	-0.2100	1.5752E-07
738a	-0.3780	-0.3780	-4.1614E-07	-0.1860	-0.1860	1.5759E-07
735c	-0.2550	-0.2550	-1.8439E-07	-0.1200	-0.1200	-2.8553E-09
736b	-0.1260	-0.1260	4.1877E-08	-0.0630	-0.0630	-5.1465E-08
741c	-0.1260	-0.1260	-1.9611E-07	-0.0630	-0.0630	4.9024E-09
740c	-0.2550	-0.2550	-1.9416E-07	-0.1200	-0.1200	5.5447E-09

Tabla C.15. Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico-Potencias activas y reactivas inyectadas

Tramo	P_{abc-01}	Q_{abc-01}	${P_{abc-01}}^{m}$	${Q_{abc-01}}^{m}$	residuo Pabc	residuo Qabc
01 a	2.2548	1.1361	2.2548	1.1361	1.2974E-08	1.0201E-08
01 b	1.9512	0.9700	1.9512	0.9700	1.4932E-08	7.0372E-09
01 c	3.3764	1.6706	3.3764	1.6706	2.3421E-08	1.2642E-08

Tabla C.16. Resultados red IEEE de 37 nodos trifásico - Flujos de Potencia

APÉNDICE IV

RESULTADOS RED IEEE DE 123 NODOS

D.1. Tablas de Resultados - Equivalente en Secuencia Positiva

D.1.1. Estimador de Estado - Método Propuesto

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_x	V_y
149	120.7500	1.0500	0.0000	1.0500	0.0000
1	4.3299	1.0409	-0.3918	1.0408	-0.0071
2	4.3298	1.0408	-0.3923	1.0408	-0.0071
3	4.3292	1.0407	-0.3951	1.0407	-0.0072
7	4.3028	1.0343	-0.6768	1.0343	-0.0122
4	4.3290	1.0406	-0.3961	1.0406	-0.0072
5	4.3286	1.0405	-0.3977	1.0405	-0.0072
8	4.2849	1.0300	-0.8677	1.0299	-0.0156
6	4.3284	1.0405	-0.3990	1.0404	-0.0072
12	4.2848	1.0300	-0.8684	1.0299	-0.0156
9	4.2843	1.0299	-0.8708	1.0298	-0.0157
13	4.2591	1.0238	-1.1469	1.0236	-0.0205
14	4.2835	1.0297	-0.8742	1.0296	-0.0157
34	4.2587	1.0237	-1.1489	1.0235	-0.0205
18	4.2312	1.0171	-1.3947	1.0168	-0.0248
152	4.2591	1.0238	-1.1475	1.0236	-0.0205
11	4.2832	1.0296	-0.8756	1.0295	-0.0157
10	4.2834	1.0297	-0.8749	1.0295	-0.0157
15	4.2585	1.0237	-1.1498	1.0235	-0.0205
19	4.2306	1.0170	-1.3975	1.0167	-0.0248
21	4.2288	1.0165	-1.4189	1.0162	-0.0252
135	4.2311	1.0171	-1.3949	1.0168	-0.0248

52	4.2395	1.0191	-1.3924	1.0188	-0.0248
16	4.2581	1.0236	-1.1518	1.0234	-0.0206
17	4.2583	1.0236	-1.1507	1.0234	-0.0206
20	4.2302	1.0169	-1.3993	1.0166	-0.0248
22	4.2282	1.0164	-1.4218	1.0161	-0.0252
23	4.2272	1.0161	-1.4361	1.0158	-0.0255
35	4.2222	1.0150	-1.4696	1.0146	-0.0260
53	4.2300	1.0168	-1.5134	1.0165	-0.0269
24	4.2265	1.0160	-1.4392	1.0157	-0.0255
25	4.2256	1.0158	-1.4520	1.0155	-0.0257
36	4.2209	1.0146	-1.4841	1.0143	-0.0263
40	4.2171	1.0137	-1.5109	1.0134	-0.0267
54	4.2242	1.0154	-1.5879	1.0150	-0.0281
26	4.2249	1.0156	-1.4598	1.0153	-0.0259
28	4.2250	1.0156	-1.4589	1.0153	-0.0259
37	4.2206	1.0146	-1.4858	1.0142	-0.0263
38	4.2206	1.0146	-1.4855	1.0142	-0.0263
41	4.2171	1.0137	-1.5109	1.0134	-0.0267
42	4.2121	1.0125	-1.5509	1.0122	-0.0274
55	4.2238	1.0153	-1.5911	1.0150	-0.0282
57	4.2083	1.0116	-1.7934	1.0111	-0.0317
27	4.2247	1.0155	-1.4628	1.0152	-0.0259
31	4.2247	1.0155	-1.4610	1.0152	-0.0259
29	4.2243	1.0155	-1.4658	1.0151	-0.0260
39	4.2204	1.0145	-1.4864	1.0142	-0.0263
43	4.2115	1.0124	-1.5537	1.0120	-0.0274
44	4.2084	1.0116	-1.5795	1.0113	-0.0279
56	4.2237	1.0153	-1.5927	1.0149	-0.0282
58	4.2080	1.0115	-1.7948	1.0110	-0.0317
60	4.1753	1.0037	-2.2302	1.0029	-0.0391
33	4.2241	1.0154	-1.4656	1.0151	-0.0260
32	4.2245	1.0155	-1.4619	1.0152	-0.0259
30	4.2239	1.0154	-1.4698	1.0150	-0.0260
45	4.2082	1.0116	-1.5806	1.0112	-0.0279
47	4.2042	1.0106	-1.6123	1.0102	-0.0284
59	4.2078	1.0115	-1.7955	1.0110	-0.0317
61	4.1753	1.0037	-2.2302	1.0029	-0.0391

62	4.1699	1.0024	-2.2249	1.0016	-0.0389
160	4.1753	1.0037	-2.2307	1.0029	-0.0391
250	4.2239	1.0154	-1.4698	1.0150	-0.0260
46	4.2080	1.0115	-1.5814	1.0112	-0.0279
48	4.2031	1.0104	-1.6202	1.0100	-0.0286
49	4.2025	1.0102	-1.6255	1.0098	-0.0287
610	4.1753	1.0037	-2.2302	1.0029	-0.0391
63	4.1665	1.0016	-2.2213	1.0008	-0.0388
67	4.1641	1.0010	-2.3978	1.0001	-0.0419
50	4.2021	1.0101	-1.6298	1.0097	-0.0287
64	4.1605	1.0001	-2.2142	0.9994	-0.0386
68	4.1634	1.0008	-2.4012	0.9999	-0.0419
72	4.1596	0.9999	-2.4839	0.9990	-0.0433
97	4.1610	1.0002	-2.4305	0.9993	-0.0424
51	4.2020	1.0101	-1.6313	1.0097	-0.0288
65	4.1550	0.9988	-2.2054	0.9981	-0.0384
69	4.1625	1.0006	-2.4052	0.9997	-0.0420
73	4.1586	0.9997	-2.4886	0.9987	-0.0434
76	4.1571	0.9993	-2.5395	0.9983	-0.0443
98	4.1600	1.0000	-2.4403	0.9991	-0.0426
197	4.1610	1.0002	-2.4306	0.9993	-0.0424
66	4.1536	0.9985	-2.2055	0.9977	-0.0384
70	4.1619	1.0005	-2.4079	0.9996	-0.0420
74	4.1578	0.9995	-2.4926	0.9985	-0.0435
77	4.1567	0.9992	-2.5834	0.9982	-0.0450
86	4.1550	0.9988	-2.6138	0.9977	-0.0455
99	4.1588	0.9997	-2.4534	0.9988	-0.0428
101	4.1587	0.9997	-2.4544	0.9988	-0.0428
71	4.1616	1.0004	-2.4095	0.9995	-0.0421
75	4.1573	0.9994	-2.4949	0.9984	-0.0435
78	4.1567	0.9992	-2.5932	0.9982	-0.0452
87	4.1538	0.9985	-2.6590	0.9974	-0.0463
100	4.1585	0.9996	-2.4569	0.9987	-0.0429
102	4.1580	0.9995	-2.4576	0.9986	-0.0429
105	4.1570	0.9993	-2.4724	0.9983	-0.0431
79	4.1564	0.9991	-2.5959	0.9981	-0.0453
80	4.1572	0.9993	-2.6341	0.9983	-0.0459

88	4.1538	0.9985	-2.6625	0.9974	-0.0464
89	4.1534	0.9984	-2.6774	0.9973	-0.0466
450	4.1585	0.9996	-2.4569	0.9987	-0.0429
103	4.1572	0.9993	-2.4613	0.9984	-0.0429
106	4.1565	0.9991	-2.4750	0.9982	-0.0431
108	4.1557	0.9990	-2.4859	0.9980	-0.0433
81	4.1583	0.9996	-2.6693	0.9985	-0.0466
90	4.1533	0.9984	-2.6819	0.9973	-0.0467
91	4.1529	0.9983	-2.6877	0.9972	-0.0468
104	4.1564	0.9991	-2.4653	0.9982	-0.0430
107	4.1558	0.9990	-2.4782	0.9980	-0.0432
109	4.1538	0.9985	-2.4949	0.9976	-0.0435
300	4.1557	0.9990	-2.4859	0.9980	-0.0433
82	4.1593	0.9998	-2.6834	0.9987	-0.0468
84	4.1571	0.9993	-2.6751	0.9982	-0.0466
92	4.1529	0.9983	-2.6936	0.9972	-0.0469
93	4.1524	0.9982	-2.6930	0.9971	-0.0469
110	4.1529	0.9983	-2.4992	0.9973	-0.0435
83	4.1606	1.0002	-2.6944	0.9990	-0.0470
85	4.1565	0.9992	-2.6778	0.9981	-0.0467
94	4.1521	0.9981	-2.6946	0.9970	-0.0469
95	4.1521	0.9981	-2.6966	0.9970	-0.0470
111	4.1525	0.9982	-2.5009	0.9973	-0.0436
112	4.1526	0.9982	-2.5007	0.9973	-0.0436
96	4.1520	0.9981	-2.6972	0.9970	-0.0470
113	4.1516	0.9980	-2.5052	0.9970	-0.0436
114	4.1514	0.9979	-2.5061	0.9970	-0.0436

Tabla D.1. Resultados red IEEE de 123 nodos- Variables de Estado Estimadas

Nodo	W $^{\mathrm{kWh}}/_{\mathrm{mes}}$	W	W^{m}	residuo W
149	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.02E-07
1	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
3	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
7	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.02E-07
4	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
8	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.02E-07
6	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07

12	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.02E-07
14	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.02E-07
152	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.02E-07
11	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
15	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
135	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
52	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.02E-07
16	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
17	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
20	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
23	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
35	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
53	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
36	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
26	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
28	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
37	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
41	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
42	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
27	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
31	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
29	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
39	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
44	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
56	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
58	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
60	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
33	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
32	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
30	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
45	-68040000	-68.0400	-68.0400	-5.17E-07
47	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
61	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
250	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
46	-136080000	-136.0800	-136.0800	-1.02E-06
48	-90720000	-90.7200	-90.7200	-6.86E-07
610	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07

67	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
50	-48600000	-48.6000	-48.6000	-3.72E-07
64	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07
97	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.06E-07
51	-90720000	-90.7200	-90.7200	-6.86E-07
65	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
69	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
73	-158760000	-158.7600	-158.7600	-1.19E-06
76	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
197	-48600000	-48.6000	-48.6000	-3.72E-07
66	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07
70	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
74	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
77	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07
86	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
101	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
71	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
78	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
87	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
100	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07
105	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
79	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
80	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
450	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
103	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
81	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
91	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
104	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
107	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
300	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
82	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07
84	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
110	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07
83	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
85	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
94	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07
95	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07

111	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07
112	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07
96	-25920000	-25.9200	-25.9200	-2.03E-07
113	-12960000	-12.9600	-12.9600	-1.07E-07

Tabla D.2. Resultados red IEEE de 123 nodos - Energías inyectadas estimadas

Nodo	fp	fp^m	residuo fp
149	0.8944	0.8944	9.5601E-13
1	0.8944	0.8944	2.8783E-12
3	0.8944	0.8944	-8.7030E-13
7	0.8944	0.8944	1.2585E-12
4	0.8944	0.8944	1.8606E-12
8	0.8944	0.8944	9.5524E-13
6	0.8944	0.8944	1.5461E-12
12	0.8944	0.8944	5.6777E-13
14	0.8944	0.8944	-8.8063E-13
152	0.8944	0.8944	6.2361E-13
11	0.8944	0.8944	1.1324E-14
15	0.8944	0.8944	-2.2057E-12
135	0.8944	0.8944	-3.1108E-13
52	0.8944	0.8944	8.2823E-14
16	0.8944	0.8944	8.4199E-13
17	0.8944	0.8944	-1.9591E-12
20	0.8944	0.8944	-2.0427E-12
23	0.8944	0.8944	-2.5386E-12
35	0.8944	0.8944	-1.6154E-13
53	0.8944	0.8944	-2.4033E-12
36	0.8944	0.8944	-5.7973E-12
26	0.8944	0.8944	-2.2081E-12
28	0.8944	0.8944	-2.1935E-12
37	0.8944	0.8944	-5.4005E-12
41	0.8944	0.8944	-6.8663E-12
42	0.8944	0.8944	-6.7946E-13
27	0.8944	0.8944	-6.8330E-12
31	0.8944	0.8944	-2.4483E-12
29	0.8944	0.8944	-6.3763E-12
39	0.8944	0.8944	-3.1160E-12

44	0.8944	0.8944	-1.9771E-12
56	0.8944	0.8944	-2.0909E-12
58	0.8944	0.8944	-1.6921E-12
60	0.8944	0.8944	-2.5571E-12
33	0.8944	0.8944	-5.7603E-12
32	0.8944	0.8944	-2.5978E-12
30	0.8944	0.8944	-4.4853E-12
45	0.8137	0.8137	-1.3345E-11
47	0.8944	0.8944	-7.0166E-14
61	0.8944	0.8944	-8.3045E-13
250	0.8944	0.8944	-4.9455E-12
46	0.8137	0.8137	-6.6755E-12
48	0.8137	0.8137	-1.0059E-11
610	0.8944	0.8944	-8.6298E-13
67	0.8944	0.8944	-3.4138E-12
50	0.9062	0.9062	1.6590E-12
64	0.8944	0.8944	-4.8983E-13
97	0.8944	0.8944	-4.2517E-12
51	0.8137	0.8137	-9.3441E-12
65	0.8944	0.8944	-8.5520E-13
69	0.8944	0.8944	-1.7527E-12
73	0.8059	0.8059	-6.0260E-12
76	0.8944	0.8944	-6.0874E-13
197	0.9062	0.9062	1.6761E-12
66	0.8944	0.8944	-1.3043E-12
70	0.8944	0.8944	-9.5612E-13
74	0.8944	0.8944	-2.2640E-12
77	0.8944	0.8944	-2.6827E-12
86	0.8944	0.8944	-6.0019E-13
101	0.8944	0.8944	-3.5794E-13
71	0.8944	0.8944	-1.5755E-12
78	0.8944	0.8944	-1.6032E-12
87	0.8944	0.8944	-2.4647E-14
100	0.8944	0.8944	-5.9663E-13
105	0.8944	0.8944	-2.0806E-12
79	0.8944	0.8944	-2.6600E-12
80	0.8000	0.8000	-1.8492E-10

450	0.8944	0.8944	-6.8723E-13
103	0.8944	0.8944	-7.7460E-13
81	0.8000	0.8000	-1.8517E-10
91	0.8944	0.8944	-9.2437E-13
104	0.8944	0.8944	-6.3671E-13
107	0.8944	0.8944	-6.6935E-13
300	0.8944	0.8944	-3.4226E-12
82	0.8944	0.8944	-3.6440E-12
84	0.8000	0.8000	-1.8465E-10
110	0.1047	0.1047	-8.4449E-11
83	0.8944	0.8944	-2.9561E-12
85	0.8944	0.8944	-1.7918E-12
94	0.8944	0.8944	-3.4875E-12
95	0.8944	0.8944	-1.1190E-12
111	0.8944	0.8944	3.7748E-15
112	0.8944	0.8944	-4.3808E-12
96	0.8944	0.8944	5.0160E-13
113	0.8944	0.8944	1.2764E-12

Tabla D.3. Resultados red IEEE de 123 - Factores de Potencia estimados

Tramo	J_x	J_y	$\Re(\overline{J_{01}}^{m})$	$Im(\overline{J_{01}}^{m})$	residuo Jx	residuo Jy
01	3.4112	-1.6764	3.4112	-1.6764	-3.5776E-08	1.7633E-08

Tabla D.4. Resultados red IEEE de 123 - Corrientes de Rama

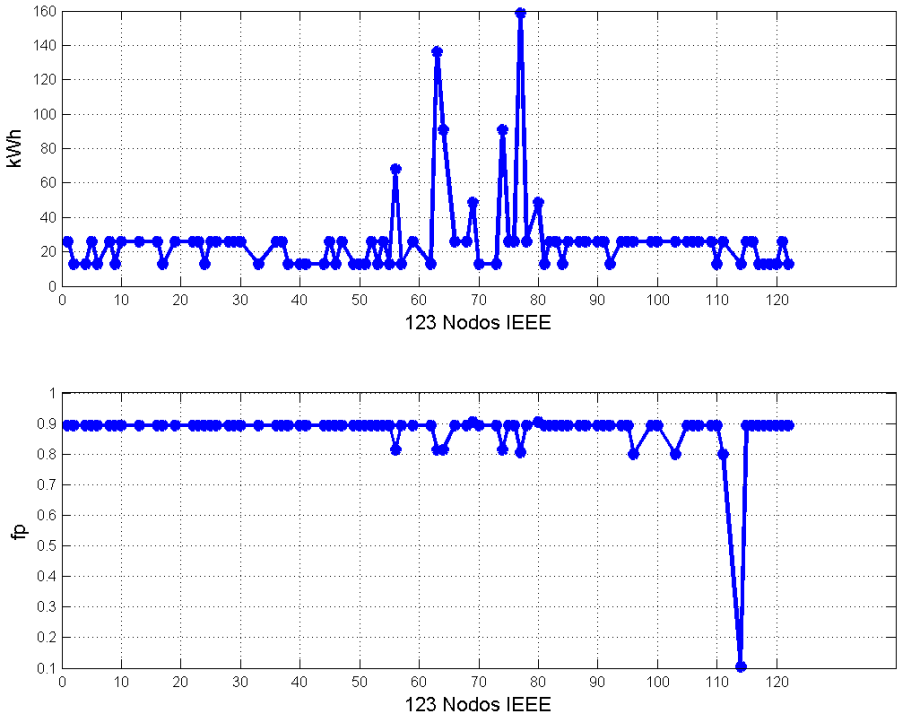

Figura D.1. Energías y factores de potencia de red IEEE de 123 nodos

D.1.2. Estimador de Estado basado en las Ecuaciones de Potencia

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_x	V_y	$error_{Vx}$	$error_{Vy}$
149	120.7500	1.0500	0.0000	1.0500	0.0000	0.0000E+00	0.0000E+00
1	4.3299	1.0408	-0.3982	1.0408	-0.0072	3.3055E-06	1.1562E-04
2	4.3298	1.0408	-0.3986	1.0408	-0.0072	3.5580E-06	1.1557E-04
3	4.3294	1.0407	-0.4005	1.0407	-0.0073	-4.8730E-05	9.7873E-05
7	4.3127	1.0367	-0.4821	1.0367	-0.0087	-2.4071E-03	-3.4958E-03
4	4.3291	1.0406	-0.4038	1.0406	-0.0073	-2.5944E-05	1.3845E-04
5	4.3289	1.0406	-0.4054	1.0406	-0.0074	-6.7101E-05	1.4118E-04
8	4.2931	1.0320	-0.5783	1.0320	-0.0104	-2.0379E-03	-5.1838E-03
6	4.3287	1.0406	-0.4076	1.0405	-0.0074	-8.4758E-05	1.5728E-04
12	4.2930	1.0320	-0.5789	1.0319	-0.0104	-2.0341E-03	-5.1825E-03
9	4.2924	1.0318	-0.5816	1.0318	-0.0105	-2.0196E-03	-5.1774E-03
13	4.2696	1.0263	-0.6957	1.0263	-0.0125	-2.6388E-03	-8.0312E-03
14	4.2919	1.0317	-0.5866	1.0317	-0.0106	-2.0813E-03	-5.1469E-03
34	4.2683	1.0260	-0.7014	1.0260	-0.0126	-2.4407E-03	-7.9664E-03

18	4.2545	1.0227	-0.7487	1.0226	-0.0134	-5.8324E-03	-1.1392E-02
152	4.2459	1.0206	-0.8386	1.0205	-0.0149	3.0777E-03	-5.5653E-03
11	4.2917	1.0317	-0.5874	1.0316	-0.0106	-2.1098E-03	-5.1560E-03
10	4.2918	1.0317	-0.5870	1.0316	-0.0106	-2.0954E-03	-5.1514E-03
15	4.2669	1.0257	-0.7154	1.0256	-0.0128	-2.1507E-03	-7.7334E-03
19	4.2545	1.0227	-0.7488	1.0226	-0.0134	-5.9767E-03	-1.1437E-02
21	4.2545	1.0227	-0.7488	1.0226	-0.0134	-6.4021E-03	-1.1805E-02
135	4.2545	1.0227	-0.7489	1.0226	-0.0134	-5.8325E-03	-1.1392E-02
52	4.2320	1.0173	-0.9234	1.0172	-0.0164	1.6437E-03	-8.3696E-03
16	4.2666	1.0256	-0.7168	1.0256	-0.0128	-2.1866E-03	-7.7444E-03
17	4.2668	1.0257	-0.7161	1.0256	-0.0128	-2.1648E-03	-7.7378E-03
20	4.2542	1.0226	-0.7522	1.0226	-0.0134	-5.9900E-03	-1.1406E-02
22	4.2545	1.0227	-0.7488	1.0226	-0.0134	-6.5540E-03	-1.1852E-02
23	4.2545	1.0227	-0.7489	1.0226	-0.0134	-6.8088E-03	-1.2100E-02
35	4.2450	1.0204	-0.8279	1.0203	-0.0147	-5.7065E-03	-1.1286E-02
53	4.2116	1.0124	-1.0496	1.0122	-0.0185	4.2417E-03	-8.3104E-03
24	4.2541	1.0226	-0.7532	1.0225	-0.0134	-6.8672E-03	-1.2075E-02
25	4.2524	1.0222	-0.7702	1.0221	-0.0137	-6.6764E-03	-1.1997E-02
36	4.2445	1.0203	-0.8325	1.0202	-0.0148	-5.9121E-03	-1.1456E-02
40	4.2409	1.0194	-0.8606	1.0193	-0.0153	-5.9655E-03	-1.1418E-02
54	4.1823	1.0054	-1.2338	1.0051	-0.0216	9.9015E-03	-6.4901E-03
26	4.2512	1.0219	-0.7846	1.0218	-0.0140	-6.5335E-03	-1.1879E-02
28	4.2505	1.0218	-0.7918	1.0217	-0.0141	-6.3734E-03	-1.1738E-02
37	4.2443	1.0203	-0.8353	1.0201	-0.0149	-5.9316E-03	-1.1433E-02
38	4.2443	1.0203	-0.8353	1.0201	-0.0149	-5.9167E-03	-1.1428E-02
41	4.2409	1.0194	-0.8606	1.0193	-0.0153	-5.9655E-03	-1.1418E-02
42	4.2384	1.0188	-0.8804	1.0187	-0.0157	-6.5793E-03	-1.1749E-02
55	4.1820	1.0053	-1.2378	1.0050	-0.0217	9.9127E-03	-6.4759E-03
57	4.1682	1.0020	-1.4349	1.0017	-0.0251	9.4453E-03	-6.5688E-03
27	4.2509	1.0219	-0.7869	1.0218	-0.0140	-6.5459E-03	-1.1892E-02
31	4.2509	1.0219	-0.7869	1.0218	-0.0140	-6.5445E-03	-1.1860E-02
29	4.2498	1.0216	-0.7950	1.0215	-0.0142	-6.3634E-03	-1.1801E-02
39	4.2441	1.0202	-0.8362	1.0201	-0.0149	-5.9166E-03	-1.1428E-02
43	4.2381	1.0188	-0.8835	1.0187	-0.0157	-6.6504E-03	-1.1740E-02
44	4.2334	1.0176	-0.9192	1.0175	-0.0163	-6.2565E-03	-1.1559E-02
56	4.1818	1.0052	-1.2399	1.0050	-0.0218	9.9238E-03	-6.4678E-03
58	4.1680	1.0019	-1.4381	1.0016	-0.0251	9.4405E-03	-6.5375E-03

60	4.1575	0.9994	-1.5907	0.9990	-0.0277	3.9075E-03	-1.1316E-02
33	4.2507	1.0218	-0.7881	1.0217	-0.0141	-6.6260E-03	-1.1917E-02
32	4.2508	1.0218	-0.7886	1.0217	-0.0141	-6.5473E-03	-1.1843E-02
30	4.2494	1.0215	-0.7968	1.0214	-0.0142	-6.3648E-03	-1.1840E-02
45	4.2331	1.0176	-0.9224	1.0174	-0.0164	-6.2397E-03	-1.1522E-02
47	4.2287	1.0165	-0.9550	1.0164	-0.0169	-6.1633E-03	-1.1493E-02
59	4.1675	1.0018	-1.4425	1.0015	-0.0252	9.5087E-03	-6.4734E-03
61	4.1575	0.9994	-1.5907	0.9990	-0.0277	3.9075E-03	-1.1316E-02
62	4.1516	0.9980	-1.6136	0.9976	-0.0281	4.0395E-03	-1.0812E-02
160	4.1385	0.9948	-1.7332	0.9944	-0.0301	8.5443E-03	-8.9783E-03
250	4.2494	1.0215	-0.7968	1.0214	-0.0142	-6.3648E-03	-1.1840E-02
46	4.2330	1.0175	-0.9238	1.0174	-0.0164	-6.2493E-03	-1.1510E-02
48	4.2269	1.0161	-0.9592	1.0159	-0.0170	-5.9908E-03	-1.1558E-02
49	4.2271	1.0161	-0.9598	1.0160	-0.0170	-6.1579E-03	-1.1634E-02
610	4.1575	0.9994	-1.5907	0.9990	-0.0277	3.9075E-03	-1.1316E-02
63	4.1516	0.9980	-1.6137	0.9976	-0.0281	3.2276E-03	-1.0715E-02
67	4.1320	0.9933	-1.8305	0.9928	-0.0317	7.3506E-03	-1.0152E-02
50	4.2271	1.0161	-0.9599	1.0160	-0.0170	-6.2603E-03	-1.1708E-02
64	4.1485	0.9972	-1.6424	0.9968	-0.0286	2.5573E-03	-1.0059E-02
68	4.1311	0.9931	-1.8395	0.9925	-0.0319	7.3846E-03	-1.0054E-02
72	4.1279	0.9923	-1.9101	0.9917	-0.0331	7.2517E-03	-1.0262E-02
97	4.1288	0.9925	-1.8638	0.9920	-0.0323	7.3580E-03	-1.0138E-02
51	4.2267	1.0160	-0.9597	1.0159	-0.0170	-6.1991E-03	-1.1737E-02
65	4.1470	0.9969	-1.6470	0.9965	-0.0287	1.5900E-03	-9.7835E-03
69	4.1303	0.9929	-1.8478	0.9923	-0.0320	7.3750E-03	-9.9759E-03
73	4.1270	0.9921	-1.9191	0.9915	-0.0332	7.2187E-03	-1.0183E-02
76	4.1246	0.9915	-1.9807	0.9909	-0.0343	7.4176E-03	-1.0008E-02
98	4.1280	0.9923	-1.8728	0.9918	-0.0324	7.3385E-03	-1.0149E-02
197	4.1265	0.9919	-1.8880	0.9914	-0.0327	7.9224E-03	-9.7381E-03
66	4.1464	0.9967	-1.6502	0.9963	-0.0287	1.4087E-03	-9.7229E-03
70	4.1298	0.9927	-1.8502	0.9922	-0.0321	7.3543E-03	-9.9811E-03
74	4.1265	0.9920	-1.9240	0.9914	-0.0333	7.1240E-03	-1.0164E-02
77	4.1243	0.9914	-2.0114	0.9908	-0.0348	7.3739E-03	-1.0240E-02
86	4.1238	0.9913	-2.0104	0.9907	-0.0348	7.0695E-03	-1.0773E-02
99	4.1279	0.9923	-1.8729	0.9918	-0.0324	7.0311E-03	-1.0364E-02
101	4.1205	0.9905	-1.8861	0.9900	-0.0326	8.8133E-03	-1.0210E-02
71	4.1294	0.9926	-1.8523	0.9921	-0.0321	7.3776E-03	-9.9733E-03

75	4.1261	0.9918	-1.9288	0.9913	-0.0334	7.1183E-03	-1.0119E-02
78	4.1243	0.9914	-2.0812	0.9908	-0.0360	7.4097E-03	-9.2035E-03
87	4.1223	0.9909	-2.0666	0.9903	-0.0357	7.1382E-03	-1.0589E-02
100	4.1277	0.9922	-1.8759	0.9917	-0.0325	7.0176E-03	-1.0373E-02
102	4.1196	0.9903	-1.8901	0.9898	-0.0327	8.8530E-03	-1.0197E-02
105	4.1186	0.9900	-1.8949	0.9895	-0.0327	8.8442E-03	-1.0370E-02
79	4.1238	0.9913	-2.0867	0.9906	-0.0361	7.4739E-03	-9.1576E-03
80	4.1248	0.9915	-2.1206	0.9909	-0.0367	7.4123E-03	-9.2358E-03
88	4.1224	0.9910	-2.0731	0.9903	-0.0358	7.1101E-03	-1.0534E-02
89	4.1218	0.9908	-2.0870	0.9902	-0.0361	7.1500E-03	-1.0556E-02
450	4.1277	0.9922	-1.8759	0.9917	-0.0325	7.0176E-03	-1.0373E-02
103	4.1190	0.9901	-1.8968	0.9896	-0.0328	8.8157E-03	-1.0143E-02
106	4.1181	0.9899	-1.9004	0.9894	-0.0328	8.8379E-03	-1.0318E-02
108	4.1177	0.9898	-1.9045	0.9893	-0.0329	8.7487E-03	-1.0434E-02
81	4.1249	0.9916	-2.1336	0.9909	-0.0369	7.6394E-03	-9.6374E-03
90	4.1221	0.9909	-2.1045	0.9902	-0.0364	7.0905E-03	-1.0327E-02
91	4.1202	0.9904	-2.1240	0.9898	-0.0367	7.4454E-03	-1.0104E-02
104	4.1187	0.9901	-1.8981	0.9895	-0.0328	8.6756E-03	-1.0184E-02
107	4.1177	0.9898	-1.9043	0.9893	-0.0329	8.7592E-03	-1.0303E-02
109	4.1158	0.9894	-1.9247	0.9888	-0.0332	8.7532E-03	-1.0237E-02
300	4.1177	0.9898	-1.9045	0.9893	-0.0329	8.7487E-03	-1.0434E-02
82	4.1254	0.9917	-2.1482	0.9910	-0.0372	7.7560E-03	-9.6354E-03
84	4.1245	0.9915	-2.1355	0.9908	-0.0369	7.4403E-03	-9.6943E-03
92	4.1201	0.9904	-2.1380	0.9897	-0.0369	7.4696E-03	-9.9656E-03
93	4.1185	0.9900	-2.1321	0.9893	-0.0368	7.7407E-03	-1.0067E-02
110	4.1129	0.9887	-1.9552	0.9881	-0.0337	9.2414E-03	-9.8000E-03
83	4.1278	0.9923	-2.1883	0.9915	-0.0379	7.5143E-03	-9.1284E-03
85	4.1241	0.9914	-2.1373	0.9907	-0.0370	7.3893E-03	-9.7084E-03
94	4.1181	0.9899	-2.1339	0.9892	-0.0369	7.7491E-03	-1.0063E-02
95	4.1181	0.9899	-2.1339	0.9892	-0.0369	7.7470E-03	-1.0098E-02
111	4.1127	0.9886	-1.9567	0.9881	-0.0338	9.1917E-03	-9.7999E-03
112	4.1123	0.9885	-1.9613	0.9880	-0.0338	9.3093E-03	-9.7213E-03
96	4.1178	0.9898	-2.1355	0.9892	-0.0369	7.8041E-03	-1.0081E-02
113	4.1119	0.9884	-1.9630	0.9879	-0.0339	9.1658E-03	-9.7627E-03
114	4.1117	0.9884	-1.9640	0.9878	-0.0339	9.1667E-03	-9.7622E-03

Tabla D.5. Resultados red IEEE de 123 nodos- Variables de Estado Estimadas

Nodo	P	P^m	residuo P	Q	Q^m	residuo Q
1	-0.0400	-0.0401	1.2593E-04	-0.0200	-0.0202	1.8044E-04
2	-0.0200	-0.0201	1.2595E-04	-0.0100	-0.0102	1.8045E-04
4	-0.0200	-0.0201	1.2764E-04	-0.0100	-0.0102	1.8127E-04
5	-0.0400	-0.0401	1.2602E-04	-0.0200	-0.0202	1.8049E-04
6	-0.0200	-0.0201	1.2605E-04	-0.0100	-0.0102	1.8050E-04
8	-0.0400	-0.0401	1.2607E-04	-0.0200	-0.0202	1.8051E-04
9	-0.0200	-0.0201	1.2961E-04	-0.0100	-0.0102	1.8222E-04
10	-0.0400	-0.0401	1.2967E-04	-0.0200	-0.0202	1.8225E-04
13	-0.0400	-0.0401	1.3211E-04	-0.0200	-0.0202	1.8341E-04
16	-0.0400	-0.0401	1.2975E-04	-0.0200	-0.0202	1.8228E-04
17	-0.0200	-0.0201	1.2974E-04	-0.0100	-0.0102	1.8228E-04
19	-0.0400	-0.0401	1.3336E-04	-0.0200	-0.0202	1.8415E-04
22	-0.0400	-0.0401	1.3616E-04	-0.0200	-0.0202	1.8502E-04
23	-0.0400	-0.0401	1.3232E-04	-0.0200	-0.0202	1.8351E-04
24	-0.0200	-0.0201	1.3231E-04	-0.0100	-0.0102	1.8351E-04
25	-0.0400	-0.0401	1.3340E-04	-0.0200	-0.0202	1.8417E-04
26	-0.0400	-0.0401	1.3336E-04	-0.0200	-0.0202	1.8415E-04
28	-0.0400	-0.0401	1.3439E-04	-0.0200	-0.0202	1.8478E-04
29	-0.0400	-0.0401	1.3848E-04	-0.0200	-0.0202	1.8592E-04
30	-0.0400	-0.0401	1.3340E-04	-0.0200	-0.0202	1.8418E-04
33	-0.0200	-0.0201	1.3483E-04	-0.0100	-0.0102	1.8506E-04
36	-0.0400	-0.0401	1.3386E-04	-0.0200	-0.0202	1.8434E-04
37	-0.0400	-0.0401	1.3449E-04	-0.0200	-0.0202	1.8481E-04
38	-0.0200	-0.0201	1.3449E-04	-0.0100	-0.0102	1.8481E-04
40	-0.0200	-0.0201	1.3509E-04	-0.0100	-0.0102	1.8523E-04
41	-0.0200	-0.0201	1.4193E-04	-0.0100	-0.0102	1.8725E-04
44	-0.0200	-0.0201	1.3381E-04	-0.0100	-0.0102	1.8431E-04
45	-0.0400	-0.0401	1.3393E-04	-0.0200	-0.0202	1.8437E-04
46	-0.0200	-0.0201	1.3451E-04	-0.0100	-0.0102	1.8482E-04
47	-0.0400	-0.0401	1.3513E-04	-0.0200	-0.0202	1.8524E-04
49	-0.0200	-0.0201	1.4196E-04	-0.0100	-0.0102	1.8727E-04
50	-0.0200	-0.0201	1.4402E-04	-0.0100	-0.0102	1.8804E-04
51	-0.0200	-0.0201	1.4561E-04	-0.0100	-0.0102	1.8862E-04
52	-0.0400	-0.0401	1.3384E-04	-0.0200	-0.0202	1.8432E-04
53	-0.0200	-0.0201	1.3384E-04	-0.0100	-0.0102	1.8432E-04
54	-0.0400	-0.0401	1.3397E-04	-0.0200	-0.0202	1.8439E-04

55	-0.0200	-0.0201	1.3565E-04	-0.0100	-0.0102	1.8560E-04
56	-0.1050	-0.1051	1.3608E-04	-0.0750	-0.0752	1.8592E-04
57	-0.0200	-0.0201	1.4408E-04	-0.0100	-0.0102	1.8807E-04
59	-0.0400	-0.0401	1.4620E-04	-0.0200	-0.0202	1.8898E-04
62	-0.0200	-0.0201	1.3567E-04	-0.0100	-0.0102	1.8560E-04
63	-0.2100	-0.2101	1.3623E-04	-0.1500	-0.1502	1.8603E-04
64	-0.1400	-0.1401	1.3623E-04	-0.1000	-0.1002	1.8604E-04
66	-0.0400	-0.0401	1.4620E-04	-0.0200	-0.0202	1.8898E-04
68	-0.0400	-0.0401	1.3624E-04	-0.0200	-0.0202	1.8605E-04
69	-0.0750	-0.0751	1.4657E-04	-0.0350	-0.0352	1.8919E-04
70	-0.0200	-0.0201	1.4915E-04	-0.0100	-0.0102	1.8971E-04
73	-0.0200	-0.0201	1.3627E-04	-0.0100	-0.0102	1.8605E-04
74	-0.1400	-0.1401	1.4671E-04	-0.1000	-0.1002	1.8928E-04
75	-0.0400	-0.0401	1.4926E-04	-0.0200	-0.0202	1.8975E-04
76	-0.0400	-0.0401	1.4996E-04	-0.0200	-0.0202	1.8983E-04
77	-0.2450	-0.2452	1.5052E-04	-0.1800	-0.1802	1.8984E-04
78	-0.0400	-0.0401	1.4955E-04	-0.0200	-0.0202	1.8993E-04
80	-0.0750	-0.0751	1.4679E-04	-0.0350	-0.0352	1.8931E-04
81	-0.0200	-0.0201	1.4931E-04	-0.0100	-0.0102	1.8978E-04
82	-0.0400	-0.0402	1.5002E-04	-0.0200	-0.0202	1.8986E-04
83	-0.0400	-0.0402	1.5078E-04	-0.0200	-0.0202	1.8977E-04
84	-0.0200	-0.0202	1.5081E-04	-0.0100	-0.0102	1.8983E-04
85	-0.0400	-0.0401	1.4955E-04	-0.0200	-0.0202	1.8993E-04
87	-0.0400	-0.0401	1.4936E-04	-0.0200	-0.0202	1.8980E-04
88	-0.0400	-0.0402	1.5008E-04	-0.0200	-0.0202	1.8989E-04
90	-0.0400	-0.0402	1.5130E-04	-0.0200	-0.0202	1.8976E-04
91	-0.0400	-0.0401	1.4959E-04	-0.0200	-0.0202	1.8995E-04
92	-0.0200	-0.0202	1.5041E-04	-0.0100	-0.0102	1.9033E-04
94	-0.0400	-0.0402	1.5138E-04	-0.0200	-0.0202	1.8955E-04
95	-0.0400	-0.0402	1.5158E-04	-0.0200	-0.0202	1.8932E-04
96	-0.0400	-0.0402	1.5134E-04	0.0300	0.0298	1.8975E-04
99	-0.0400	-0.0402	1.5049E-04	-0.0200	-0.0202	1.9036E-04
100	-0.0400	-0.0402	1.5059E-04	-0.0200	-0.0202	1.9042E-04
103	-0.0400	-0.0402	1.5159E-04	0.0300	0.0298	1.8966E-04
105	-0.0400	-0.0402	1.5052E-04	-0.0200	-0.0202	1.9038E-04
106	-0.0400	-0.0402	1.5064E-04	-0.0200	-0.0202	1.9044E-04
107	-0.0400	-0.0402	1.5090E-04	-0.0200	-0.0202	1.9058E-04

109	-0.0400	-0.0402	1.5170E-04	-0.0200	-0.0202	1.8911E-04
110	-0.0200	-0.0202	1.5170E-04	-0.0100	-0.0102	1.8927E-04
111	-0.0400	-0.0402	1.5193E-04	0.0300	0.0298	1.8971E-04
114	-0.0200	-0.0202	1.5175E-04	0.1900	0.1898	1.8871E-04
115	-0.0400	-0.0402	1.5174E-04	-0.0200	-0.0202	1.8929E-04
116	-0.0400	-0.0402	1.5207E-04	-0.0200	-0.0202	1.8987E-04
117	-0.0200	-0.0202	1.5207E-04	-0.0100	-0.0102	1.8987E-04
118	-0.0200	-0.0202	1.5131E-04	-0.0100	-0.0102	1.9079E-04
119	-0.0200	-0.0202	1.5137E-04	-0.0100	-0.0102	1.9082E-04
120	-0.0200	-0.0202	1.5211E-04	-0.0100	-0.0102	1.8989E-04
121	-0.0400	-0.0402	1.5141E-04	-0.0200	-0.0202	1.9084E-04
122	-0.0200	-0.0202	1.5143E-04	-0.0100	-0.0102	1.9085E-04

Tabla D.6. Resultados red IEEE de 123 nodos -Potencias activas y reactivas inyectadas

Tramo	P_{ij}	Q_{ij}	P_{ij}^{m}	Q_{ij}^{m}	residuo Pij	residuo Qij
01	3.6180	1.7437	3.6180	1.7438	1.2418E-06	1.7936E-06

Tabla D.7. Resultados red IEEE de 123 - Flujos de Potencia

0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
3.306E-06	1.156E-04	3.176E-04	1.624E+00
3.558E-06	1.156E-04	3.419E-04	1.622E+00
4.873E-05	9.787E-05	4.683E-03	1.364E+00
2.407E-03	3.496E-03	2.327E-01	2.861E+01
2.594E-05	1.384E-04	2.493E-03	1.924E+00
6.710E-05	1.412E-04	6.449E-03	1.955E+00
2.038E-03	5.184E-03	1.979E-01	3.323E+01
8.476E-05	1.573E-04	8.146E-03	2.171E+00
2.034E-03	5.183E-03	1.975E-01	3.320E+01
2.020E-03	5.177E-03	1.961E-01	3.308E+01
2.639E-03	8.031E-03	2.578E-01	3.919E+01
2.081E-03	5.147E-03	2.022E-01	3.276E+01
2.441E-03	7.966E-03	2.385E-01	3.881E+01
5.832E-03	1.139E-02	5.736E-01	4.602E+01
3.078E-03	5.565E-03	3.007E-01	2.714E+01
2.110E-03	5.156E-03	2.049E-01	3.277E+01
2.095E-03	5.151E-03	2.035E-01	3.277E+01

2.151E-03	7.733E-03	2.101E-01	3.765E+01
5.977E-03	1.144E-02	5.879E-01	4.611E+01
6.402E-03	1.180E-02	6.300E-01	4.690E+01
5.832E-03	1.139E-02	5.736E-01	4.601E+01
1.644E-03	8.370E-03	1.613E-01	3.380E+01
2.187E-03	7.744E-03	2.137E-01	3.764E+01
2.165E-03	7.738E-03	2.115E-01	3.764E+01
5.990E-03	1.141E-02	5.892E-01	4.594E+01
6.554E-03	1.185E-02	6.450E-01	4.700E+01
6.809E-03	1.210E-02	6.703E-01	4.751E+01
5.707E-03	1.129E-02	5.624E-01	4.336E+01
4.242E-03	8.310E-03	4.173E-01	3.094E+01
6.867E-03	1.208E-02	6.761E-01	4.732E+01
6.676E-03	1.200E-02	6.575E-01	4.661E+01
5.912E-03	1.146E-02	5.829E-01	4.359E+01
5.966E-03	1.142E-02	5.887E-01	4.272E+01
9.901E-03	6.490E-03	9.755E-01	2.307E+01
6.534E-03	1.188E-02	6.435E-01	4.591E+01
6.373E-03	1.174E-02	6.277E-01	4.540E+01
5.932E-03	1.143E-02	5.848E-01	4.346E+01
5.917E-03	1.143E-02	5.834E-01	4.345E+01
5.966E-03	1.142E-02	5.887E-01	4.272E+01
6.579E-03	1.175E-02	6.500E-01	4.287E+01
9.913E-03	6.476E-03	9.767E-01	2.297E+01
9.445E-03	6.569E-03	9.341E-01	2.075E+01
6.546E-03	1.189E-02	6.448E-01	4.587E+01
6.545E-03	1.186E-02	6.446E-01	4.580E+01
6.363E-03	1.180E-02	6.269E-01	4.543E+01
5.917E-03	1.143E-02	5.834E-01	4.342E+01
6.650E-03	1.174E-02	6.572E-01	4.277E+01
6.257E-03	1.156E-02	6.187E-01	4.145E+01
9.924E-03	6.468E-03	9.778E-01	2.292E+01
9.440E-03	6.538E-03	9.337E-01	2.063E+01
3.908E-03	1.132E-02	3.896E-01	2.897E+01
6.626E-03	1.192E-02	6.528E-01	4.588E+01
6.547E-03	1.184E-02	6.449E-01	4.572E+01
6.365E-03	1.184E-02	6.271E-01	4.546E+01

6.240E-03	1.152E-02	6.171E-01	4.129E+01
6.163E-03	1.149E-02	6.101E-01	4.042E+01
9.509E-03	6.473E-03	9.405E-01	2.043E+01
3.908E-03	1.132E-02	3.896E-01	2.897E+01
4.040E-03	1.081E-02	4.033E-01	2.778E+01
8.544E-03	8.978E-03	8.519E-01	2.298E+01
6.365E-03	1.184E-02	6.271E-01	4.546E+01
6.249E-03	1.151E-02	6.180E-01	4.123E+01
5.991E-03	1.156E-02	5.932E-01	4.046E+01
6.158E-03	1.163E-02	6.098E-01	4.060E+01
3.908E-03	1.132E-02	3.896E-01	2.897E+01
3.228E-03	1.072E-02	3.225E-01	2.760E+01
7.351E-03	1.015E-02	7.350E-01	2.424E+01
6.260E-03	1.171E-02	6.200E-01	4.075E+01
2.557E-03	1.006E-02	2.559E-01	2.603E+01
7.385E-03	1.005E-02	7.385E-01	2.398E+01
7.252E-03	1.026E-02	7.259E-01	2.368E+01
7.358E-03	1.014E-02	7.363E-01	2.390E+01
6.199E-03	1.174E-02	6.140E-01	4.082E+01
1.590E-03	9.783E-03	1.593E-01	2.545E+01
7.375E-03	9.976E-03	7.377E-01	2.376E+01
7.219E-03	1.018E-02	7.228E-01	2.346E+01
7.418E-03	1.001E-02	7.430E-01	2.260E+01
7.338E-03	1.015E-02	7.345E-01	2.384E+01
7.922E-03	9.738E-03	7.928E-01	2.296E+01
1.409E-03	9.723E-03	1.412E-01	2.530E+01
7.354E-03	9.981E-03	7.357E-01	2.375E+01
7.124E-03	1.016E-02	7.135E-01	2.338E+01
7.374E-03	1.024E-02	7.387E-01	2.274E+01
7.070E-03	1.077E-02	7.086E-01	2.365E+01
7.031E-03	1.036E-02	7.040E-01	2.422E+01
8.813E-03	1.021E-02	8.824E-01	2.385E+01
7.378E-03	9.973E-03	7.381E-01	2.371E+01
7.118E-03	1.012E-02	7.130E-01	2.326E+01
7.410E-03	9.203E-03	7.423E-01	2.036E+01
7.138E-03	1.059E-02	7.156E-01	2.286E+01
7.018E-03	1.037E-02	7.027E-01	2.421E+01

8.853E-03	1.020E-02	8.865E-01	2.379E+01
8.844E-03	1.037E-02	8.859E-01	2.406E+01
7.474E-03	9.158E-03	7.488E-01	2.024E+01
7.412E-03	9.236E-03	7.425E-01	2.011E+01
7.110E-03	1.053E-02	7.128E-01	2.271E+01
7.150E-03	1.056E-02	7.169E-01	2.263E+01
7.018E-03	1.037E-02	7.027E-01	2.421E+01
8.816E-03	1.014E-02	8.830E-01	2.363E+01
8.838E-03	1.032E-02	8.854E-01	2.392E+01
8.749E-03	1.043E-02	8.766E-01	2.408E+01
7.639E-03	9.637E-03	7.651E-01	2.070E+01
7.091E-03	1.033E-02	7.110E-01	2.211E+01
7.445E-03	1.010E-02	7.466E-01	2.158E+01
8.676E-03	1.018E-02	8.691E-01	2.370E+01
8.759E-03	1.030E-02	8.776E-01	2.385E+01
8.753E-03	1.024E-02	8.775E-01	2.355E+01
8.749E-03	1.043E-02	8.766E-01	2.408E+01
7.756E-03	9.635E-03	7.766E-01	2.058E+01
7.440E-03	9.694E-03	7.454E-01	2.079E+01
7.470E-03	9.966E-03	7.491E-01	2.124E+01
7.741E-03	1.007E-02	7.763E-01	2.146E+01
9.241E-03	9.800E-03	9.266E-01	2.251E+01
7.514E-03	9.128E-03	7.522E-01	1.942E+01
7.389E-03	9.708E-03	7.404E-01	2.080E+01
7.749E-03	1.006E-02	7.772E-01	2.145E+01
7.747E-03	1.010E-02	7.770E-01	2.151E+01
9.192E-03	9.800E-03	9.217E-01	2.250E+01
9.309E-03	9.721E-03	9.335E-01	2.232E+01
7.804E-03	1.008E-02	7.828E-01	2.146E+01
9.166E-03	9.763E-03	9.193E-01	2.238E+01
9.167E-03	9.762E-03	9.194E-01	2.237E+01

Tabla D.8. Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 123 nodos

D.2. Tablas de Resultados - Equivalente Trifásico

D.2.1. Estimador de Estado Método Propuesto

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_{abc-x}	V_{abc-y}
149a	125.2440	1.0437	0.0000	1.0437	0.0000
149b	125.2292	1.0436	-120.0000	-0.5218	-0.9038
149c	125.2293	1.0436	120.0000	-0.5218	0.9038
1a	4.2776	1.0283	-0.5903	1.0282	-0.0106
1b	4.3282	1.0404	-120.2645	-0.5244	-0.8986
1c	4.2925	1.0319	119.7052	-0.5113	0.8963
2a	4.2776	1.0283	-0.5903	1.0282	-0.0106
2b	4.3273	1.0402	-120.2687	-0.5243	-0.8984
2c	4.2925	1.0319	119.7052	-0.5113	0.8963
3a	4.2776	1.0283	-0.5903	1.0282	-0.0106
3b	4.3282	1.0404	-120.2645	-0.5244	-0.8986
3c	4.2859	1.0303	119.6749	-0.5101	0.8951
7a	4.2298	1.0168	-1.0246	1.0166	-0.0182
7b	4.3187	1.0382	-120.4784	-0.5266	-0.8947
7c	4.2598	1.0240	119.5163	-0.5045	0.8911
4a	4.2776	1.0283	-0.5903	1.0282	-0.0106
4b	4.3282	1.0404	-120.2645	-0.5244	-0.8986
4c	4.2838	1.0298	119.6653	-0.5097	0.8948
5a	4.2776	1.0283	-0.5903	1.0282	-0.0106
5b	4.3282	1.0404	-120.2645	-0.5244	-0.8986
5c	4.2807	1.0290	119.6513	-0.5091	0.8943
8a	4.1986	1.0093	-1.3134	1.0090	-0.0231
8b	4.3122	1.0366	-120.6205	-0.5280	-0.8920
8c	4.2380	1.0188	119.3854	-0.4999	0.8877
6a	4.2776	1.0283	-0.5903	1.0282	-0.0106
6b	4.3282	1.0404	-120.2645	-0.5244	-0.8986
6c	4.2781	1.0284	119.6392	-0.5086	0.8938
12a	4.1986	1.0093	-1.3134	1.0090	-0.0231
12b	4.3110	1.0363	-120.6259	-0.5279	-0.8917
12c	4.2380	1.0188	119.3854	-0.4999	0.8877
9a	4.1924	1.0078	-1.3418	1.0075	-0.0236
9b	4.3122	1.0366	-120.6205	-0.5280	-0.8920

9c	4.2380	1.0188	119.3854	-0.4999	0.8877
13a	4.1561	0.9991	-1.7127	0.9986	-0.0299
13b	4.3008	1.0339	-120.8179	-0.5297	-0.8879
13c	4.2054	1.0109	119.1629	-0.4926	0.8828
14a	4.1855	1.0061	-1.3741	1.0058	-0.0241
14b	4.3122	1.0366	-120.6205	-0.5280	-0.8920
14c	4.2380	1.0188	119.3854	-0.4999	0.8877
34a	4.1561	0.9991	-1.7127	0.9986	-0.0299
34b	4.3008	1.0339	-120.8179	-0.5297	-0.8879
34c	4.2013	1.0099	119.1441	-0.4918	0.8821
18a	4.1140	0.9890	-2.1833	0.9882	-0.0377
18b	4.2895	1.0311	-121.0631	-0.5320	-0.8833
18c	4.1730	1.0031	119.1386	-0.4884	0.8762
152a	4.1560	0.9990	-1.7135	0.9986	-0.0299
152b	4.3008	1.0338	-120.8184	-0.5297	-0.8879
152c	4.2053	1.0109	119.1625	-0.4926	0.8828
11a	4.1828	1.0055	-1.3868	1.0052	-0.0243
11b	4.3122	1.0366	-120.6205	-0.5280	-0.8920
11c	4.2380	1.0188	119.3854	-0.4999	0.8877
10a	4.1841	1.0058	-1.3804	1.0055	-0.0242
10b	4.3122	1.0366	-120.6205	-0.5280	-0.8920
10c	4.2380	1.0188	119.3854	-0.4999	0.8877
15a	4.1561	0.9991	-1.7127	0.9986	-0.0299
15b	4.3008	1.0339	-120.8179	-0.5297	-0.8879
15c	4.1997	1.0095	119.1365	-0.4915	0.8818
19a	4.1085	0.9876	-2.2096	0.9869	-0.0381
19b	4.2895	1.0311	-121.0631	-0.5320	-0.8833
19c	4.1730	1.0031	119.1386	-0.4884	0.8762
21a	4.1117	0.9884	-2.2376	0.9876	-0.0386
21b	4.2899	1.0312	-121.0617	-0.5321	-0.8834
21c	4.1680	1.0019	119.1169	-0.4875	0.8753
135a	4.1140	0.9889	-2.1836	0.9882	-0.0377
135b	4.2895	1.0311	-121.0634	-0.5320	-0.8833
135c	4.1729	1.0031	119.1385	-0.4884	0.8762
52a	4.1209	0.9906	-2.0226	0.9900	-0.0350
52b	4.2896	1.0312	-121.0141	-0.5313	-0.8837
52c	4.1805	1.0049	118.9784	-0.4869	0.8791

16a	4.1561	0.9991	-1.7127	0.9986	-0.0299
16b	4.3008	1.0339	-120.8179	-0.5297	-0.8879
16c	4.1956	1.0086	119.1176	-0.4908	0.8811
17a	4.1561	0.9991	-1.7127	0.9986	-0.0299
17b	4.3008	1.0339	-120.8179	-0.5297	-0.8879
17c	4.1978	1.0091	119.1277	-0.4912	0.8815
20a	4.1049	0.9868	-2.2268	0.9860	-0.0383
20b	4.2895	1.0311	-121.0631	-0.5320	-0.8833
20c	4.1730	1.0031	119.1386	-0.4884	0.8762
22a	4.1117	0.9884	-2.2376	0.9876	-0.0386
22b	4.2843	1.0299	-121.0871	-0.5318	-0.8820
22c	4.1680	1.0019	119.1169	-0.4875	0.8753
23a	4.1100	0.9880	-2.2919	0.9872	-0.0395
23b	4.2915	1.0316	-121.0457	-0.5320	-0.8838
23c	4.1633	1.0008	119.1015	-0.4867	0.8745
35a	4.1012	0.9859	-2.2971	0.9851	-0.0395
35b	4.2807	1.0290	-121.1462	-0.5322	-0.8807
35c	4.1675	1.0018	119.1029	-0.4873	0.8753
53a	4.1045	0.9867	-2.1660	0.9860	-0.0373
53b	4.2834	1.0297	-121.1102	-0.5320	-0.8816
53c	4.1682	1.0020	118.8786	-0.4839	0.8774
24a	4.1100	0.9880	-2.2919	0.9872	-0.0395
24b	4.2915	1.0316	-121.0457	-0.5320	-0.8838
24c	4.1573	0.9993	119.0733	-0.4856	0.8734
25a	4.1071	0.9873	-2.3490	0.9865	-0.0405
25b	4.2934	1.0321	-121.0372	-0.5321	-0.8843
25c	4.1596	0.9999	119.1021	-0.4863	0.8737
36a	4.0972	0.9849	-2.3180	0.9841	-0.0398
36b	4.2788	1.0286	-121.1922	-0.5327	-0.8799
36c	4.1675	1.0018	119.1029	-0.4873	0.8753
40a	4.0947	0.9843	-2.3374	0.9835	-0.0401
40b	4.2763	1.0280	-121.1901	-0.5324	-0.8794
40c	4.1628	1.0007	119.0602	-0.4861	0.8747
54a	4.0950	0.9844	-2.2479	0.9836	-0.0386
54b	4.2791	1.0286	-121.1690	-0.5324	-0.8801
54c	4.1605	1.0001	118.8116	-0.4820	0.8763
26a	4.1061	0.9870	-2.3756	0.9862	-0.0409

26b	4.2934	1.0321	-121.0372	-0.5321	-0.8843
26c	4.1576	0.9994	119.0923	-0.4859	0.8733
28a	4.1056	0.9869	-2.3761	0.9861	-0.0409
28b	4.2943	1.0323	-121.0353	-0.5322	-0.8845
28c	4.1582	0.9996	119.1067	-0.4862	0.8733
37a	4.0939	0.9841	-2.3339	0.9833	-0.0401
37b	4.2788	1.0286	-121.1922	-0.5327	-0.8799
37c	4.1675	1.0018	119.1029	-0.4873	0.8753
38a	4.0972	0.9849	-2.3180	0.9841	-0.0398
38b	4.2762	1.0279	-121.2044	-0.5326	-0.8792
38c	4.1675	1.0018	119.1029	-0.4873	0.8753
41a	4.0947	0.9843	-2.3374	0.9835	-0.0401
41b	4.2763	1.0280	-121.1901	-0.5324	-0.8794
41c	4.1628	1.0007	119.0602	-0.4861	0.8747
42a	4.0880	0.9827	-2.3766	0.9818	-0.0407
42b	4.2720	1.0269	-121.2387	-0.5326	-0.8780
42c	4.1589	0.9997	119.0252	-0.4851	0.8742
55a	4.0941	0.9842	-2.2513	0.9834	-0.0387
55b	4.2788	1.0286	-121.1785	-0.5325	-0.8800
55c	4.1608	1.0002	118.8149	-0.4821	0.8764
57a	4.0728	0.9790	-2.5119	0.9781	-0.0429
57b	4.2615	1.0244	-121.3006	-0.5322	-0.8753
57c	4.1408	0.9954	118.6473	-0.4772	0.8735
27a	4.1045	0.9867	-2.3936	0.9858	-0.0412
27b	4.2934	1.0321	-121.0372	-0.5321	-0.8843
27c	4.1574	0.9994	119.1019	-0.4861	0.8732
31a	4.1061	0.9870	-2.3756	0.9862	-0.0409
31b	4.2934	1.0321	-121.0372	-0.5321	-0.8843
31c	4.1551	0.9988	119.0807	-0.4855	0.8729
29a	4.1049	0.9867	-2.3979	0.9859	-0.0413
29b	4.2950	1.0324	-121.0289	-0.5322	-0.8847
29c	4.1563	0.9991	119.1005	-0.4859	0.8730
39a	4.0972	0.9849	-2.3180	0.9841	-0.0398
39b	4.2745	1.0275	-121.2123	-0.5325	-0.8788
39c	4.1675	1.0018	119.1029	-0.4873	0.8753
43a	4.0880	0.9827	-2.3766	0.9818	-0.0407
43b	4.2667	1.0256	-121.2630	-0.5323	-0.8767

43c	4.1589	0.9997	119.0252	-0.4851	0.8742
44a	4.0833	0.9816	-2.4098	0.9807	-0.0413
44b	4.2693	1.0263	-121.2647	-0.5326	-0.8772
44c	4.1552	0.9989	118.9959	-0.4842	0.8737
56a	4.0940	0.9841	-2.2455	0.9834	-0.0386
56b	4.2781	1.0284	-121.1865	-0.5325	-0.8798
56c	4.1612	1.0003	118.8134	-0.4821	0.8764
58a	4.0728	0.9790	-2.5119	0.9781	-0.0429
58b	4.2588	1.0238	-121.3128	-0.5321	-0.8746
58c	4.1408	0.9954	118.6473	-0.4772	0.8735
60a	4.0259	0.9678	-3.1130	0.9663	-0.0526
60b	4.2278	1.0163	-121.5399	-0.5316	-0.8662
60c	4.0962	0.9847	118.2975	-0.4668	0.8670
33a	4.0990	0.9853	-2.4201	0.9845	-0.0416
33b	4.2934	1.0321	-121.0372	-0.5321	-0.8843
33c	4.1574	0.9994	119.1019	-0.4861	0.8732
32a	4.1061	0.9870	-2.3756	0.9862	-0.0409
32b	4.2934	1.0321	-121.0372	-0.5321	-0.8843
32c	4.1535	0.9984	119.0730	-0.4852	0.8726
30a	4.1060	0.9870	-2.4013	0.9861	-0.0414
30b	4.2948	1.0324	-121.0173	-0.5320	-0.8848
30c	4.1544	0.9987	119.0781	-0.4853	0.8728
45a	4.0811	0.9810	-2.4204	0.9802	-0.0414
45b	4.2693	1.0263	-121.2647	-0.5326	-0.8772
45c	4.1552	0.9989	118.9959	-0.4842	0.8737
47a	4.0789	0.9805	-2.4347	0.9796	-0.0417
47b	4.2651	1.0253	-121.2946	-0.5326	-0.8761
47c	4.1508	0.9978	118.9505	-0.4830	0.8731
59a	4.0728	0.9790	-2.5119	0.9781	-0.0429
59b	4.2575	1.0234	-121.3189	-0.5320	-0.8743
59c	4.1408	0.9954	118.6473	-0.4772	0.8735
61a	4.0259	0.9678	-3.1130	0.9663	-0.0526
61b	4.2278	1.0163	-121.5399	-0.5316	-0.8662
61c	4.0962	0.9847	118.2975	-0.4668	0.8670
62a	4.0236	0.9672	-3.1273	0.9658	-0.0528
62b	4.2237	1.0153	-121.5057	-0.5306	-0.8656
62c	4.0859	0.9822	118.2955	-0.4656	0.8648

160a	4.0258	0.9677	-3.1136	0.9663	-0.0526
160b	4.2278	1.0163	-121.5403	-0.5316	-0.8662
160c	4.0962	0.9847	118.2972	-0.4668	0.8670
250a	4.1060	0.9870	-2.4013	0.9861	-0.0414
250b	4.2948	1.0324	-121.0173	-0.5320	-0.8848
250c	4.1544	0.9987	119.0781	-0.4853	0.8728
46a	4.0794	0.9806	-2.4285	0.9798	-0.0416
46b	4.2693	1.0263	-121.2647	-0.5326	-0.8772
46c	4.1552	0.9989	118.9959	-0.4842	0.8737
48a	4.0778	0.9802	-2.4445	0.9794	-0.0418
48b	4.2640	1.0250	-121.3004	-0.5325	-0.8758
48c	4.1498	0.9976	118.9419	-0.4827	0.8730
49a	4.0779	0.9803	-2.4454	0.9794	-0.0418
49b	4.2628	1.0247	-121.3017	-0.5324	-0.8756
49c	4.1492	0.9974	118.9279	-0.4825	0.8730
610a	4.0259	0.9678	-3.1130	0.9663	-0.0526
610b	4.2278	1.0163	-121.5399	-0.5316	-0.8662
610c	4.0962	0.9847	118.2975	-0.4668	0.8670
63a	4.0217	0.9668	-3.1300	0.9653	-0.0528
63b	4.2206	1.0146	-121.4893	-0.5299	-0.8652
63c	4.0805	0.9809	118.2940	-0.4649	0.8637
67a	4.0070	0.9632	-3.3619	0.9616	-0.0565
67b	4.2178	1.0139	-121.6732	-0.5324	-0.8629
67c	4.0794	0.9806	118.2379	-0.4640	0.8639
50a	4.0779	0.9803	-2.4562	0.9794	-0.0420
50b	4.2629	1.0247	-121.2928	-0.5323	-0.8757
50c	4.1478	0.9971	118.9166	-0.4821	0.8728
64a	4.0217	0.9667	-3.1356	0.9653	-0.0529
64b	4.2137	1.0129	-121.4412	-0.5284	-0.8642
64c	4.0690	0.9781	118.2771	-0.4634	0.8614
68a	4.0002	0.9616	-3.3952	0.9599	-0.0569
68b	4.2178	1.0139	-121.6732	-0.5324	-0.8629
68c	4.0794	0.9806	118.2379	-0.4640	0.8639
72a	4.0004	0.9616	-3.4333	0.9599	-0.0576
72b	4.2092	1.0118	-121.7280	-0.5321	-0.8606
72c	4.0725	0.9790	118.1564	-0.4620	0.8631
97a	4.0025	0.9622	-3.4217	0.9604	-0.0574

97b	4.2157	1.0134	-121.6964	-0.5325	-0.8622
97c	4.0762	0.9799	118.2189	-0.4633	0.8634
51a	4.0772	0.9801	-2.4643	0.9792	-0.0421
51b	4.2632	1.0248	-121.2942	-0.5323	-0.8757
51c	4.1477	0.9971	118.9214	-0.4822	0.8727
65a	4.0205	0.9665	-3.1785	0.9650	-0.0536
65b	4.2133	1.0128	-121.3826	-0.5274	-0.8646
65c	4.0536	0.9744	118.2894	-0.4618	0.8580
69a	3.9923	0.9597	-3.4334	0.9580	-0.0575
69b	4.2178	1.0139	-121.6732	-0.5324	-0.8629
69c	4.0794	0.9806	118.2379	-0.4640	0.8639
73a	4.0004	0.9616	-3.4333	0.9599	-0.0576
73b	4.2092	1.0118	-121.7280	-0.5321	-0.8606
73c	4.0632	0.9767	118.1121	-0.4602	0.8615
76a	3.9940	0.9601	-3.4789	0.9583	-0.0583
76b	4.2036	1.0105	-121.7939	-0.5324	-0.8588
76c	4.0708	0.9786	118.1355	-0.4615	0.8629
98a	4.0016	0.9619	-3.4337	0.9602	-0.0576
98b	4.2147	1.0131	-121.7051	-0.5325	-0.8619
98c	4.0754	0.9797	118.2093	-0.4631	0.8633
197a	4.0025	0.9621	-3.4219	0.9604	-0.0574
197b	4.2157	1.0134	-121.6964	-0.5325	-0.8622
197c	4.0762	0.9799	118.2189	-0.4633	0.8634
66a	4.0215	0.9667	-3.2035	0.9652	-0.0540
66b	4.2143	1.0131	-121.3557	-0.5271	-0.8651
66c	4.0472	0.9729	118.2874	-0.4610	0.8567
70a	3.9868	0.9584	-3.4607	0.9566	-0.0578
70b	4.2178	1.0139	-121.6732	-0.5324	-0.8629
70c	4.0794	0.9806	118.2379	-0.4640	0.8639
74a	4.0004	0.9616	-3.4333	0.9599	-0.0576
74b	4.2092	1.0118	-121.7280	-0.5321	-0.8606
74c	4.0554	0.9748	118.0743	-0.4588	0.8601
77a	3.9916	0.9595	-3.5145	0.9577	-0.0588
77b	4.2007	1.0098	-121.8228	-0.5325	-0.8580
77c	4.0678	0.9778	118.1116	-0.4607	0.8625
86a	3.9866	0.9583	-3.4960	0.9565	-0.0584
86b	4.1931	1.0080	-121.9347	-0.5332	-0.8554

86c	4.0738	0.9793	118.1199	-0.4615	0.8637
99a	4.0028	0.9622	-3.4205	0.9605	-0.0574
99b	4.2112	1.0123	-121.7158	-0.5322	-0.8611
99c	4.0740	0.9793	118.1684	-0.4623	0.8633
101a	3.9989	0.9613	-3.4709	0.9595	-0.0582
101b	4.2146	1.0131	-121.7117	-0.5325	-0.8619
101c	4.0738	0.9793	118.2086	-0.4629	0.8630
71a	3.9836	0.9576	-3.4761	0.9558	-0.0581
71b	4.2178	1.0139	-121.6732	-0.5324	-0.8629
71c	4.0794	0.9806	118.2379	-0.4640	0.8639
75a	4.0004	0.9616	-3.4333	0.9599	-0.0576
75b	4.2092	1.0118	-121.7280	-0.5321	-0.8606
75c	4.0509	0.9738	118.0526	-0.4579	0.8594
78a	3.9910	0.9594	-3.5269	0.9576	-0.0590
78b	4.2006	1.0098	-121.8238	-0.5325	-0.8580
78c	4.0668	0.9776	118.1067	-0.4606	0.8623
87a	3.9821	0.9572	-3.5157	0.9554	-0.0587
87b	4.1878	1.0067	-122.0124	-0.5336	-0.8536
87c	4.0740	0.9793	118.1168	-0.4615	0.8638
100a	4.0036	0.9624	-3.4237	0.9607	-0.0575
100b	4.2109	1.0122	-121.7029	-0.5320	-0.8612
100c	4.0724	0.9789	118.1492	-0.4618	0.8631
102a	3.9989	0.9613	-3.4709	0.9595	-0.0582
102b	4.2146	1.0131	-121.7117	-0.5325	-0.8619
102c	4.0675	0.9778	118.1784	-0.4617	0.8619
105a	3.9931	0.9599	-3.5175	0.9581	-0.0589
105b	4.2141	1.0130	-121.7581	-0.5332	-0.8613
105c	4.0749	0.9795	118.2413	-0.4635	0.8629
79a	3.9898	0.9591	-3.5425	0.9572	-0.0593
79b	4.2011	1.0099	-121.8266	-0.5326	-0.8580
79c	4.0666	0.9775	118.1170	-0.4607	0.8622
80a	3.9911	0.9594	-3.5528	0.9576	-0.0595
80b	4.1986	1.0093	-121.8231	-0.5322	-0.8576
80c	4.0623	0.9765	118.0619	-0.4594	0.8617
88a	3.9801	0.9568	-3.5255	0.9549	-0.0588
88b	4.1878	1.0067	-122.0124	-0.5336	-0.8536
88c	4.0740	0.9793	118.1168	-0.4615	0.8638

89a	3.9811	0.9570	-3.5183	0.9552	-0.0587
89b	4.1853	1.0061	-122.0395	-0.5337	-0.8528
89c	4.0737	0.9793	118.1055	-0.4613	0.8638
450a	4.0036	0.9624	-3.4237	0.9607	-0.0575
450b	4.2109	1.0122	-121.7029	-0.5320	-0.8612
450c	4.0724	0.9789	118.1492	-0.4618	0.8631
103a	3.9989	0.9613	-3.4709	0.9595	-0.0582
103b	4.2146	1.0131	-121.7117	-0.5325	-0.8619
103c	4.0602	0.9760	118.1434	-0.4604	0.8606
106a	3.9931	0.9599	-3.5175	0.9581	-0.0589
106b	4.2092	1.0118	-121.7806	-0.5329	-0.8601
106c	4.0749	0.9795	118.2413	-0.4635	0.8629
108a	3.9866	0.9583	-3.5955	0.9564	-0.0601
108b	4.2169	1.0137	-121.7723	-0.5337	-0.8618
108c	4.0743	0.9794	118.2869	-0.4641	0.8624
81a	3.9915	0.9595	-3.5953	0.9576	-0.0602
81b	4.1992	1.0094	-121.7931	-0.5318	-0.8580
81c	4.0566	0.9752	118.0223	-0.4581	0.8608
90a	3.9811	0.9570	-3.5183	0.9552	-0.0587
90b	4.1829	1.0055	-122.0509	-0.5336	-0.8522
90c	4.0737	0.9793	118.1055	-0.4613	0.8638
91a	3.9804	0.9568	-3.5283	0.9550	-0.0589
91b	4.1845	1.0059	-122.0477	-0.5338	-0.8526
91c	4.0729	0.9791	118.0988	-0.4611	0.8637
104a	3.9989	0.9613	-3.4709	0.9595	-0.0582
104b	4.2146	1.0131	-121.7117	-0.5325	-0.8619
104c	4.0523	0.9741	118.1055	-0.4589	0.8592
107a	3.9931	0.9599	-3.5175	0.9581	-0.0589
107b	4.2030	1.0103	-121.8095	-0.5325	-0.8586
107c	4.0749	0.9795	118.2413	-0.4635	0.8629
109a	3.9684	0.9540	-3.6840	0.9520	-0.0613
109b	4.2169	1.0137	-121.7723	-0.5337	-0.8618
109c	4.0743	0.9794	118.2869	-0.4641	0.8624
300a	3.9866	0.9583	-3.5955	0.9564	-0.0601
300b	4.2169	1.0137	-121.7723	-0.5337	-0.8618
300c	4.0743	0.9794	118.2869	-0.4641	0.8624
82a	3.9905	0.9592	-3.6139	0.9573	-0.0605

82b	4.1997	1.0095	-121.7915	-0.5319	-0.8581
82c	4.0557	0.9749	118.0257	-0.4581	0.8606
84a	3.9915	0.9595	-3.5953	0.9576	-0.0602
84b	4.1992	1.0094	-121.7931	-0.5318	-0.8580
84c	4.0452	0.9724	117.9675	-0.4560	0.8588
92a	3.9804	0.9568	-3.5283	0.9550	-0.0589
92b	4.1845	1.0059	-122.0477	-0.5338	-0.8526
92c	4.0695	0.9783	118.0827	-0.4605	0.8631
93a	3.9790	0.9565	-3.5361	0.9547	-0.0590
93b	4.1838	1.0057	-122.0645	-0.5339	-0.8523
93c	4.0733	0.9792	118.1066	-0.4613	0.8637
110a	3.9598	0.9519	-3.7264	0.9499	-0.0619
110b	4.2169	1.0137	-121.7723	-0.5337	-0.8618
110c	4.0743	0.9794	118.2869	-0.4641	0.8624
83a	3.9909	0.9593	-3.6152	0.9574	-0.0605
83b	4.1996	1.0095	-121.7867	-0.5318	-0.8581
83c	4.0550	0.9748	118.0176	-0.4579	0.8605
85a	3.9915	0.9595	-3.5953	0.9576	-0.0602
85b	4.1992	1.0094	-121.7931	-0.5318	-0.8580
85c	4.0399	0.9711	117.9416	-0.4550	0.8579
94a	3.9759	0.9557	-3.5515	0.9539	-0.0592
94b	4.1838	1.0057	-122.0645	-0.5339	-0.8523
94c	4.0733	0.9792	118.1066	-0.4613	0.8637
95a	3.9788	0.9565	-3.5255	0.9546	-0.0588
95b	4.1822	1.0053	-122.0831	-0.5340	-0.8518
95c	4.0741	0.9793	118.1031	-0.4613	0.8639
111a	3.9565	0.9511	-3.7428	0.9491	-0.0621
111b	4.2169	1.0137	-121.7723	-0.5337	-0.8618
111c	4.0743	0.9794	118.2869	-0.4641	0.8624
112a	3.9569	0.9512	-3.7406	0.9492	-0.0621
112b	4.2169	1.0137	-121.7723	-0.5337	-0.8618
112c	4.0743	0.9794	118.2869	-0.4641	0.8624
96a	3.9788	0.9565	-3.5255	0.9546	-0.0588
96b	4.1811	1.0051	-122.0882	-0.5339	-0.8515
96c	4.0741	0.9793	118.1031	-0.4613	0.8639
113a	3.9478	0.9490	-3.7855	0.9469	-0.0627
113b	4.2169	1.0137	-121.7723	-0.5337	-0.8618

113c	4.0743	0.9794	118.2869	-0.4641	0.8624
114a	3.9460	0.9485	-3.7947	0.9465	-0.0628
114b	4.2169	1.0137	-121.7723	-0.5337	-0.8618
114c	4.0743	0.9794	118.2869	-0.4641	0.8624

Tabla D.9. Resultados red IEEE de 123 nodos - Variables de Estado Estimadas

Nodo	W_{abc} $^{kWh}/_{mes}$	W_{abc}	$W_{abc}{}^{m}$	residuo Wabc
1a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-6.0927E-07
2b	-38880000	-38.8800	-38.8800	-3.0328E-06
7a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-3.0822E-07
4c	-77760000	-77.7600	-77.7600	3.1778E-06
5c	-38880000	-38.8800	-38.8800	3.4671E-06
6c	-77760000	-77.7600	-77.7600	3.1740E-06
12b	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.9225E-06
9a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.9494E-07
34c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.9121E-06
11a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.9751E-07
10a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-3.0698E-07
19a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.6586E-07
52a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.6955E-07
16c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.9075E-06
17c	-38880000	-38.8800	-38.8800	3.2001E-06
20a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.6649E-07
22b	-77760000	-77.7600	-77.7600	-3.0542E-06
35a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.6164E-07
53a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.6338E-07
24c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.8267E-06
40c	-38880000	-38.8800	-38.8800	3.0876E-06
28a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.6010E-07
37a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.6247E-07
38b	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.7310E-06
42a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.6570E-07
55a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.6785E-07
31c	-38880000	-38.8800	-38.8800	3.1168E-06
29a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.5941E-07
39b	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.7319E-06
43b	-77760000	-77.7600	-77.7600	-2.9965E-06

56b	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.7316E-06
58b	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.6766E-06
60a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.2238E-07
33a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.6155E-07
32c	-38880000	-38.8800	-38.8800	3.1132E-06
30c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.8217E-06
45a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.6695E-07
47a	-68040000	-68.0400	-68.0400	-4.7919E-07
47b	-68040000	-68.0400	-68.0400	-2.9047E-06
47c	-68040000	-68.0400	-68.0400	2.8239E-06
59b	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.6755E-06
62c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.4992E-06
46a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.6603E-07
48a	-136080000	-136.0800	-136.0800	-9.8999E-07
48b	-136080000	-136.0800	-136.0800	-3.4120E-06
48c	-136080000	-136.0800	-136.0800	2.3075E-06
49a	-68040000	-68.0400	-68.0400	-4.7856E-07
49b	-136080000	-136.0800	-136.0800	-3.4100E-06
49c	-68040000	-68.0400	-68.0400	2.8150E-06
63a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-4.9986E-07
50c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.7383E-06
64b	-145800000	-145.8000	-145.8000	-3.3921E-06
68a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.1226E-07
51a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.5950E-07
65a	-68040000	-68.0400	-68.0400	-4.0757E-07
65b	-68040000	-68.0400	-68.0400	-2.8153E-06
65c	-136080000	-136.0800	-136.0800	2.0435E-06
69a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.0331E-07
73c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.4113E-06
76a	-204120000	-204.1200	-204.1200	-1.4406E-06
76b	-136080000	-136.0800	-136.0800	-3.2264E-06
76c	-136080000	-136.0800	-136.0800	1.9674E-06
98a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-4.9791E-07
66c	-145800000	-145.8000	-145.8000	1.9706E-06
70a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.1294E-07
74c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.4038E-06
77b	-77760000	-77.7600	-77.7600	-2.7808E-06

86b	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.4715E-06
99b	-77760000	-77.7600	-77.7600	-2.8087E-06
71a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.0373E-07
75c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.3989E-06
87b	-77760000	-77.7600	-77.7600	-2.7477E-06
100c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.4265E-06
102c	-38880000	-38.8800	-38.8800	2.7226E-06
79a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-4.8845E-07
80b	-77760000	-77.7600	-77.7600	-2.7762E-06
88a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-4.8873E-07
103c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.4229E-06
106b	-77760000	-77.7600	-77.7600	-2.7994E-06
90b	-77760000	-77.7600	-77.7600	-2.7398E-06
104c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.4146E-06
107b	-77760000	-77.7600	-77.7600	-2.7949E-06
109a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.0012E-07
82a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-4.8167E-07
84c	-38880000	-38.8800	-38.8800	2.6453E-06
92c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.3650E-06
83c	-38880000	-38.8800	-38.8800	2.6540E-06
85c	-77760000	-77.7600	-77.7600	2.3490E-06
94a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-4.8584E-07
95b	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.4417E-06
111a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.0948E-07
112a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.0918E-07
96b	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.4398E-06
113a	-77760000	-77.7600	-77.7600	-5.0117E-07
114a	-38880000	-38.8800	-38.8800	-2.0816E-07

Tabla D.10. Resultados red IEEE de 123 nodos - Energías Inyectadas estimadas

Nodo	fp_{abc}	fp^{m}	residuo fpabc
1a	0.8944	0.8944	2.0663E-09
2b	0.8944	0.8944	-5.6373E-08
7a	0.8944	0.8944	3.8058E-09
4c	0.8944	0.8944	3.5946E-08
5c	0.8944	0.8944	7.1914E-08
6c	0.8944	0.8944	3.5944E-08

12b	0.8944	0.8944	-5.5349E-08
9a	0.8944	0.8944	1.7953E-09
34c	0.8944	0.8944	3.5862E-08
11a	0.8944	0.8944	1.7976E-09
10a	0.8944	0.8944	3.6116E-09
19a	0.8944	0.8944	1.4662E-09
52a	0.8944	0.8944	1.4857E-09
16c	0.8944	0.8944	3.5861E-08
17c	0.8944	0.8944	7.1741E-08
20a	0.8944	0.8944	1.4660E-09
22b	0.8944	0.8944	-2.7100E-08
35a	0.8944	0.8944	1.4221E-09
53a	0.8944	0.8944	1.4106E-09
24c	0.8944	0.8944	3.5881E-08
40c	0.8944	0.8944	7.1717E-08
28a	0.8944	0.8944	1.4377E-09
37a	0.8944	0.8944	1.4211E-09
38b	0.8944	0.8944	-5.4067E-08
42a	0.8944	0.8944	2.7426E-09
55a	0.8944	0.8944	2.7372E-09
31c	0.8944	0.8944	7.1808E-08
29a	0.8944	0.8944	1.4374E-09
39b	0.8944	0.8944	-5.4081E-08
43b	0.8944	0.8944	-2.6957E-08
56b	0.8944	0.8944	-5.3918E-08
58b	0.8944	0.8944	-5.3459E-08
60a	0.8944	0.8944	2.0030E-09
33a	0.8944	0.8944	1.4364E-09
32c	0.8944	0.8944	7.1785E-08
30c	0.8944	0.8944	3.5897E-08
45a	0.8944	0.8944	2.6887E-09
47a	0.8137	0.8137	1.6553E-09
47b	0.8137	0.8137	-3.5958E-08
47c	0.8137	0.8137	4.8114E-08
59b	0.8944	0.8944	-5.3472E-08
62c	0.8944	0.8944	3.5613E-08
46a	0.8944	0.8944	2.6941E-09

48a	0.8137	0.8137	8.1943E-10
48b	0.8137	0.8137	-1.7974E-08
48c	0.8137	0.8137	2.4050E-08
49a	0.8137	0.8137	1.6351E-09
49b	0.8137	0.8137	-1.7970E-08
49c	0.8137	0.8137	4.8101E-08
63a	0.8944	0.8944	1.0066E-09
50c	0.8944	0.8944	3.5832E-08
64b	0.9062	0.9062	-1.3356E-08
68a	0.8944	0.8944	1.8050E-09
51a	0.8944	0.8944	2.6214E-09
65a	0.8137	0.8137	1.3921E-09
65b	0.8137	0.8137	-3.4878E-08
65c	0.8137	0.8137	2.3714E-08
69a	0.8944	0.8944	9.0744E-10
73c	0.8944	0.8944	3.5591E-08
76a	0.7954	0.7954	3.8124E-10
76b	0.8137	0.8137	-1.7319E-08
76c	0.8137	0.8137	2.3680E-08
98a	0.8944	0.8944	8.8496E-10
66c	0.9062	0.9062	1.8159E-08
70a	0.8944	0.8944	1.8000E-09
74c	0.8944	0.8944	3.5608E-08
77b	0.8944	0.8944	-2.5970E-08
86b	0.8944	0.8944	-5.1890E-08
99b	0.8944	0.8944	-2.6051E-08
71a	0.8944	0.8944	9.0856E-10
75c	0.8944	0.8944	3.5605E-08
87b	0.8944	0.8944	-2.5941E-08
100c	0.8944	0.8944	3.5608E-08
102c	0.8944	0.8944	7.1226E-08
79a	0.8944	0.8944	7.9968E-10
80b	0.8944	0.8944	-2.5945E-08
88a	0.8944	0.8944	7.6652E-10
103c	0.8944	0.8944	3.5610E-08
106b	0.8944	0.8944	-2.6031E-08
90b	0.8944	0.8944	-2.5924E-08

104c	0.8944	0.8944	3.5610E-08
107b	0.8944	0.8944	-2.6029E-08
109a	0.8944	0.8944	8.6537E-10
82a	0.8944	0.8944	7.8000E-10
84c	0.8944	0.8944	7.1160E-08
92c	0.8944	0.8944	3.5506E-08
83c	0.8944	0.8944	7.1138E-08
85c	0.8944	0.8944	3.5570E-08
94a	0.8944	0.8944	7.5300E-10
95b	0.8944	0.8944	-5.1808E-08
111a	0.8944	0.8944	1.7266E-09
112a	0.8944	0.8944	1.7293E-09
96b	0.8944	0.8944	-5.1826E-08
113a	0.8944	0.8944	8.5901E-10
114a	0.8944	0.8944	1.7769E-09

Tabla D.11. Resultados red IEEE de 123 nodos - Factores de Potencia estimadas

Tramo	J_{abc-x}	J_{abc-y}	$J_{abc-x}{}^{m}$	$J_{abc-y}{}^{m}$	residuo Jabc-x	residuo Jabc-y
149-1a	4.2473	-2.5919	4.2473	-2.5919	-3.3164E-07	3.5848E-06
149-1b	-2.7051	-1.5066	-2.7051	-1.5066	-1.8615E-05	3.2856E-05
149-1c	0.0151	3.9973	0.0151	3.9973	-4.7542E-05	2.9469E-06

Tabla D.12. Resultados red IEEE de 123 - Corrientes de Rama

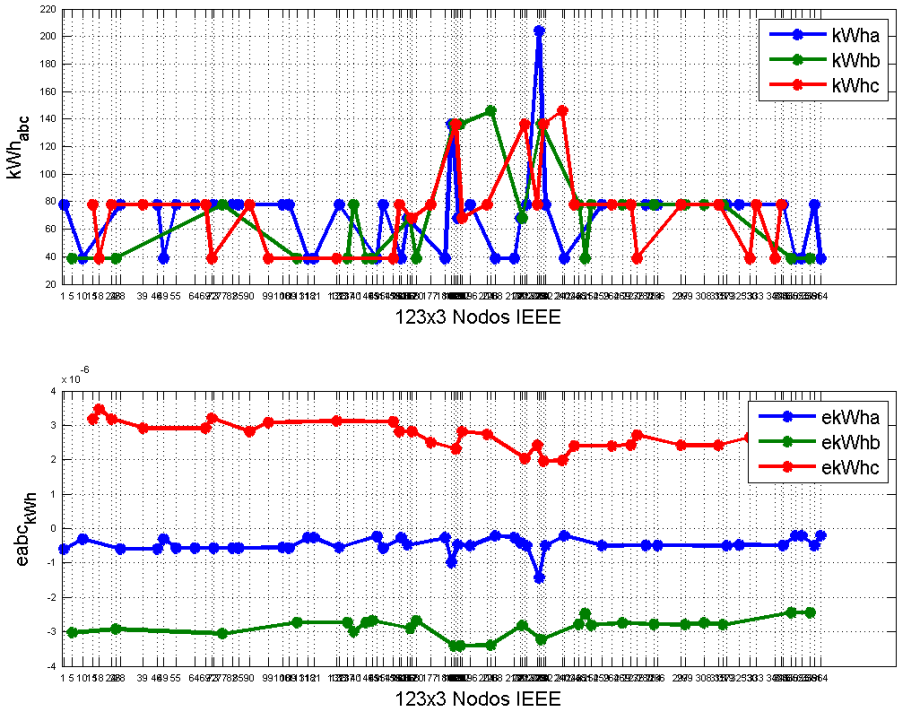

Figura D.2. Energías y factores de potencia de red IEEE de 123 nodos trifásico

D.2.2. Estimador de Estado - Método basado en las Ecuaciones de Potencia

Nodo	kV	Módulo	Ángulo	V_x	V_y	$error_{Vabc-x}$	$error_{Vabc-y}$
149a	125.2440	1.0437	0.0000	1.0437	0.0000	2.7979E-07	7.2635E-83
149b	125.2292	1.0436	-120.0007	-0.5218	-0.9038	1.1858E-05	5.9735E-06
149c	125.2292	1.0436	120.0007	-0.5218	0.9038	1.1057E-05	7.3594E-06
1a	4.2776	1.0283	-0.5903	1.0282	-0.0106	2.5123E-07	1.0488E-08
1b	4.3282	1.0404	-120.2645	-0.5244	-0.8986	3.7000E-07	6.4213E-07
1c	4.2925	1.0319	119.7052	-0.5113	0.8963	4.4099E-07	7.5466E-07
2a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	2.8224E-02	1.0593E-02
2b	4.3273	1.0402	-120.2687	-0.5243	-0.8984	3.7594E-07	6.2751E-07
2c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.1326E-02	3.0237E-02
3a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	2.8224E-02	1.0593E-02
3b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.4367E-02	3.2599E-02
3c	4.2859	1.0303	119.6749	-0.5101	0.8951	4.3695E-07	7.5924E-07
7a	4.2298	1.0168	-1.0246	1.0166	-0.0182	2.2756E-07	1.1820E-08
7b	4.3187	1.0382	-120.4784	-0.5266	-0.8947	3.5794E-07	6.4896E-07

7c	4.2598	1.0240	119.5163	-0.5045	0.8911	4.5600E-07	7.6897E-07
4a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	2.8224E-02	1.0593E-02
4b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.4367E-02	3.2599E-02
4c	4.2838	1.0298	119.6653	-0.5097	0.8948	4.3593E-07	7.6052E-07
5a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	2.8224E-02	1.0593E-02
5b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.4367E-02	3.2599E-02
5c	4.2807	1.0290	119.6513	-0.5091	0.8943	4.3336E-07	7.6313E-07
8a	4.1985	1.0093	-1.3134	1.0090	-0.0231	2.1708E-07	1.0460E-08
8b	4.3122	1.0366	-120.6205	-0.5280	-0.8920	3.5218E-07	6.5476E-07
8c	4.2380	1.0188	119.3854	-0.4999	0.8877	4.6414E-07	7.7934E-07
6a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	2.8224E-02	1.0593E-02
6b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.4367E-02	3.2599E-02
6c	4.2780	1.0284	119.6392	-0.5086	0.8938	4.3209E-07	7.6472E-07
12a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	9.0018E-03	2.3133E-02
12b	4.3110	1.0363	-120.6258	-0.5279	-0.8917	3.5932E-07	6.3584E-07
12c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.1520E-04	2.1656E-02
9a	4.1924	1.0078	-1.3418	1.0075	-0.0236	1.8421E-07	1.1146E-08
9b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.7980E-02	2.6012E-02
9c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.1520E-04	2.1656E-02
13a	4.1561	0.9991	-1.7127	0.9986	-0.0299	2.2082E-07	7.0997E-09
13b	4.3008	1.0339	-120.8179	-0.5297	-0.8879	3.4344E-07	6.8155E-07
13c	4.2054	1.0109	119.1629	-0.4926	0.8828	4.7213E-07	8.0339E-07
14a	4.1855	1.0061	-1.3741	1.0058	-0.0241	1.4265E-07	1.2042E-08
14b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.7980E-02	2.6012E-02
14c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.1520E-04	2.1656E-02
34a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.3891E-03	2.9860E-02
34b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.9654E-02	2.1848E-02
34c	4.2013	1.0099	119.1441	-0.4918	0.8821	4.7056E-07	8.0643E-07
18a	4.1140	0.9890	-2.1833	0.9882	-0.0377	6.9732E-07	4.7030E-07
18b	4.2895	1.0311	-121.0631	-0.5320	-0.8833	1.3787E-07	1.4401E-06
18c	4.1730	1.0031	119.1386	-0.4884	0.8762	3.5973E-07	1.1446E-06
152a	4.1560	0.9990	-1.7135	0.9986	-0.0299	2.2029E-07	6.5346E-09
152b	4.3008	1.0338	-120.8184	-0.5297	-0.8879	3.4360E-07	6.8068E-07
152c	4.2053	1.0109	119.1625	-0.4926	0.8828	4.7220E-07	8.0308E-07
11a	4.1828	1.0055	-1.3868	1.0052	-0.0243	1.3044E-07	1.2297E-08
11b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.7980E-02	2.6012E-02
11c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.1520E-04	2.1656E-02

10a	4.1841	1.0058	-1.3804	1.0055	-0.0242	1.3041E-07	1.2314E-08
10b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.7980E-02	2.6012E-02
10c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.1520E-04	2.1656E-02
15a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.3891E-03	2.9860E-02
15b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.9654E-02	2.1848E-02
15c	4.1997	1.0095	119.1365	-0.4915	0.8818	4.6983E-07	8.0776E-07
19a	4.1085	0.9876	-2.2096	0.9869	-0.0381	6.7147E-07	4.6954E-07
19b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2047E-02	1.7244E-02
19c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.1558E-02	1.0141E-02
21a	4.1117	0.9884	-2.2376	0.9876	-0.0386	6.9192E-07	4.5211E-07
21b	4.2899	1.0312	-121.0616	-0.5321	-0.8834	1.4464E-07	1.4191E-06
21c	4.1680	1.0019	119.1170	-0.4875	0.8753	3.6121E-07	1.1192E-06
135a	4.1140	0.9889	-2.1836	0.9882	-0.0377	6.9793E-07	4.7101E-07
135b	4.2895	1.0311	-121.0633	-0.5320	-0.8833	1.3769E-07	1.4412E-06
135c	4.1729	1.0031	119.1385	-0.4884	0.8762	3.5967E-07	1.1451E-06
52a	4.1209	0.9906	-2.0226	0.9900	-0.0350	1.2219E-08	2.1952E-07
52b	4.2896	1.0312	-121.0141	-0.5313	-0.8837	4.0896E-07	3.3212E-07
52c	4.1805	1.0049	118.9784	-0.4869	0.8791	5.0123E-07	6.7897E-07
16a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.3891E-03	2.9860E-02
16b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.9654E-02	2.1848E-02
16c	4.1956	1.0086	119.1176	-0.4908	0.8811	4.6865E-07	8.1041E-07
17a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.3891E-03	2.9860E-02
17b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	2.9654E-02	2.1848E-02
17c	4.1978	1.0091	119.1277	-0.4912	0.8815	4.6840E-07	8.0992E-07
20a	4.1049	0.9868	-2.2268	0.9860	-0.0383	6.5463E-07	4.6904E-07
20b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2047E-02	1.7244E-02
20c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.1558E-02	1.0141E-02
22a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.2358E-02	3.8590E-02
22b	4.2843	1.0299	-121.0870	-0.5318	-0.8820	1.6108E-07	1.3754E-06
22c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.2469E-02	9.2858E-03
23a	4.1099	0.9880	-2.2919	0.9872	-0.0395	6.8367E-07	4.4071E-07
23b	4.2915	1.0316	-121.0456	-0.5320	-0.8838	1.4119E-07	1.4117E-06
23c	4.1633	1.0008	119.1016	-0.4867	0.8745	3.6578E-07	1.1015E-06
35a	4.1012	0.9859	-2.2971	0.9851	-0.0395	9.5647E-07	7.0958E-07
35b	4.2807	1.0290	-121.1462	-0.5322	-0.8807	3.9413E-08	1.8083E-06
35c	4.1675	1.0018	119.1029	-0.4873	0.8753	3.4769E-07	1.3410E-06
53a	4.1045	0.9867	-2.1660	0.9860	-0.0373	8.5695E-08	3.3011E-07

53b	4.2834	1.0297	-121.1102	-0.5320	-0.8816	4.4427E-07	1.5921E-07
53c	4.1682	1.0020	118.8786	-0.4839	0.8774	5.1359E-07	6.1783E-07
24a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.2821E-02	3.9509E-02
24b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2019E-02	1.7807E-02
24c	4.1573	0.9993	119.0733	-0.4856	0.8734	3.6489E-07	1.1055E-06
25a	4.1071	0.9873	-2.3491	0.9865	-0.0405	6.7475E-07	4.2764E-07
25b	4.2934	1.0321	-121.0372	-0.5321	-0.8843	1.3747E-07	1.4032E-06
25c	4.1596	0.9999	119.1021	-0.4863	0.8737	3.7061E-07	1.0808E-06
36a	4.0944	0.9842	-2.3303	0.9834	-0.0400	6.9580E-04	1.8279E-04
36b	4.2819	1.0293	-121.2143	-0.5334	-0.8803	7.2526E-04	4.3184E-04
36c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.2746E-02	9.2932E-03
40a	4.0947	0.9843	-2.3374	0.9835	-0.0401	9.2095E-07	6.7243E-07
40b	4.2763	1.0280	-121.1901	-0.5324	-0.8794	5.1974E-08	1.7579E-06
40c	4.1628	1.0007	119.0602	-0.4861	0.8747	3.5312E-07	1.3235E-06
54a	4.0950	0.9844	-2.2479	0.9836	-0.0386	1.4296E-07	3.9768E-07
54b	4.2791	1.0286	-121.1690	-0.5324	-0.8801	4.6802E-07	5.2002E-08
54c	4.1605	1.0001	118.8116	-0.4820	0.8763	5.1994E-07	5.8019E-07
26a	4.1060	0.9870	-2.3759	0.9862	-0.0409	1.6523E-05	3.9469E-06
26b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2125E-02	1.8278E-02
26c	4.1576	0.9994	119.0948	-0.4860	0.8733	4.4273E-05	9.6257E-06
28a	4.1056	0.9869	-2.3762	0.9861	-0.0409	6.6298E-07	4.2329E-07
28b	4.2943	1.0323	-121.0352	-0.5322	-0.8845	1.3295E-07	1.4014E-06
28c	4.1582	0.9996	119.1067	-0.4862	0.8733	3.7580E-07	1.0789E-06
37a	4.0910	0.9834	-2.3462	0.9826	-0.0403	6.9641E-04	1.8278E-04
37b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2708E-02	1.3848E-02
37c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.2746E-02	9.2932E-03
38a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.5895E-02	3.9836E-02
38b	4.2793	1.0287	-121.2265	-0.5333	-0.8796	7.2512E-04	4.3233E-04
38c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.2746E-02	9.2932E-03
41a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.6506E-02	4.0144E-02
41b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2361E-02	1.3348E-02
41c	4.1628	1.0007	119.0602	-0.4861	0.8747	3.5312E-07	1.3235E-06
42a	4.0880	0.9827	-2.3766	0.9818	-0.0408	8.8545E-07	6.3492E-07
42b	4.2720	1.0269	-121.2386	-0.5326	-0.8780	6.4572E-08	1.7071E-06
42c	4.1589	0.9997	119.0253	-0.4851	0.8742	3.5852E-07	1.3049E-06
55a	4.0941	0.9842	-2.2513	0.9834	-0.0387	1.4678E-07	4.0601E-07
55b	4.2788	1.0286	-121.1785	-0.5325	-0.8800	4.7367E-07	3.8287E-08

55c	4.1608	1.0002	118.8149	-0.4821	0.8764	5.1902E-07	5.7449E-07
57a	4.0728	0.9790	-2.5119	0.9781	-0.0429	3.2252E-07	5.5663E-07
57b	4.2615	1.0244	-121.3006	-0.5322	-0.8753	5.5323E-07	2.1443E-07
57c	4.1408	0.9954	118.6473	-0.4772	0.8735	5.2815E-07	4.6669E-07
27a	4.1044	0.9866	-2.3943	0.9858	-0.0412	3.1753E-05	9.7883E-06
27b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2125E-02	1.8278E-02
27c	4.1575	0.9994	119.1070	-0.4862	0.8732	8.7381E-05	2.4725E-05
31a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.3815E-02	4.0913E-02
31b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2125E-02	1.8278E-02
31c	4.1552	0.9988	119.0832	-0.4855	0.8729	4.4263E-05	9.6025E-06
29a	4.1049	0.9867	-2.3979	0.9859	-0.0413	6.5408E-07	4.2032E-07
29b	4.2950	1.0324	-121.0289	-0.5322	-0.8847	1.2951E-07	1.4002E-06
29c	4.1563	0.9991	119.1005	-0.4859	0.8730	3.7980E-07	1.0782E-06
39a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.5895E-02	3.9836E-02
39b	4.2776	1.0283	-121.2344	-0.5332	-0.8792	7.2503E-04	4.3265E-04
39c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.2746E-02	9.2932E-03
43a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.8153E-02	4.0749E-02
43b	4.2667	1.0256	-121.2630	-0.5323	-0.8767	8.0191E-08	1.6654E-06
43c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.4937E-02	8.1433E-03
44a	4.0833	0.9816	-2.4098	0.9807	-0.0413	8.5953E-07	6.1080E-07
44b	4.2693	1.0263	-121.2647	-0.5326	-0.8772	7.0168E-08	1.6761E-06
44c	4.1552	0.9989	118.9959	-0.4842	0.8737	3.6367E-07	1.2941E-06
56a	4.0940	0.9841	-2.2455	0.9834	-0.0386	1.4188E-07	4.1086E-07
56b	4.2781	1.0284	-121.1865	-0.5325	-0.8798	4.8307E-07	2.6518E-08
56c	4.1612	1.0003	118.8134	-0.4821	0.8764	5.1504E-07	5.7009E-07
58a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	2.1905E-02	4.2908E-02
58b	4.2588	1.0238	-121.3128	-0.5321	-0.8746	5.6674E-07	2.5788E-07
58c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	2.2802E-02	7.5025E-03
60a	4.0259	0.9678	-3.1130	0.9663	-0.0526	7.2656E-07	8.7440E-07
60b	4.2278	1.0163	-121.5400	-0.5316	-0.8662	6.8280E-07	7.1964E-07
60c	4.0962	0.9847	118.2975	-0.4668	0.8670	5.7236E-07	2.5045E-07
33a	4.0989	0.9853	-2.4207	0.9844	-0.0416	3.1773E-05	9.7854E-06
33b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2125E-02	1.8278E-02
33c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.3935E-02	7.1928E-03
32a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.3815E-02	4.0913E-02
32b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2125E-02	1.8278E-02
32c	4.1535	0.9984	119.0755	-0.4852	0.8726	4.4257E-05	9.5871E-06

30a	4.1060	0.9870	-2.4013	0.9861	-0.0414	6.5390E-07	4.2102E-07
30b	4.2948	1.0324	-121.0173	-0.5320	-0.8848	1.2941E-07	1.4008E-06
30c	4.1544	0.9987	119.0781	-0.4853	0.8728	3.8004E-07	1.0798E-06
45a	4.0811	0.9810	-2.4205	0.9802	-0.0414	8.3776E-07	6.1037E-07
45b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2631E-02	1.1214E-02
45c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.5808E-02	7.6263E-03
47a	4.0789	0.9805	-2.4348	0.9796	-0.0417	8.4265E-07	5.8717E-07
47b	4.2651	1.0253	-121.2945	-0.5326	-0.8761	8.3802E-08	1.6409E-06
47c	4.1508	0.9978	118.9505	-0.4830	0.8731	3.6467E-07	1.2829E-06
59a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	2.1905E-02	4.2908E-02
59b	4.2575	1.0234	-121.3190	-0.5320	-0.8743	5.7350E-07	2.7960E-07
59c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	2.2802E-02	7.5025E-03
61a	4.0259	0.9678	-3.1130	0.9663	-0.0526	7.2656E-07	8.7440E-07
61b	4.2278	1.0163	-121.5400	-0.5316	-0.8662	6.8280E-07	7.1964E-07
61c	4.0962	0.9847	118.2975	-0.4668	0.8670	5.7236E-07	2.5045E-07
62a	4.0236	0.9672	-3.1273	0.9658	-0.0528	7.5278E-07	8.7725E-07
62b	4.2237	1.0153	-121.5057	-0.5306	-0.8656	6.6978E-07	7.5577E-07
62c	4.0859	0.9822	118.2955	-0.4656	0.8648	5.7841E-07	2.4477E-07
160a	4.0258	0.9677	-3.1136	0.9663	-0.0526	7.2697E-07	8.7480E-07
160b	4.2278	1.0163	-121.5403	-0.5316	-0.8662	6.8288E-07	7.2025E-07
160c	4.0962	0.9847	118.2972	-0.4668	0.8670	5.7243E-07	2.5024E-07
250a	4.1060	0.9870	-2.4013	0.9861	-0.0414	6.5390E-07	4.2102E-07
250b	4.2948	1.0324	-121.0173	-0.5320	-0.8848	1.2941E-07	1.4008E-06
250c	4.1544	0.9987	119.0781	-0.4853	0.8728	3.8004E-07	1.0798E-06
46a	4.0794	0.9806	-2.4285	0.9798	-0.0416	8.2143E-07	6.1005E-07
46b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2631E-02	1.1214E-02
46c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	1.5808E-02	7.6263E-03
48a	4.0778	0.9802	-2.4446	0.9794	-0.0418	8.4024E-07	5.8347E-07
48b	4.2640	1.0250	-121.3004	-0.5325	-0.8758	8.7558E-08	1.6346E-06
48c	4.1498	0.9976	118.9419	-0.4827	0.8730	3.6400E-07	1.2805E-06
49a	4.0779	0.9803	-2.4454	0.9794	-0.0418	8.3044E-07	5.7825E-07
49b	4.2628	1.0247	-121.3017	-0.5324	-0.8756	8.7177E-08	1.6297E-06
49c	4.1492	0.9974	118.9280	-0.4825	0.8730	3.6654E-07	1.2785E-06
610a	4.0259	0.9678	-3.1130	0.9663	-0.0526	7.2656E-07	8.7440E-07
610b	4.2278	1.0163	-121.5400	-0.5316	-0.8662	6.8280E-07	7.1964E-07
610c	4.0962	0.9847	118.2975	-0.4668	0.8670	5.7236E-07	2.5045E-07
63a	4.0217	0.9668	-3.1300	0.9653	-0.0528	7.7136E-07	8.7957E-07

63b	4.2206	1.0146	-121.4894	-0.5299	-0.8652	6.6045E-07	7.8143E-07
63c	4.0805	0.9809	118.2940	-0.4649	0.8637	5.8330E-07	2.3975E-07
67a	4.0070	0.9632	-3.3618	0.9616	-0.0565	8.8787E-07	1.0013E-06
67b	4.2178	1.0139	-121.6732	-0.5324	-0.8629	7.3255E-07	9.2096E-07
67c	4.0794	0.9806	118.2379	-0.4640	0.8639	6.1264E-07	1.6094E-07
50a	4.0779	0.9803	-2.4562	0.9794	-0.0420	8.2249E-07	5.7550E-07
50b	4.2629	1.0247	-121.2927	-0.5323	-0.8757	8.4209E-08	1.6290E-06
50c	4.1478	0.9971	118.9167	-0.4821	0.8728	3.6989E-07	1.2782E-06
64a	4.0217	0.9668	-3.1356	0.9653	-0.0529	7.9003E-07	8.9115E-07
64b	4.2137	1.0129	-121.4413	-0.5284	-0.8642	6.4829E-07	8.3496E-07
64c	4.0690	0.9781	118.2771	-0.4634	0.8614	5.8735E-07	2.2724E-07
68a	4.0002	0.9616	-3.3951	0.9599	-0.0569	9.3962E-07	9.9995E-07
68b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2363E-02	3.1529E-03
68c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.6037E-02	2.1121E-03
72a	4.0004	0.9616	-3.4333	0.9599	-0.0576	9.1715E-07	1.0508E-06
72b	4.2092	1.0118	-121.7281	-0.5321	-0.8606	7.8343E-07	1.0274E-06
72c	4.0725	0.9790	118.1564	-0.4620	0.8631	5.9894E-07	1.2026E-07
97a	4.0026	0.9622	-3.4216	0.9604	-0.0574	9.3733E-07	1.0325E-06
97b	4.2157	1.0134	-121.6964	-0.5325	-0.8622	7.3611E-07	9.6204E-07
97c	4.0762	0.9799	118.2189	-0.4633	0.8634	6.2308E-07	1.4183E-07
51a	4.0772	0.9801	-2.4644	0.9792	-0.0421	8.1471E-07	5.7233E-07
51b	4.2632	1.0248	-121.2942	-0.5323	-0.8757	8.1466E-08	1.6277E-06
51c	4.1477	0.9971	118.9214	-0.4822	0.8727	3.7286E-07	1.2768E-06
65a	4.0205	0.9665	-3.1785	0.9650	-0.0536	8.1177E-07	8.9296E-07
65b	4.2133	1.0128	-121.3826	-0.5274	-0.8646	6.3804E-07	8.6502E-07
65c	4.0536	0.9744	118.2894	-0.4618	0.8580	5.9133E-07	2.2428E-07
69a	3.9923	0.9597	-3.4334	0.9580	-0.0575	9.9337E-07	9.9844E-07
69b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2363E-02	3.1529E-03
69c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.6037E-02	2.1121E-03
73a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.0081E-02	5.7590E-02
73b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2109E-02	5.4083E-03
73c	4.0632	0.9767	118.1120	-0.4602	0.8615	5.9788E-07	1.2684E-07
76a	3.9940	0.9601	-3.4789	0.9583	-0.0583	9.3814E-07	1.0879E-06
76b	4.2036	1.0105	-121.7939	-0.5324	-0.8588	8.2086E-07	1.1062E-06
76c	4.0708	0.9786	118.1355	-0.4615	0.8629	5.8839E-07	8.7791E-08
98a	4.0016	0.9619	-3.4337	0.9602	-0.0576	9.4453E-07	1.0400E-06
98b	4.2147	1.0131	-121.7051	-0.5325	-0.8619	7.4134E-07	9.7566E-07

98c	4.0754	0.9797	118.2093	-0.4631	0.8633	6.2268E-07	1.3623E-07
197a	4.0025	0.9621	-3.4218	0.9604	-0.0574	9.3749E-07	1.0326E-06
197b	4.2157	1.0134	-121.6965	-0.5325	-0.8622	7.3609E-07	9.6217E-07
197c	4.0762	0.9799	118.2188	-0.4633	0.8634	6.2313E-07	1.4178E-07
66a	4.0215	0.9667	-3.2035	0.9652	-0.0540	8.1133E-07	8.9222E-07
66b	4.2143	1.0131	-121.3558	-0.5271	-0.8651	6.3845E-07	8.6417E-07
66c	4.0472	0.9729	118.2874	-0.4610	0.8567	5.9007E-07	2.2669E-07
70a	3.9868	0.9584	-3.4606	0.9566	-0.0578	1.0356E-06	9.9738E-07
70b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2363E-02	3.1529E-03
70c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.6037E-02	2.1121E-03
74a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.0081E-02	5.7590E-02
74b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2109E-02	5.4083E-03
74c	4.0554	0.9748	118.0743	-0.4588	0.8601	5.9699E-07	1.3243E-07
77a	3.9916	0.9595	-3.5144	0.9577	-0.0588	9.6046E-07	1.1094E-06
77b	4.2007	1.0098	-121.8228	-0.5325	-0.8580	8.3496E-07	1.1457E-06
77c	4.0678	0.9778	118.1116	-0.4607	0.8625	5.9227E-07	7.2953E-08
86a	3.9866	0.9583	-3.4960	0.9565	-0.0584	9.5102E-07	1.1631E-06
86b	4.1931	1.0080	-121.9348	-0.5332	-0.8554	9.1633E-07	1.2785E-06
86c	4.0738	0.9793	118.1199	-0.4615	0.8637	5.5104E-07	1.3467E-08
99a	4.0028	0.9622	-3.4204	0.9605	-0.0574	9.3817E-07	1.0479E-06
99b	4.2112	1.0123	-121.7159	-0.5322	-0.8611	7.5913E-07	1.0001E-06
99c	4.0740	0.9793	118.1683	-0.4623	0.8633	6.1393E-07	1.2826E-07
101a	3.9989	0.9613	-3.4708	0.9595	-0.0582	9.8040E-07	1.0569E-06
101b	4.2146	1.0131	-121.7118	-0.5326	-0.8619	7.3490E-07	9.9088E-07
101c	4.0738	0.9793	118.2085	-0.4629	0.8630	6.3394E-07	1.2775E-07
71a	3.9836	0.9576	-3.4760	0.9558	-0.0581	1.0538E-06	9.9677E-07
71b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2363E-02	3.1529E-03
71c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.6037E-02	2.1121E-03
75a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.0081E-02	5.7590E-02
75b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2109E-02	5.4083E-03
75c	4.0509	0.9738	118.0526	-0.4579	0.8594	5.9649E-07	1.3563E-07
78a	3.9910	0.9594	-3.5268	0.9576	-0.0590	9.6723E-07	1.1131E-06
78b	4.2006	1.0098	-121.8239	-0.5325	-0.8580	8.3528E-07	1.1509E-06
78c	4.0668	0.9776	118.1067	-0.4606	0.8623	5.9458E-07	7.1005E-08
87a	3.9821	0.9572	-3.5156	0.9554	-0.0587	9.6511E-07	1.2044E-06
87b	4.1878	1.0067	-122.0125	-0.5336	-0.8536	9.6154E-07	1.3679E-06
87c	4.0740	0.9793	118.1168	-0.4615	0.8638	5.4248E-07	2.3692E-08

100a	4.0036	0.9624	-3.4237	0.9607	-0.0575	9.3831E-07	1.0473E-06
100b	4.2109	1.0122	-121.7030	-0.5320	-0.8612	7.5893E-07	9.9947E-07
100c	4.0724	0.9789	118.1491	-0.4618	0.8631	6.1421E-07	1.2971E-07
102a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.0482E-02	5.8197E-02
102b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2550E-02	4.1477E-03
102c	4.0675	0.9778	118.1783	-0.4617	0.8619	6.3304E-07	1.3301E-07
105a	3.9931	0.9599	-3.5174	0.9581	-0.0589	1.0272E-06	1.0852E-06
105b	4.2141	1.0130	-121.7581	-0.5332	-0.8613	7.3413E-07	1.0242E-06
105c	4.0749	0.9795	118.2412	-0.4635	0.8629	6.4510E-07	1.0844E-07
79a	3.9898	0.9591	-3.5424	0.9572	-0.0593	9.7593E-07	1.1161E-06
79b	4.2011	1.0099	-121.8267	-0.5326	-0.8580	8.3223E-07	1.1520E-06
79c	4.0666	0.9775	118.1170	-0.4607	0.8622	5.9833E-07	6.9265E-08
80a	3.9911	0.9594	-3.5527	0.9576	-0.0595	9.8103E-07	1.1244E-06
80b	4.1986	1.0093	-121.8232	-0.5322	-0.8576	8.4326E-07	1.1731E-06
80c	4.0623	0.9765	118.0619	-0.4594	0.8617	5.9764E-07	6.5425E-08
88a	3.9801	0.9568	-3.5255	0.9549	-0.0588	9.7681E-07	1.2039E-06
88b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.3640E-02	1.2432E-02
88c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.8466E-02	2.2602E-03
89a	3.9811	0.9570	-3.5182	0.9552	-0.0587	9.6620E-07	1.2213E-06
89b	4.1853	1.0061	-122.0396	-0.5337	-0.8528	9.8425E-07	1.4081E-06
89c	4.0737	0.9793	118.1055	-0.4613	0.8638	5.3625E-07	3.9326E-08
450a	4.0036	0.9624	-3.4237	0.9607	-0.0575	9.3831E-07	1.0473E-06
450b	4.2109	1.0122	-121.7030	-0.5320	-0.8612	7.5893E-07	9.9947E-07
450c	4.0724	0.9789	118.1491	-0.4618	0.8631	6.1421E-07	1.2971E-07
103a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.0482E-02	5.8197E-02
103b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2550E-02	4.1477E-03
103c	4.0602	0.9760	118.1433	-0.4604	0.8606	6.3217E-07	1.3829E-07
106a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.1930E-02	5.8891E-02
106b	4.2092	1.0118	-121.7807	-0.5329	-0.8601	7.4379E-07	1.0648E-06
106c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.6492E-02	3.0786E-03
108a	3.9866	0.9583	-3.5954	0.9564	-0.0601	1.0903E-06	1.1080E-06
108b	4.2169	1.0137	-121.7724	-0.5338	-0.8618	7.1185E-07	1.0330E-06
108c	4.0743	0.9794	118.2868	-0.4641	0.8624	6.6919E-07	9.8298E-08
81a	3.9915	0.9595	-3.5953	0.9576	-0.0602	1.0005E-06	1.1279E-06
81b	4.1992	1.0094	-121.7931	-0.5318	-0.8580	8.3605E-07	1.1730E-06
81c	4.0566	0.9752	118.0223	-0.4581	0.8608	6.0706E-07	6.8231E-08
90a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.4807E-02	5.8728E-02

90b	4.1828	1.0055	-122.0510	-0.5336	-0.8522	9.8867E-07	1.4286E-06
90c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.8672E-02	2.2350E-03
91a	3.9804	0.9568	-3.5282	0.9550	-0.0589	9.6974E-07	1.2313E-06
91b	4.1845	1.0059	-122.0478	-0.5338	-0.8526	9.9574E-07	1.4301E-06
91c	4.0729	0.9791	118.0988	-0.4611	0.8637	5.3414E-07	4.8062E-08
104a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.0482E-02	5.8197E-02
104b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.2550E-02	4.1477E-03
104c	4.0523	0.9741	118.1055	-0.4589	0.8592	6.3124E-07	1.4400E-07
107a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.1930E-02	5.8891E-02
107b	4.2030	1.0103	-121.8096	-0.5325	-0.8586	7.5606E-07	1.1168E-06
107c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.6492E-02	3.0786E-03
109a	3.9684	0.9540	-3.6839	0.9520	-0.0613	1.2418E-06	1.1045E-06
109b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.3750E-02	4.2462E-03
109c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.5877E-02	3.5808E-03
300a	3.9866	0.9583	-3.5954	0.9564	-0.0601	1.0903E-06	1.1080E-06
300b	4.2169	1.0137	-121.7724	-0.5338	-0.8618	7.1185E-07	1.0330E-06
300c	4.0743	0.9794	118.2868	-0.4641	0.8624	6.6919E-07	9.8298E-08
82a	3.9905	0.9592	-3.6139	0.9573	-0.0605	1.0104E-06	1.1308E-06
82b	4.1997	1.0095	-121.7915	-0.5319	-0.8581	8.3252E-07	1.1738E-06
82c	4.0557	0.9749	118.0257	-0.4581	0.8606	6.1149E-07	6.7390E-08
84a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.2395E-02	6.0169E-02
84b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.1814E-02	8.0660E-03
84c	4.0452	0.9724	117.9674	-0.4560	0.8588	6.0564E-07	7.8727E-08
92a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.4983E-02	5.8885E-02
92b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.3751E-02	1.3427E-02
92c	4.0695	0.9783	118.0827	-0.4605	0.8631	5.3381E-07	4.5821E-08
93a	3.9790	0.9565	-3.5360	0.9547	-0.0590	9.7312E-07	1.2418E-06
93b	4.1838	1.0057	-122.0646	-0.5339	-0.8523	1.0073E-06	1.4525E-06
93c	4.0733	0.9792	118.1065	-0.4613	0.8637	5.3180E-07	5.7805E-08
110a	3.9598	0.9519	-3.7264	0.9499	-0.0619	1.3225E-06	1.1029E-06
110b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.3750E-02	4.2462E-03
110c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.5877E-02	3.5808E-03
83a	3.9909	0.9593	-3.6151	0.9574	-0.0605	1.0105E-06	1.1303E-06
83b	4.1996	1.0095	-121.7868	-0.5318	-0.8581	8.3240E-07	1.1734E-06
83c	4.0550	0.9748	118.0176	-0.4579	0.8605	6.1173E-07	6.8479E-08
85a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.2395E-02	6.0169E-02
85b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.1814E-02	8.0660E-03

85c	4.0399	0.9711	117.9416	-0.4550	0.8579	6.0512E-07	8.2639E-08
94a	3.9759	0.9557	-3.5514	0.9539	-0.0592	9.9161E-07	1.2410E-06
94b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.3916E-02	1.3716E-02
94c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.8706E-02	2.3372E-03
95a	3.9788	0.9565	-3.5254	0.9546	-0.0588	9.6582E-07	1.2517E-06
95b	4.1822	1.0053	-122.0832	-0.5340	-0.8518	1.0269E-06	1.4809E-06
95c	4.0741	0.9793	118.1031	-0.4613	0.8639	5.2360E-07	6.8447E-08
111a	3.9565	0.9511	-3.7427	0.9491	-0.0621	1.3606E-06	1.1023E-06
111b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.3750E-02	4.2462E-03
111c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.5877E-02	3.5808E-03
112a	3.9569	0.9512	-3.7406	0.9492	-0.0621	1.3478E-06	1.1023E-06
112b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.3750E-02	4.2462E-03
112c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.5877E-02	3.5808E-03
96a	4.1600	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	4.5359E-02	5.8814E-02
96b	4.1811	1.0051	-122.0883	-0.5339	-0.8515	1.0313E-06	1.4992E-06
96c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.8669E-02	2.1426E-03
113a	3.9478	0.9490	-3.7854	0.9469	-0.0627	1.4194E-06	1.1006E-06
113b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.3750E-02	4.2462E-03
113c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.5877E-02	3.5808E-03
114a	3.9460	0.9485	-3.7947	0.9465	-0.0628	1.4411E-06	1.1003E-06
114b	4.1600	1.0000	-120.0000	-0.5000	-0.8660	3.3750E-02	4.2462E-03
114c	4.1600	1.0000	120.0000	-0.5000	0.8660	3.5877E-02	3.5808E-03

Tabla D.13. Resultados red IEEE de 123 nodos trifásico- Variables de Estado Estimadas

Nodo	P_{abc}	$P_{abc}{}^{m}$	residuo Pabc	Q_{abc}	$Q_{abc}{}^{m}$	residuo Qabc
1a	-0.1200	-0.1200	-1.6086E-06	-0.0600	-0.0600	-1.5051E-06
2b	-0.0600	-0.0600	4.5302E-06	-0.0300	-0.0300	-5.2364E-07
7a	-0.0600	-0.0600	-1.6858E-06	-0.0300	-0.0300	-1.5672E-06
4c	-0.1200	-0.1200	-2.6057E-07	-0.0600	-0.0600	3.1089E-07
5c	-0.0600	-0.0600	-2.6027E-07	-0.0300	-0.0300	3.1007E-07
6c	-0.1200	-0.1200	-2.6011E-07	-0.0600	-0.0600	3.0956E-07
12b	-0.0600	-0.0600	4.5090E-06	-0.0300	-0.0300	-4.3379E-07
9a	-0.1200	-0.1200	-1.7447E-06	-0.0600	-0.0600	-1.6127E-06
34c	-0.1200	-0.1200	-1.6464E-07	-0.0600	-0.0600	3.0514E-07
11a	-0.1200	-0.1200	-1.7563E-06	-0.0600	-0.0600	-1.6187E-06
10a	-0.0600	-0.0600	-1.7550E-06	-0.0300	-0.0300	-1.6180E-06
19a	-0.1200	-0.1200	-1.8938E-06	-0.0600	-0.0600	-1.7319E-06

52a	-0.1200	-0.1200	-1.8738E-06	-0.0600	-0.0600	-1.7202E-06
16c	-0.1200	-0.1200	-1.6218E-07	-0.0600	-0.0600	3.0574E-07
17c	-0.0600	-0.0600	-1.6238E-07	-0.0300	-0.0300	3.0565E-07
20a	-0.1200	-0.1200	-1.8984E-06	-0.0600	-0.0600	-1.7346E-06
22b	-0.1200	-0.1200	4.5064E-06	-0.0600	-0.0600	-3.3860E-07
35a	-0.1200	-0.1200	-1.9114E-06	-0.0600	-0.0600	-1.7486E-06
53a	-0.1200	-0.1200	-1.9035E-06	-0.0600	-0.0600	-1.7447E-06
24c	-0.1200	-0.1200	-1.2754E-07	-0.0600	-0.0600	3.0472E-07
40c	-0.0600	-0.0600	-1.0502E-07	-0.0300	-0.0300	3.0457E-07
28a	-0.1200	-0.1200	-1.9044E-06	-0.0600	-0.0600	-1.7331E-06
37a	-0.1200	-0.1200	-1.9206E-06	-0.0600	-0.0600	-1.7609E-06
38b	-0.0600	-0.0600	4.4980E-06	-0.0300	-0.0300	-3.2302E-07
42a	-0.0600	-0.0600	-1.9352E-06	-0.0300	-0.0300	-1.7731E-06
55a	-0.0600	-0.0600	-1.9242E-06	-0.0300	-0.0300	-1.7603E-06
31c	-0.0600	-0.0600	-1.2767E-07	-0.0300	-0.0300	3.0393E-07
29a	-0.1200	-0.1200	-1.9065E-06	-0.0600	-0.0600	-1.7333E-06
39b	-0.0600	-0.0600	4.5004E-06	-0.0300	-0.0300	-3.2339E-07
43b	-0.1200	-0.1200	4.5099E-06	-0.0600	-0.0600	-3.0439E-07
56b	-0.0600	-0.0600	4.4982E-06	-0.0300	-0.0300	-3.0389E-07
58b	-0.0600	-0.0600	4.5071E-06	-0.0300	-0.0300	-2.7751E-07
60a	-0.0600	-0.0600	-2.0769E-06	-0.0300	-0.0300	-1.8724E-06
33a	-0.1200	-0.1200	-1.9139E-06	-0.0600	-0.0600	-1.7381E-06
32c	-0.0600	-0.0600	-1.2821E-07	-0.0300	-0.0300	3.0426E-07
30c	-0.1200	-0.1200	-1.2724E-07	-0.0600	-0.0600	3.0254E-07
45a	-0.0600	-0.0600	-1.9481E-06	-0.0300	-0.0300	-1.7828E-06
47a	-0.1050	-0.1050	-1.9527E-06	-0.0750	-0.0750	-1.7910E-06
47b	-0.1050	-0.1050	4.5040E-06	-0.0750	-0.0750	-2.9055E-07
47c	-0.1050	-0.1050	-8.6938E-08	-0.0750	-0.0750	3.0374E-07
59b	-0.0600	-0.0600	4.5076E-06	-0.0300	-0.0300	-2.8050E-07
62c	-0.1200	-0.1200	-1.2324E-08	-0.0600	-0.0600	2.8525E-07
46a	-0.0600	-0.0600	-1.9509E-06	-0.0300	-0.0300	-1.7837E-06
48a	-0.2100	-0.2100	-1.9547E-06	-0.1500	-0.1500	-1.7930E-06
48b	-0.2100	-0.2100	4.5043E-06	-0.1500	-0.1500	-2.8884E-07
48c	-0.2100	-0.2100	-8.5422E-08	-0.1500	-0.1500	3.0377E-07
49a	-0.1050	-0.1050	-1.9564E-06	-0.0750	-0.0750	-1.7939E-06
49b	-0.2100	-0.2100	4.5056E-06	-0.1500	-0.1500	-2.8693E-07
49c	-0.1050	-0.1050	-8.4523E-08	-0.0750	-0.0750	3.0357E-07

63a	-0.1200	-0.1200	-2.0904E-06	-0.0600	-0.0600	-1.8730E-06
50c	-0.1200	-0.1200	-8.4284E-08	-0.0600	-0.0600	3.0355E-07
64b	-0.2250	-0.2250	4.5488E-06	-0.1050	-0.1050	-1.7531E-07
68a	-0.0600	-0.0600	-2.1274E-06	-0.0300	-0.0300	-1.9087E-06
51a	-0.0600	-0.0600	-1.9594E-06	-0.0300	-0.0300	-1.7950E-06
65a	-0.1050	-0.1050	-2.1018E-06	-0.0750	-0.0750	-1.8715E-06
65b	-0.1050	-0.1050	4.5509E-06	-0.0750	-0.0750	-1.6791E-07
65c	-0.2100	-0.2100	-5.2522E-09	-0.1500	-0.1500	2.7645E-07
69a	-0.1200	-0.1200	-2.1365E-06	-0.0600	-0.0600	-1.9145E-06
73c	-0.1200	-0.1200	3.0640E-08	-0.0600	-0.0600	2.8539E-07
76a	-0.3150	-0.3150	-2.1461E-06	-0.2400	-0.2400	-1.9282E-06
76b	-0.2100	-0.2100	4.5292E-06	-0.1500	-0.1500	-1.4931E-07
76c	-0.2100	-0.2100	3.7257E-08	-0.1500	-0.1500	2.8455E-07
98a	-0.1200	-0.1200	-2.1323E-06	-0.0600	-0.0600	-1.9127E-06
66c	-0.2250	-0.2250	-4.9671E-09	-0.1050	-0.1050	2.7660E-07
70a	-0.0600	-0.0600	-2.1424E-06	-0.0300	-0.0300	-1.9187E-06
74c	-0.1200	-0.1200	3.2432E-08	-0.0600	-0.0600	2.8533E-07
77b	-0.1200	-0.1200	4.5288E-06	-0.0600	-0.0600	-1.4547E-07
86b	-0.0600	-0.0600	4.5400E-06	-0.0300	-0.0300	-1.3852E-07
99b	-0.1200	-0.1200	4.5238E-06	-0.0600	-0.0600	-1.6216E-07
71a	-0.1200	-0.1200	-2.1459E-06	-0.0600	-0.0600	-1.9211E-06
75c	-0.1200	-0.1200	3.3450E-08	-0.0600	-0.0600	2.8533E-07
87b	-0.1200	-0.1200	4.5455E-06	-0.0600	-0.0600	-1.3244E-07
100c	-0.1200	-0.1200	2.8765E-08	-0.0600	-0.0600	2.8709E-07
102c	-0.0600	-0.0600	2.8290E-08	-0.0300	-0.0300	2.8702E-07
79a	-0.1200	-0.1200	-2.1539E-06	-0.0600	-0.0600	-1.9365E-06
80b	-0.1200	-0.1200	4.5280E-06	-0.0600	-0.0600	-1.4140E-07
88a	-0.1200	-0.1200	-2.1754E-06	-0.0600	-0.0600	-1.9476E-06
103c	-0.1200	-0.1200	2.9482E-08	-0.0600	-0.0600	2.8774E-07
106b	-0.1200	-0.1200	4.5272E-06	-0.0600	-0.0600	-1.5371E-07
90b	-0.1200	-0.1200	4.5517E-06	-0.0600	-0.0600	-1.2843E-07
104c	-0.1200	-0.1200	3.0651E-08	-0.0600	-0.0600	2.8887E-07
107b	-0.1200	-0.1200	4.5356E-06	-0.0600	-0.0600	-1.4852E-07
109a	-0.1200	-0.1200	-2.1833E-06	-0.0600	-0.0600	-1.9378E-06
82a	-0.1200	-0.1200	-2.1556E-06	-0.0600	-0.0600	-1.9404E-06
84c	-0.0600	-0.0600	5.0972E-08	-0.0300	-0.0300	2.9080E-07
92c	-0.1200	-0.1200	5.9308E-08	-0.0600	-0.0600	2.6944E-07

83c	-0.0600	-0.0600	5.0689E-08	-0.0300	-0.0300	2.9063E-07
85c	-0.1200	-0.1200	5.1456E-08	-0.0600	-0.0600	2.9131E-07
94a	-0.1200	-0.1200	-2.1854E-06	-0.0600	-0.0600	-1.9527E-06
95b	-0.0600	-0.0600	4.5518E-06	-0.0300	-0.0300	-1.2675E-07
111a	-0.0600	-0.0600	-2.1994E-06	-0.0300	-0.0300	-1.9451E-06
112a	-0.0600	-0.0600	-2.1992E-06	-0.0300	-0.0300	-1.9449E-06
96b	-0.0600	-0.0600	4.5533E-06	-0.0300	-0.0300	-1.2615E-07
113a	-0.1200	-0.1200	-2.2121E-06	-0.0600	-0.0600	-1.9509E-06
114a	-0.0600	-0.0600	-2.2147E-06	-0.0300	-0.0300	-1.9520E-06

Tabla D.14. Resultados red IEEE de 123 nodos trifásico-Potencias activas y reactivas inyectadas

Tramo	P_{abc-01}	Q_{abc-01}	$P_{abc-01}{}^{m}$	$Q_{abc-01}{}^{m}$	residuo Pabc	residuo Qabc
01 a	2.2548	1.1361	2.2548	1.1361	1.2974E-08	1.0201E-08
01 b	1.9512	0.9700	1.9512	0.9700	1.4932E-08	7.0372E-09
01 c	3.3764	1.6706	3.3764	1.6706	2.3421E-08	1.2642E-08

Tabla D.15. Resultados red IEEE de 123 nodos trifásico - Flujos de Potencia

residuo Vx	residuo Vy	error Vx	error Vy
2.7979E-07	7.2635E-83	2.6807E-05	0.0000E+00
1.1858E-05	5.9735E-06	2.2725E-03	6.6095E-04
1.1057E-05	7.3594E-06	2.1191E-03	8.1431E-04
2.5123E-07	1.0488E-08	2.4434E-05	9.9011E-05
3.7000E-07	6.4213E-07	7.0560E-05	7.1457E-05
4.4099E-07	7.5466E-07	8.6245E-05	8.4201E-05
2.8224E-02	1.0593E-02	2.7449E+00	1.0000E+02
3.7594E-07	6.2751E-07	7.1700E-05	6.9848E-05
1.1326E-02	3.0237E-02	2.2150E+00	3.3737E+00
2.8224E-02	1.0593E-02	2.7449E+00	1.0000E+02
2.4367E-02	3.2599E-02	4.6470E+00	3.6277E+00
4.3695E-07	7.5924E-07	8.5666E-05	8.4818E-05
2.2756E-07	1.1820E-08	2.2384E-05	6.5012E-05
3.5794E-07	6.4896E-07	6.7977E-05	7.2534E-05
4.5600E-07	7.6897E-07	9.0388E-05	8.6295E-05
2.8224E-02	1.0593E-02	2.7449E+00	1.0000E+02
2.4367E-02	3.2599E-02	4.6470E+00	3.6277E+00

4.3593E-07	7.6052E-07	8.5534E-05	8.4994E-05
2.8224E-02	1.0593E-02	2.7449E+00	1.0000E+02
2.4367E-02	3.2599E-02	4.6470E+00	3.6277E+00
4.3336E-07	7.6313E-07	8.5127E-05	8.5335E-05
2.1708E-07	1.0460E-08	2.1515E-05	4.5217E-05
3.5218E-07	6.5476E-07	6.6703E-05	7.3401E-05
4.6414E-07	7.7934E-07	9.2849E-05	8.7795E-05
2.8224E-02	1.0593E-02	2.7449E+00	1.0000E+02
2.4367E-02	3.2599E-02	4.6470E+00	3.6277E+00
4.3209E-07	7.6472E-07	8.4962E-05	8.5556E-05
9.0018E-03	2.3133E-02	8.9215E-01	1.0000E+02
3.5932E-07	6.3584E-07	6.8063E-05	7.1304E-05
1.1520E-04	2.1656E-02	2.3046E-02	2.4396E+00
1.8421E-07	1.1146E-08	1.8283E-05	4.7232E-05
2.7980E-02	2.6012E-02	5.2994E+00	2.9161E+00
1.1520E-04	2.1656E-02	2.3046E-02	2.4396E+00
2.2082E-07	7.0997E-09	2.2112E-05	2.3776E-05
3.4344E-07	6.8155E-07	6.4842E-05	7.6762E-05
4.7213E-07	8.0339E-07	9.5842E-05	9.1008E-05
1.4265E-07	1.2042E-08	1.4182E-05	4.9911E-05
2.7980E-02	2.6012E-02	5.2994E+00	2.9161E+00
1.1520E-04	2.1656E-02	2.3046E-02	2.4396E+00
1.3891E-03	2.9860E-02	1.3910E-01	1.0000E+02
2.9654E-02	2.1848E-02	5.5988E+00	2.4607E+00
4.7056E-07	8.0643E-07	9.5672E-05	9.1424E-05
6.9732E-07	4.7030E-07	7.0562E-05	1.2483E-03
1.3787E-07	1.4401E-06	2.5914E-05	1.6305E-04
3.5973E-07	1.1446E-06	7.3649E-05	1.3064E-04
2.2029E-07	6.5346E-09	2.2061E-05	2.1874E-05
3.4360E-07	6.8068E-07	6.4872E-05	7.6665E-05
4.7220E-07	8.0308E-07	9.5859E-05	9.0973E-05
1.3044E-07	1.2297E-08	1.2977E-05	5.0535E-05
2.7980E-02	2.6012E-02	5.2994E+00	2.9161E+00
1.1520E-04	2.1656E-02	2.3046E-02	2.4396E+00
1.3041E-07	1.2314E-08	1.2969E-05	5.0818E-05
2.7980E-02	2.6012E-02	5.2994E+00	2.9161E+00
1.1520E-04	2.1656E-02	2.3046E-02	2.4396E+00

1.3891E-03	2.9860E-02	1.3910E-01	1.0000E+02
2.9654E-02	2.1848E-02	5.5988E+00	2.4607E+00
4.6983E-07	8.0776E-07	9.5584E-05	9.1603E-05
6.7147E-07	4.6954E-07	6.8039E-05	1.2331E-03
3.2047E-02	1.7244E-02	6.0233E+00	1.9523E+00
1.1558E-02	1.0141E-02	2.3664E+00	1.1574E+00
6.9192E-07	4.5211E-07	7.0058E-05	1.1716E-03
1.4464E-07	1.4191E-06	2.7185E-05	1.6065E-04
3.6121E-07	1.1192E-06	7.4089E-05	1.2786E-04
6.9793E-07	4.7101E-07	7.0624E-05	1.2500E-03
1.3769E-07	1.4412E-06	2.5879E-05	1.6317E-04
3.5967E-07	1.1451E-06	7.3636E-05	1.3069E-04
1.2219E-08	2.1952E-07	1.2343E-06	6.2789E-04
4.0896E-07	3.3212E-07	7.6974E-05	3.7581E-05
5.0123E-07	6.7897E-07	1.0295E-04	7.7233E-05
1.3891E-03	2.9860E-02	1.3910E-01	1.0000E+02
2.9654E-02	2.1848E-02	5.5988E+00	2.4607E+00
4.6865E-07	8.1041E-07	9.5492E-05	9.1976E-05
1.3891E-03	2.9860E-02	1.3910E-01	1.0000E+02
2.9654E-02	2.1848E-02	5.5988E+00	2.4607E+00
4.6840E-07	8.0992E-07	9.5361E-05	9.1883E-05
6.5463E-07	4.6904E-07	6.6392E-05	1.2234E-03
3.2047E-02	1.7244E-02	6.0233E+00	1.9523E+00
1.1558E-02	1.0141E-02	2.3664E+00	1.1574E+00
1.2358E-02	3.8590E-02	1.2513E+00	1.0000E+02
1.6108E-07	1.3754E-06	3.0292E-05	1.5594E-04
1.2469E-02	9.2858E-03	2.5575E+00	1.0609E+00
6.8367E-07	4.4071E-07	6.9255E-05	1.1155E-03
1.4119E-07	1.4117E-06	2.6539E-05	1.5973E-04
3.6578E-07	1.1015E-06	7.5148E-05	1.2596E-04
9.5647E-07	7.0958E-07	9.7097E-05	1.7958E-03
3.9413E-08	1.8083E-06	7.4052E-06	2.0532E-04
3.4769E-07	1.3410E-06	7.1356E-05	1.5320E-04
8.5695E-08	3.3011E-07	8.6915E-06	8.8523E-04
4.4427E-07	1.5921E-07	8.3507E-05	1.8060E-05
5.1359E-07	6.1783E-07	1.0613E-04	7.0418E-05
1.2821E-02	3.9509E-02	1.2987E+00	1.0000E+02

3.2019E-02	1.7807E-02	6.0184E+00	2.0147E+00
3.6489E-07	1.1055E-06	7.5141E-05	1.2657E-04
6.7475E-07	4.2764E-07	6.8401E-05	1.0568E-03
1.3747E-07	1.4032E-06	2.5835E-05	1.5868E-04
3.7061E-07	1.0808E-06	7.6207E-05	1.2371E-04
6.9580E-04	1.8279E-04	7.0704E-02	4.5885E-01
7.2526E-04	4.3184E-04	1.3615E-01	4.9080E-02
1.2746E-02	9.2932E-03	2.6158E+00	1.0617E+00
9.2095E-07	6.7243E-07	9.3640E-05	1.6750E-03
5.1974E-08	1.7579E-06	9.7629E-06	1.9990E-04
3.5312E-07	1.3235E-06	7.2650E-05	1.5131E-04
1.4296E-07	3.9768E-07	1.4534E-05	1.0300E-03
4.6802E-07	5.2002E-08	8.7910E-05	5.9083E-06
5.1994E-07	5.8019E-07	1.0787E-04	6.6207E-05
1.6523E-05	3.9469E-06	1.6754E-03	9.6471E-03
3.2125E-02	1.8278E-02	6.0371E+00	2.0670E+00
4.4273E-05	9.6257E-06	9.1110E-03	1.1022E-03
6.6298E-07	4.2329E-07	6.7235E-05	1.0345E-03
1.3295E-07	1.4014E-06	2.4980E-05	1.5843E-04
3.7580E-07	1.0789E-06	7.7289E-05	1.2354E-04
6.9641E-04	1.8278E-04	7.0824E-02	4.5608E-01
3.2708E-02	1.3848E-02	6.1399E+00	1.5739E+00
1.2746E-02	9.2932E-03	2.6158E+00	1.0617E+00
1.5895E-02	3.9836E-02	1.6152E+00	1.0000E+02
7.2512E-04	4.3233E-04	1.3616E-01	4.9172E-02
1.2746E-02	9.2932E-03	2.6158E+00	1.0617E+00
1.6506E-02	4.0144E-02	1.6783E+00	1.0000E+02
3.2361E-02	1.3348E-02	6.0787E+00	1.5179E+00
3.5312E-07	1.3235E-06	7.2650E-05	1.5131E-04
8.8545E-07	6.3492E-07	9.0182E-05	1.5581E-03
6.4572E-08	1.7071E-06	1.2125E-05	1.9443E-04
3.5852E-07	1.3049E-06	7.3911E-05	1.4928E-04
1.4678E-07	4.0601E-07	1.4926E-05	1.0502E-03
4.7367E-07	3.8287E-08	8.8954E-05	4.3508E-06
5.1902E-07	5.7449E-07	1.0766E-04	6.5554E-05
3.2252E-07	5.5663E-07	3.2974E-05	1.2973E-03
5.5323E-07	2.1443E-07	1.0395E-04	2.4498E-05

5.2815E-07	4.6669E-07	1.1068E-04	5.3426E-05
3.1753E-05	9.7883E-06	3.2210E-03	2.3753E-02
3.2125E-02	1.8278E-02	6.0371E+00	2.0670E+00
8.7381E-05	2.4725E-05	1.7977E-02	2.8314E-03
1.3815E-02	4.0913E-02	1.4008E+00	1.0000E+02
3.2125E-02	1.8278E-02	6.0371E+00	2.0670E+00
4.4263E-05	9.6025E-06	9.1176E-03	1.1001E-03
6.5408E-07	4.2032E-07	6.6344E-05	1.0181E-03
1.2951E-07	1.4002E-06	2.4335E-05	1.5827E-04
3.7980E-07	1.0782E-06	7.8161E-05	1.2351E-04
1.5895E-02	3.9836E-02	1.6152E+00	1.0000E+02
7.2503E-04	4.3265E-04	1.3616E-01	4.9233E-02
1.2746E-02	9.2932E-03	2.6158E+00	1.0617E+00
1.8153E-02	4.0749E-02	1.8488E+00	1.0000E+02
8.0191E-08	1.6654E-06	1.5066E-05	1.8995E-04
1.4937E-02	8.1433E-03	3.0794E+00	9.3155E-01
8.5953E-07	6.1080E-07	8.7644E-05	1.4800E-03
7.0168E-08	1.6761E-06	1.3174E-05	1.9106E-04
3.6367E-07	1.2941E-06	7.5109E-05	1.4812E-04
1.4188E-07	4.1086E-07	1.4428E-05	1.0655E-03
4.8307E-07	2.6518E-08	9.0712E-05	3.0141E-06
5.1504E-07	5.7009E-07	1.0683E-04	6.5046E-05
2.1905E-02	4.2908E-02	2.2396E+00	1.0000E+02
5.6674E-07	2.5788E-07	1.0652E-04	2.9484E-05
2.2802E-02	7.5025E-03	4.7782E+00	8.5887E-01
7.2656E-07	8.7440E-07	7.5188E-05	1.6638E-03
6.8280E-07	7.1964E-07	1.2844E-04	8.3083E-05
5.7236E-07	2.5045E-07	1.2262E-04	2.8888E-05
3.1773E-05	9.7854E-06	3.2275E-03	2.3519E-02
3.2125E-02	1.8278E-02	6.0371E+00	2.0670E+00
1.3935E-02	7.1928E-03	2.8669E+00	8.2371E-01
1.3815E-02	4.0913E-02	1.4008E+00	1.0000E+02
3.2125E-02	1.8278E-02	6.0371E+00	2.0670E+00
4.4257E-05	9.5871E-06	9.1221E-03	1.0986E-03
6.5390E-07	4.2102E-07	6.6308E-05	1.0181E-03
1.2941E-07	1.4008E-06	2.4326E-05	1.5832E-04
3.8004E-07	1.0798E-06	7.8301E-05	1.2372E-04

8.3776E-07	6.1037E-07	8.5472E-05	1.4732E-03
3.2631E-02	1.1214E-02	6.1263E+00	1.2783E+00
1.5808E-02	7.6263E-03	3.2649E+00	8.7292E-01
8.4265E-07	5.8717E-07	8.6017E-05	1.4096E-03
8.3802E-08	1.6409E-06	1.5736E-05	1.8729E-04
3.6467E-07	1.2829E-06	7.5505E-05	1.4694E-04
2.1905E-02	4.2908E-02	2.2396E+00	1.0000E+02
5.7350E-07	2.7960E-07	1.0780E-04	3.1980E-05
2.2802E-02	7.5025E-03	4.7782E+00	8.5887E-01
7.2656E-07	8.7440E-07	7.5188E-05	1.6638E-03
6.8280E-07	7.1964E-07	1.2844E-04	8.3083E-05
5.7236E-07	2.5045E-07	1.2262E-04	2.8888E-05
7.5278E-07	8.7725E-07	7.7946E-05	1.6625E-03
6.6978E-07	7.5577E-07	1.2623E-04	8.7306E-05
5.7841E-07	2.4477E-07	1.2424E-04	2.8303E-05
7.2697E-07	8.7480E-07	7.5231E-05	1.6642E-03
6.8288E-07	7.2025E-07	1.2845E-04	8.3155E-05
5.7243E-07	2.5024E-07	1.2264E-04	2.8863E-05
6.5390E-07	4.2102E-07	6.6308E-05	1.0181E-03
1.2941E-07	1.4008E-06	2.4326E-05	1.5832E-04
3.8004E-07	1.0798E-06	7.8301E-05	1.2372E-04
8.2143E-07	6.1005E-07	8.3840E-05	1.4682E-03
3.2631E-02	1.1214E-02	6.1263E+00	1.2783E+00
1.5808E-02	7.6263E-03	3.2649E+00	8.7292E-01
8.4024E-07	5.8347E-07	8.5795E-05	1.3955E-03
8.7558E-08	1.6346E-06	1.6442E-05	1.8664E-04
3.6400E-07	1.2805E-06	7.5402E-05	1.4668E-04
8.3044E-07	5.7825E-07	8.4793E-05	1.3825E-03
8.7177E-08	1.6297E-06	1.6375E-05	1.8613E-04
3.6654E-07	1.2785E-06	7.5973E-05	1.4645E-04
7.2656E-07	8.7440E-07	7.5188E-05	1.6638E-03
6.8280E-07	7.1964E-07	1.2844E-04	8.3083E-05
5.7236E-07	2.5045E-07	1.2262E-04	2.8888E-05
7.7136E-07	8.7957E-07	7.9908E-05	1.6663E-03
6.6045E-07	7.8143E-07	1.2463E-04	9.0322E-05
5.8330E-07	2.3975E-07	1.2546E-04	2.7759E-05
8.8787E-07	1.0013E-06	9.2335E-05	1.7726E-03

7.3255E-07	9.2096E-07	1.3760E-04	1.0673E-04
6.1264E-07	1.6094E-07	1.3204E-04	1.8629E-05
8.2249E-07	5.7550E-07	8.3982E-05	1.3699E-03
8.4209E-08	1.6290E-06	1.5821E-05	1.8602E-04
3.6989E-07	1.2782E-06	7.6722E-05	1.4645E-04
7.9003E-07	8.9115E-07	8.1843E-05	1.6852E-03
6.4829E-07	8.3496E-07	1.2270E-04	9.6619E-05
5.8735E-07	2.2724E-07	1.2675E-04	2.6380E-05
9.3962E-07	9.9995E-07	9.7887E-05	1.7559E-03
3.2363E-02	3.1529E-03	6.0791E+00	3.6540E-01
3.6037E-02	2.1121E-03	7.7673E+00	2.4448E-01
9.1715E-07	1.0508E-06	9.5544E-05	1.8246E-03
7.8343E-07	1.0274E-06	1.4723E-04	1.1938E-04
5.9894E-07	1.2026E-07	1.2965E-04	1.3933E-05
9.3733E-07	1.0325E-06	9.7594E-05	1.7979E-03
7.3611E-07	9.6204E-07	1.3825E-04	1.1157E-04
6.2308E-07	1.4183E-07	1.3448E-04	1.6427E-05
8.1471E-07	5.7233E-07	8.3202E-05	1.3581E-03
8.1466E-08	1.6277E-06	1.5304E-05	1.8588E-04
3.7286E-07	1.2768E-06	7.7327E-05	1.4630E-04
8.1177E-07	8.9296E-07	8.4124E-05	1.6664E-03
6.3804E-07	8.6502E-07	1.2097E-04	1.0004E-04
5.9133E-07	2.2428E-07	1.2805E-04	2.6139E-05
9.9337E-07	9.9844E-07	1.0370E-04	1.7372E-03
3.2363E-02	3.1529E-03	6.0791E+00	3.6540E-01
3.6037E-02	2.1121E-03	7.7673E+00	2.4448E-01
4.0081E-02	5.7590E-02	4.1754E+00	1.0000E+02
3.2109E-02	5.4083E-03	6.0343E+00	6.2842E-01
5.9788E-07	1.2684E-07	1.2991E-04	1.4723E-05
9.3814E-07	1.0879E-06	9.7893E-05	1.8673E-03
8.2086E-07	1.1062E-06	1.5419E-04	1.2880E-04
5.8839E-07	8.7791E-08	1.2751E-04	1.0174E-05
9.4453E-07	1.0400E-06	9.8369E-05	1.8052E-03
7.4134E-07	9.7566E-07	1.3923E-04	1.1319E-04
6.2268E-07	1.3623E-07	1.3447E-04	1.5781E-05
9.3749E-07	1.0326E-06	9.7611E-05	1.7980E-03
7.3609E-07	9.6217E-07	1.3824E-04	1.1159E-04

6.2313E-07	1.4178E-07	1.3449E-04	1.6421E-05
8.1133E-07	8.9222E-07	8.4060E-05	1.6516E-03
6.3845E-07	8.6417E-07	1.2112E-04	9.9892E-05
5.9007E-07	2.2669E-07	1.2799E-04	2.6460E-05
1.0356E-06	9.9738E-07	1.0826E-04	1.7241E-03
3.2363E-02	3.1529E-03	6.0791E+00	3.6540E-01
3.6037E-02	2.1121E-03	7.7673E+00	2.4448E-01
4.0081E-02	5.7590E-02	4.1754E+00	1.0000E+02
3.2109E-02	5.4083E-03	6.0343E+00	6.2842E-01
5.9699E-07	1.3243E-07	1.3013E-04	1.5396E-05
9.6046E-07	1.1094E-06	1.0029E-04	1.8861E-03
8.3496E-07	1.1457E-06	1.5681E-04	1.3353E-04
5.9227E-07	7.2953E-08	1.2855E-04	8.4584E-06
9.5102E-07	1.1631E-06	9.9424E-05	1.9904E-03
9.1633E-07	1.2785E-06	1.7187E-04	1.4946E-04
5.5104E-07	1.3467E-08	1.1939E-04	1.5593E-06
9.3817E-07	1.0479E-06	9.7676E-05	1.8253E-03
7.5913E-07	1.0001E-06	1.4265E-04	1.1614E-04
6.1393E-07	1.2826E-07	1.3280E-04	1.4856E-05
9.8040E-07	1.0569E-06	1.0218E-04	1.8161E-03
7.3490E-07	9.9088E-07	1.3800E-04	1.1497E-04
6.3394E-07	1.2775E-07	1.3696E-04	1.4804E-05
1.0538E-06	9.9677E-07	1.1025E-04	1.7168E-03
3.2363E-02	3.1529E-03	6.0791E+00	3.6540E-01
3.6037E-02	2.1121E-03	7.7673E+00	2.4448E-01
4.0081E-02	5.7590E-02	4.1754E+00	1.0000E+02
3.2109E-02	5.4083E-03	6.0343E+00	6.2842E-01
5.9649E-07	1.3563E-07	1.3025E-04	1.5782E-05
9.6723E-07	1.1131E-06	1.0101E-04	1.8860E-03
8.3528E-07	1.1509E-06	1.5687E-04	1.3414E-04
5.9458E-07	7.1005E-08	1.2910E-04	8.2343E-06
9.6511E-07	1.2044E-06	1.0101E-04	2.0517E-03
9.6154E-07	1.3679E-06	1.8018E-04	1.6025E-04
5.4248E-07	2.3692E-08	1.1754E-04	2.7428E-06
9.3831E-07	1.0473E-06	9.7672E-05	1.8223E-03
7.5893E-07	9.9947E-07	1.4267E-04	1.1606E-04
6.1421E-07	1.2971E-07	1.3300E-04	1.5028E-05

4.0482E-02	5.8197E-02	4.2190E+00	1.0000E+02
3.2550E-02	4.1477E-03	6.1121E+00	4.8124E-01
6.3304E-07	1.3301E-07	1.3711E-04	1.5433E-05
1.0272E-06	1.0852E-06	1.0722E-04	1.8427E-03
7.3413E-07	1.0242E-06	1.3769E-04	1.1891E-04
6.4510E-07	1.0844E-07	1.3918E-04	1.2566E-05
9.7593E-07	1.1161E-06	1.0195E-04	1.8834E-03
8.3223E-07	1.1520E-06	1.5627E-04	1.3426E-04
5.9833E-07	6.9265E-08	1.2988E-04	8.0337E-06
9.8103E-07	1.1244E-06	1.0245E-04	1.8913E-03
8.4326E-07	1.1731E-06	1.5845E-04	1.3679E-04
5.9764E-07	6.5425E-08	1.3010E-04	7.5924E-06
9.7681E-07	1.2039E-06	1.0229E-04	2.0462E-03
3.3640E-02	1.2432E-02	6.3039E+00	1.4565E+00
3.8466E-02	2.2602E-03	8.3345E+00	2.6167E-01
9.6620E-07	1.2213E-06	1.0115E-04	2.0796E-03
9.8425E-07	1.4081E-06	1.8441E-04	1.6510E-04
5.3625E-07	3.9326E-08	1.1624E-04	4.5527E-06
9.3831E-07	1.0473E-06	9.7672E-05	1.8223E-03
7.5893E-07	9.9947E-07	1.4267E-04	1.1606E-04
6.1421E-07	1.2971E-07	1.3300E-04	1.5028E-05
4.0482E-02	5.8197E-02	4.2190E+00	1.0000E+02
3.2550E-02	4.1477E-03	6.1121E+00	4.8124E-01
6.3217E-07	1.3829E-07	1.3732E-04	1.6069E-05
4.1930E-02	5.8891E-02	4.3765E+00	1.0000E+02
7.4379E-07	1.0648E-06	1.3957E-04	1.2379E-04
3.6492E-02	3.0786E-03	7.8729E+00	3.5676E-01
1.0903E-06	1.1080E-06	1.1400E-04	1.8437E-03
7.1185E-07	1.0330E-06	1.3337E-04	1.1987E-04
6.6919E-07	9.8298E-08	1.4418E-04	1.1398E-05
1.0005E-06	1.1279E-06	1.0448E-04	1.8746E-03
8.3605E-07	1.1730E-06	1.5721E-04	1.3672E-04
6.0706E-07	6.8231E-08	1.3250E-04	7.9262E-06
4.4807E-02	5.8728E-02	4.6909E+00	1.0000E+02
9.8867E-07	1.4286E-06	1.8529E-04	1.6764E-04
3.8672E-02	2.2350E-03	8.3827E+00	2.5874E-01
9.6974E-07	1.2313E-06	1.0154E-04	2.0911E-03

9.9574E-07	1.4301E-06	1.8655E-04	1.6773E-04
5.3414E-07	4.8062E-08	1.1583E-04	5.5649E-06
4.0482E-02	5.8197E-02	4.2190E+00	1.0000E+02
3.2550E-02	4.1477E-03	6.1121E+00	4.8124E-01
6.3124E-07	1.4400E-07	1.3756E-04	1.6759E-05
4.1930E-02	5.8891E-02	4.3765E+00	1.0000E+02
7.5606E-07	1.1168E-06	1.4197E-04	1.3007E-04
3.6492E-02	3.0786E-03	7.8729E+00	3.5676E-01
1.2418E-06	1.1045E-06	1.3045E-04	1.8019E-03
3.3750E-02	4.2462E-03	6.3232E+00	4.9273E-01
3.5877E-02	3.5808E-03	7.7300E+00	4.1520E-01
1.0903E-06	1.1080E-06	1.1400E-04	1.8437E-03
7.1185E-07	1.0330E-06	1.3337E-04	1.1987E-04
6.6919E-07	9.8298E-08	1.4418E-04	1.1398E-05
1.0104E-06	1.1308E-06	1.0554E-04	1.8701E-03
8.3252E-07	1.1738E-06	1.5653E-04	1.3680E-04
6.1149E-07	6.7390E-08	1.3349E-04	7.8305E-06
4.2395E-02	6.0169E-02	4.4272E+00	1.0000E+02
3.1814E-02	8.0660E-03	5.9821E+00	9.4013E-01
6.0564E-07	7.8727E-08	1.3281E-04	9.1665E-06
4.4983E-02	5.8885E-02	4.7101E+00	1.0000E+02
3.3751E-02	1.3427E-02	6.3234E+00	1.5748E+00
5.3381E-07	4.5821E-08	1.1592E-04	5.3090E-06
9.7312E-07	1.2418E-06	1.0193E-04	2.1050E-03
1.0073E-06	1.4525E-06	1.8867E-04	1.7042E-04
5.3180E-07	5.7805E-08	1.1529E-04	6.6928E-06
1.3225E-06	1.1029E-06	1.3923E-04	1.7827E-03
3.3750E-02	4.2462E-03	6.3232E+00	4.9273E-01
3.5877E-02	3.5808E-03	7.7300E+00	4.1520E-01
1.0105E-06	1.1303E-06	1.0554E-04	1.8685E-03
8.3240E-07	1.1734E-06	1.5653E-04	1.3674E-04
6.1173E-07	6.8479E-08	1.3360E-04	7.9577E-06
4.2395E-02	6.0169E-02	4.4272E+00	1.0000E+02
3.1814E-02	8.0660E-03	5.9821E+00	9.4013E-01
6.0512E-07	8.2639E-08	1.3298E-04	9.6325E-06
9.9161E-07	1.2410E-06	1.0395E-04	2.0961E-03
3.3916E-02	1.3716E-02	6.3524E+00	1.6093E+00

3.8706E-02	2.3372E-03	8.3908E+00	2.7061E-01
9.6582E-07	1.2517E-06	1.0117E-04	2.1283E-03
1.0269E-06	1.4809E-06	1.9232E-04	1.7386E-04
5.2360E-07	6.8447E-08	1.1350E-04	7.9232E-06
1.3606E-06	1.1023E-06	1.4337E-04	1.7754E-03
3.3750E-02	4.2462E-03	6.3232E+00	4.9273E-01
3.5877E-02	3.5808E-03	7.7300E+00	4.1520E-01
1.3478E-06	1.1023E-06	1.4200E-04	1.7764E-03
3.3750E-02	4.2462E-03	6.3232E+00	4.9273E-01
3.5877E-02	3.5808E-03	7.7300E+00	4.1520E-01
4.5359E-02	5.8814E-02	4.7515E+00	1.0000E+02
1.0313E-06	1.4992E-06	1.9316E-04	1.7605E-04
3.8669E-02	2.1426E-03	8.3820E+00	2.4803E-01
1.4194E-06	1.1006E-06	1.4989E-04	1.7567E-03
3.3750E-02	4.2462E-03	6.3232E+00	4.9273E-01
3.5877E-02	3.5808E-03	7.7300E+00	4.1520E-01
1.4411E-06	1.1003E-06	1.5227E-04	1.7527E-03
3.3750E-02	4.2462E-03	6.3232E+00	4.9273E-01
3.5877E-02	3.5808E-03	7.7300E+00	4.1520E-01

Tabla D.16. Residuos y Errores porcentuales en la red IEEE de 123 nodos trifásica

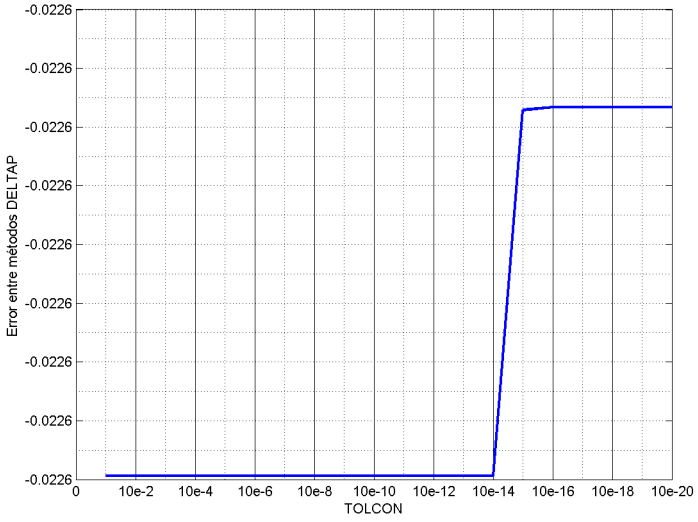

Figura D.3. Error en el cálculo de $\triangle \mathbf{P}$ para ambas metodologías - 123 nodos

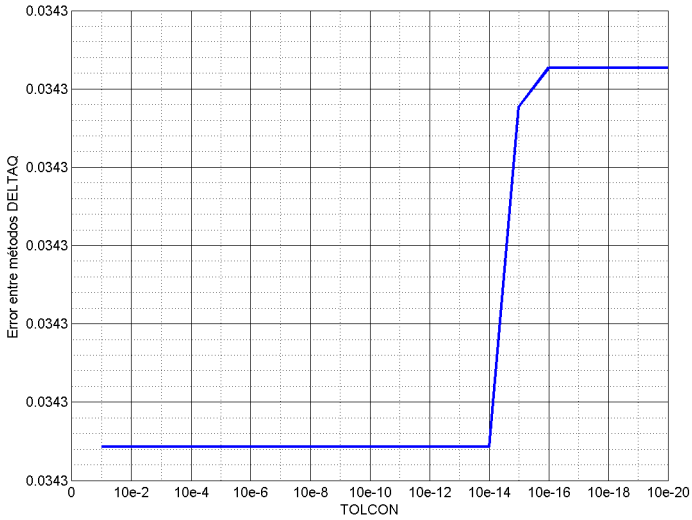

Figura D.4. Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{Q}$ para ambas metodologías - 123 nodos

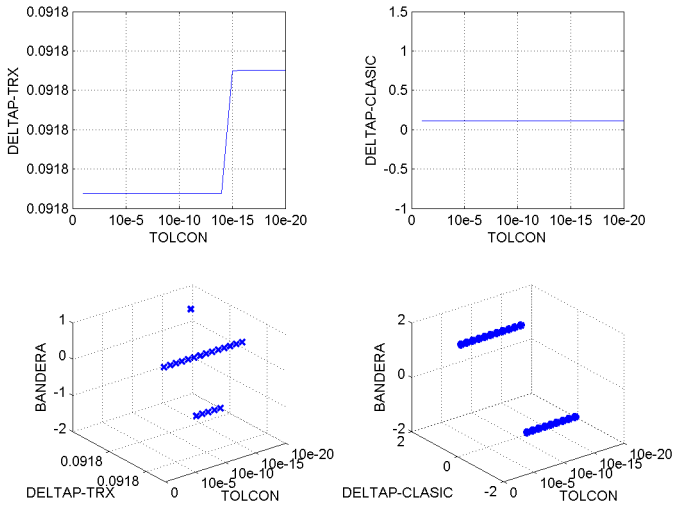

Figura D.5. Pérdidas $\triangle\mathbf{P}$ y banderas de salida - 123 nodos

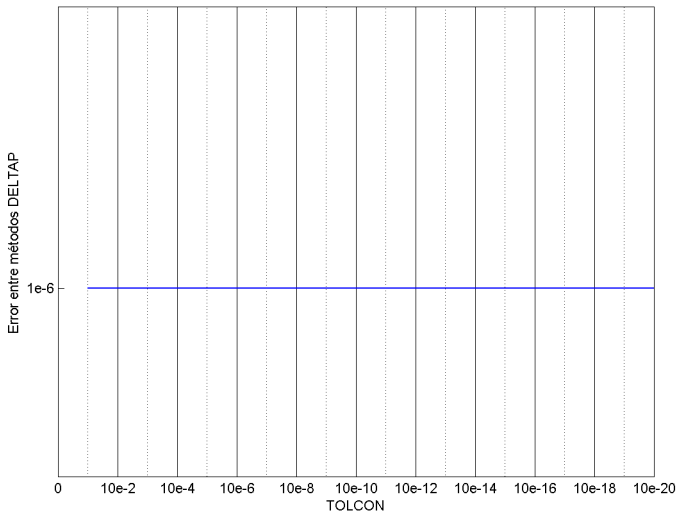

Figura D.6. Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{P}$ para ambas metodologías - 123 nodos trifásico

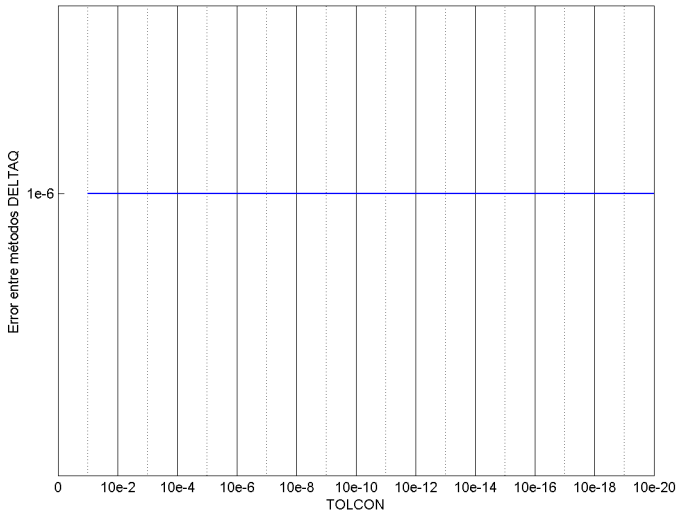

Figura D.7. Error en el cálculo de $\triangle\mathbf{Q}$ para ambas metodologías - 123 nodos trifásico

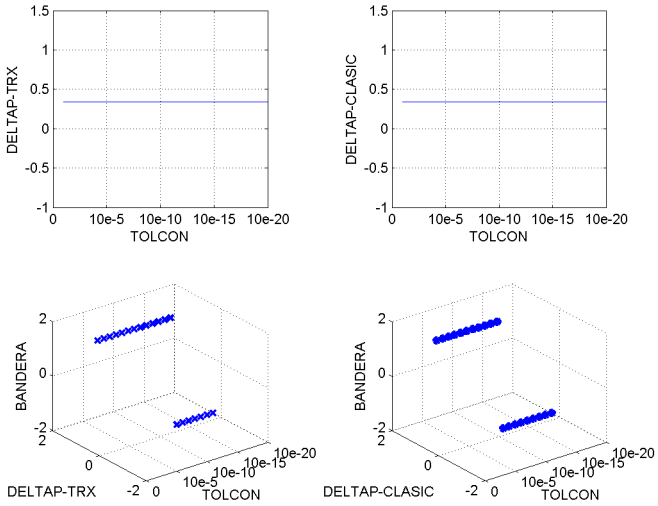

Figura D.8. Pérdidas $\triangle \mathbf{P}$ y banderas de salida - 123 nodos trifásico

Electric Power Systems Research 95 (2013) 148–159

Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

Electric Power Systems Research

journal homepage: www.elsevier.com/locate/epsr

Distribution power flow method based on a real quasi-symmetric matrix☆

P.M. De Oliveira-De Jesus[a,*], M.A. Alvarez[a], J.M. Yusta[b]

[a] Energy Institute and Department of Conversion and Energy Delivery, Simon Bolivar University, Caracas, Venezuela
[b] Department of Electrical Engineering, University of Zaragoza, Spain

ARTICLE INFO

Article history:
Received 21 December 2011
Received in revised form 18 August 2012
Accepted 21 August 2012
Available online 4 October 2012

Keywords:
Distribution systems
Load flow
Power flow
Smart grid

ABSTRACT

This paper presents a new load flow formulation to solve active and passive electric distribution networks. The fundamental idea discussed here is how to obtain the power flow solution by using the elements of a unique quasi-symmetric matrix called TRX in the iterative process. The method is formulated for single-phase balanced and three-phase unbalanced radially operated networks. It works with real variables as opposed to complex variables used in previous backward/forward sweep algorithms discussed in literature. The proposed TRX matrix constitutes a complete database by including information of network topology structure as well as branch impedances of the distribution feeder. Data arrangement is suitable to be exchanged under standard Common Information Model (CIM) under Distribution Management Systems (DMS) environment allowing an efficient computation of the state of the system for on-line and off-line study applications. The proposed methodology was applied on a group of IEEE test systems and a real distribution system of 49,000 nodes.

© 2012 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

Several methods have been reported in literature to solve electric distribution systems. Basically these methods can be divided into two categories. The first one corresponds to Jacobian-based formulations where power flow solution is reached through mathematical procedures like Newton [1]. Jabobian-based methods are generally applied to meshed and radial networks [2–4]. The other group of contributions collects a number of iterative-based procedures, where no Jacobian inverse is required. In general, these iterative procedures are denominated backward–forward (BW/FW) sweep methods. The effectiveness of the backward–forward sweep algorithm has already been proven by comparing it to the traditional Newton-based methods [5,6]. Recent research shows BW/FW sweep method is slow down under heavy-load conditions [7].

Several new algorithms and methods have been proposed to analyze unbalanced three phase distribution systems. In the majority of the cases, the neutral wire and the ground effect is usually merged into phase conductor using Kron's reduction and Carson Equations [8]. A comprehensive discussion about existing unbalanced power flow procedures can be found in [9,10]. In addition, advanced multiphase power flow methods – including neutrals and ground – have been proposed to analyze the distribution system in detail without any matrix reduction technique [11–17]. However, the main drawback for the application of detailed methods in real-world is related to the integrity of the network database in most of utilities. New trends on distribution network optimization (in operation and planning) are forcing to utilities to gather detailed static and dynamic information about the distribution system structure [18,19].

All contributions mentioned above are valuable tools to perform power distribution analysis and most of them should be updated taking into account new considerations about the appropriateness of the calculation methodologies in real world. Some of these new considerations are:

1. The distribution system model – including passive and active power injections as well as topology and branch structure – must be stored in appropriate databases reflecting the most credible state of the network by using large-scale databases shared by Geographic Information Systems (GIS) and Distribution Management Systems (DMS). In this sense, power flow analysis must be performed using the most realistic data (present and historical) stored in memory or media with faster transfer rates.

Abbreviations: SCADA, Supervisory Control Acquisition Data System; DMS, Distribution Management System; KCL, Kirchhoff Current Laws; KVL, Kirchhoff Voltage Laws; NR, Newton–Raphson; RAM, random access memory; GIS, Geographic Information Model; CIM, Common Information Model.

☆ This work was supported by Venezuelan MCTII-FONACIT PEI Project 2012000092.

* Corresponding author at: Energy Institute and Department of Conversion and Energy Delivery, Simon Bolivar University, Postal Address 89000, Caracas, Venezuela. Tel.: +58 4265153327; fax: +58 2129063959.
E-mail address: pdeoliveira@usb.ve (P.M. De Oliveira-De Jesus).
URL: http://http://prof.usb.ve/pdeoliveira (P.M. De Oliveira-De Jesus).

0378-7796/$ – see front matter © 2012 Elsevier B.V. All rights reserved.
http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2012.08.011

2. The development of new applications in the smart grid paradigm must recognize standardized data exchange protocols (as CIM [20]), preferably object oriented [21,22] and able to be applied with distributed processing and grid computing with databases in the cloud [23].

In this context, it is important to stress that some recent developments are aligned with the considerations depicted above about the appropriateness of the system data model. For instance, in [24], it is presented a model based upon two matrices reflecting topology and branch impedance structure. These matrices can be expressed as a complete data model by merging the classic back/forward sweep steps into one unique state-of-the-system calculation formula. Later [25] followed this idea in order to build so-called direct DLF matrices reflecting both topology and branch structure. In both cases all calculations are presented using complex variables.

This paper discusses an improvement of the BW/FW sweep procedure originally written in complex form in order to get the state of the system using topology and branch matrices based on real numbers stored in the DMS/GIS database. The new formulation is based upon a quasi-symmetric **TRX** matrix suitable to be stored in memory in the context of a DMS environment. The **TRX** matrix is formed by real numbers with three fundamental elements: the triangular matrix **T** that relates injected currents with branch currents according to Kirchhoff laws, and the set of resistance **R** and reactance **X** of the distribution network lines. The elements of the **TRX** matrix could be easily exchanged under a standardized protocol as CIM avoiding to build a network model for each power flow simulation.

This contribution is meaningful under real-time distribution system assessment because a robust solution is reached using present system measurements and present network topology arrangement stored in random access memory.

The proposed methodology for balanced and unbalanced approach has been applied in the well-known IEEE 4-node test network for illustration purposes [26]. The method has been also applied to IEEE 37 [27], 123 [28] and 8500 node system [19].

In order to evaluate the performance of the proposed method, a comparison study was performed using a Newton–Raphson solver [38] and a standard BW/FW sweep algorithm [24] by using the same test systems used by Eminoglu and Hocaoglu [9] in their comprehensive comparative study about BW/FW sweep methods. These three test systems are: a 12-node [29], 33-node [30] and 69-node [31] networks. Additionally, a convergence study is performed using a uniformly loaded distribution network from 1000 to 3000 nodes.

Finally, the method was applied under real-world conditions in a large-scale distribution system operated by Venezuelan utility CORPOELEC serving 4 million people in Caracas City. Studied network comprises 75 substations with 488 12.47 kV and 5 kV-feeders, 49.032 nodes and serving 9707 load transformers.

This paper is organized as follows: Section 2 presents the proposed single-phase model for balanced distribution systems. Section 3 addresses the methodology for three-phase unbalanced distribution systems. A discussion about implementation of developed database under CIM standard is provided in Section 4. Case studies are shown in Section 5. Conclusions are drawn in Section 6. Nomenclature is provided in Appendix A.

2. The proposed power flow method: single-phase balanced approach

This section presents the proposed methodology considering single-line balanced distribution systems (positive sequence). The method is described in six steps: data preparation, method initialization, current and voltage calculations, single-phase quasi-symmetric matrix building, load representation and convergence process. In the following, overlined entries are complex numbers and bold entries are vectors or matrices.

2.1. Data setup

The input data of this algorithm is given by three-phase per-unit node-branch oriented information used by most utilities. Basic data required is: injected powers and sending and receiving nodes of a given line impedance. The branch impedances are stated as **Z** corresponding to a vector of series line impedance or transformer, positive sequence resistance and reactance for each branch.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \overline{Z}_{01} & \cdots & \overline{Z}_{ij} & \cdots & \overline{Z}_{mn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

where

$$\overline{Z}_{ij} = R_{ij} + jX_{ij} \quad i,j = 1,\ldots,n \quad i \neq j \quad (2)$$

For simplicity, shunt admittances are not considered in the balanced approach but included in the unbalanced formulation discussed in Section 3. Fig. 1 shows a radial distribution network with $n+1$ nodes, and n branches and a single voltage source at the root node 0. Branches are organized according to an appropriate

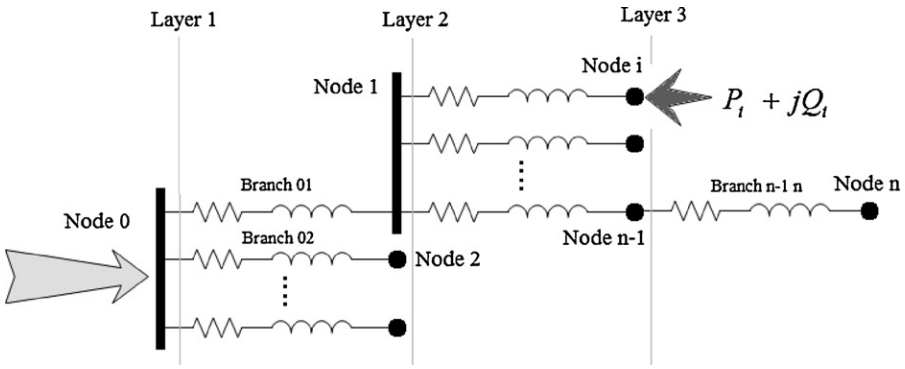

Fig. 1. The branch and node numbering of a radial distribution network.

numbering scheme (list), which details can be found in [32]. Bus data is given by:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \overline{S}_1 \\ \vdots \\ \overline{S}_i \\ \vdots \\ \overline{S}_n \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} P_1 + jQ_1 \\ \vdots \\ P_i + jQ_i \\ \vdots \\ P_n + jQ_n \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

where net active and reactive powers injections are defined by generated and demanded powers as:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} \quad (4)$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (5)$$

Note that inclusion of generated powers turns the network from passive to active allowing the presence of distributed generation injections leading to a smarter grid control and optimization.

The numbering of branches in one layer begins only after all the branches in the previous layer have been numbered. Considering that initial voltages are known. The method requires that voltage at substation must be defined as $\overline{V}_0 = V_{Ref}$ and it does not change in the iterative process.

2.2. Method initialization

Let us define the substation or reference bus vector $\mathbf{V}_0$ as:

$$\mathrm{V_0} = \begin{bmatrix} \overline{V}_0 & \cdots & \overline{V}_0 & \cdots & \overline{V}_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

The substation vector $\mathbf{V}_0$ is a n-elements array with all entries set as reference bus: $\overline{V}_0$. The substation vector must be decomposed into real and imaginary parts as follows:

$$\mathrm{V_{x0}} = \begin{bmatrix} V_{x0} & \cdots & V_{x0} & \cdots & V_{x0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathrm{V_{y0}} = \begin{bmatrix} V_{y0} & \cdots & V_{y0} & \cdots & V_{y0} \end{bmatrix} \quad (8)$$

where $\overline{V}_0 = V_{x0} + jV_{y0}$

Real and imaginary parts of substation voltages, $\mathbf{V}_{x0}$ and $\mathbf{V}_{y0}$, can be acquired from measurements of the Supervisory Control Acquisition Data System (SCADA). Alternatively, it can be used $V_{x0} = 1$ pu and $V_{y0} = 0$ radians.

In order to begin the iterative process it is required an initial voltage vector containing all nodes except the reference is given by:

$$\mathrm{V^0} = \begin{bmatrix} \overline{V}_1^0 & \cdots & \overline{V}_i^0 & \cdots & \overline{V}_n^0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Given an initial condition, the nodal voltage n-elements vector $\mathbf{V}^0$ must be decomposed into real and imaginary parts:

$$\mathrm{V_x^0} = \begin{bmatrix} V_{x1}^0 & \cdots & V_{xi}^0 & \cdots & V_{xn}^0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathrm{V_y^0} = \begin{bmatrix} V_{y1}^0 & \cdots & V_{yi}^0 & \cdots & V_{yn}^0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Initial nodal voltages could be assigned as $V_{xi}^0 = 1$ and $V_{yi}^0 = 0$ for $i = 1, \ldots, n$.

2.3. Current calculations

At given iteration k, the relationship between injected currents $\mathbf{I}^k$ and branch currents $\mathbf{J}^k$ is set through an upper triangular matrix $\mathbf{T}$ accomplishing the Kirchhoff Current Laws (KCL) [24,33] as follows.

$$\mathrm{J^k} = -\mathbf{T} \cdot \mathrm{I^k} \quad (12)$$

Each element $\overline{I_i^k}$ of $\mathbf{I}^k$ associated to node i is calculated as function of injected powers $\overline{S_i}$ and its voltage profile $\overline{V_i^k}$ as shown below:

$$\overline{I_i^k} = \left(\frac{\overline{S_i}}{\overline{V_i^k}} \right)^* \quad i = 1, \ldots, n \quad (13)$$

2.4. Voltage calculations and quasi-symmetric matrix building

The nodal voltage vector $\mathbf{V}$ is updated from the origin to loads according the Kirchhoff Voltage Laws (KVL), using previously calculated branch currents vector $\mathbf{J}$:

$$\mathrm{V^{k+1}} = \mathrm{V_0} - \mathbf{T}^T \cdot diag(\mathbf{Z}) \cdot \mathrm{J^k} \quad (14)$$

where $diag(\mathbf{Z})$ is the diagonal matrix of vector $\mathbf{Z}$.

Updated voltage Eq. (15) is obtained by merging Eqs. (12) and (14).

$$\mathrm{V^{k+1}} = \mathrm{V_0} - \mathbf{T}^T \cdot diag(\mathbf{Z}) \cdot \mathrm{J^k} = \mathrm{V_0} + \mathbf{T}^T \cdot diag(\mathbf{Z}) \cdot \mathbf{T} \cdot \mathrm{I^k} \quad (15)$$

The formulation presented here is convenient once defined $\mathbf{T}$ and $\mathbf{Z}$ entries, it is possible to get a direct link between nodal power injections at iteration k and nodal voltages required by next iteration $k+1$. Separating real and imaginary parts of Eq. (15):

$$\mathrm{V_x^{k+1}} + j\mathrm{V_y^{k+1}} = \mathrm{V_{x0}} + j\mathrm{V_{y0}} - \mathbf{T}^T \cdot (\mathbf{R} + j\mathbf{X}) \cdot (\mathrm{J_x^k} + j\mathrm{J_y^k}) \quad (16)$$

where

$$\mathbf{R} = \Re e\{diag(\mathbf{Z})\}; \quad \mathbf{X} = Im\{diag(\mathbf{Z})\} \quad (17)$$

$$\mathrm{J_x^k} = \mathbf{T} \cdot \mathrm{I_x^k}; \quad \mathrm{J_y^k} = \mathbf{T} \cdot \mathrm{I_y^k} \quad (18)$$

This expression corresponds to Kirchhoff Voltage Laws (KVL) through all nodes and, where $\mathrm{J_x^k} + j\mathrm{J_y^k}$ term corresponds to all nodal Kirchhoff Current Laws (KCL). After some algebra, real and imaginary parts of Eq. (16) can be rewritten as:

$$\mathrm{V_x^{k+1}} = \mathrm{V_{x0}} + \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathrm{I_x^k} - \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathrm{I_y^k} \quad (19)$$

$$\mathrm{V_y^{k+1}} = \mathrm{V_{y0}} + \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathrm{I_x^k} + \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathrm{I_y^k} \quad (20)$$

Eqs. (19) and (20) are settled in matricial form as:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{V_x^{k+1}} \\ \mathrm{V_y^{k+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{V_{x0}} \\ \mathrm{V_{y0}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{T}^T\mathbf{RT} & -\mathbf{T}^T\mathbf{XT} \\ \mathbf{T}^T\mathbf{XT} & \mathbf{T}^T\mathbf{RT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{I_x^k} \\ \mathrm{I_y^k} \end{bmatrix} \quad (21)$$

where the proposed **TRX** matrix is given by:

$$\mathbf{TRX} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}^T\mathbf{RT} & -\mathbf{T}^T\mathbf{XT} \\ \mathbf{T}^T\mathbf{XT} & \mathbf{T}^T\mathbf{RT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \quad (22)$$

It must be noted **TRX** matrix has a quasi-symmetric structure where only **A** and **B** real matrices must be stored in memory.

Finally, all nodal percentage voltage drops are addressed by:

$$\mathrm{VD\%} = 100 \cdot \mathbf{TRX} \cdot \mathbf{I} \quad (23)$$

2.5. Load representation for distribution power flow studies

Injected currents I_{xi}^k and I_{yi}^k can be calculated considering loads as constant current, constant power or constant impedance.

If loads are modeled as constant power, solutions are given as function of present nodal power injections (demands, controlled capacitors or distributed generators) and operational voltages:

$$I_{xi}^k = \Re\{\overline{I_i^k}\} = \frac{P_i V_{xi}^k + Q_i V_{yi}^k}{(V_{xi}^k)^2 + (V_{yi}^k)^2} \quad i = 1, \ldots, n \quad (24)$$

$$I_{yi}^{k} = Im\{\overline{I_i^k}\} = \frac{-Q_i V_{xi}^k + P_i V_{yi}^k}{(V_{xi}^k)^2 + (V_{yi}^k)^2} \quad i = 1, \ldots, n \tag{25}$$

If loads are considered as constant load current sinks $-\bar{I}_{Loadi}$:

$$\bar{I}_i = I_{xi} + jI_{yi} = -\bar{I}_{Loadi} \quad i = 1, \ldots, n \tag{26}$$

Then, I_{xi} and I_{yi} are known and solution is directly obtained using Eq. (21). No iterative process is required.

Finally, if system loads are regarded as a constant impedance model, the $\mathbf{Z}_L$ vector filled with impedances load is defined, as shown in Eq. (27):

$$\mathrm{Z_L} = \begin{bmatrix} \overline{Z}_{L1} \\ \vdots \\ \overline{Z}_{Li} \\ \vdots \\ \overline{Z}_{Ln} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} R_{L1} + jX_{L1} \\ \vdots \\ R_{Li} + jX_{Li} \\ \vdots \\ R_{Ln} + jX_{Ln} \end{bmatrix}^T \tag{27}$$

In this case, solution is directly obtained without any iterative process by using Eq. (28):

$$\begin{bmatrix} \mathrm{V_x} \\ \mathrm{V_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{V_{xo}} \\ \mathrm{V_{yo}} \end{bmatrix} \cdot \left[\begin{bmatrix} \mathbf{U} & 0 \\ 0 & \mathbf{U} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ -\mathbf{D} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \right]^{-1} \tag{28}$$

where we can define an extended **TRXL** matrix by including loads as constant impedances.

$$\mathbf{TRXL} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & 0 \\ 0 & \mathbf{U} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ -\mathbf{D} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \tag{29}$$

where

$$C_{ii} = \frac{-R_{Li}}{R_{Li}^2 + X_{Li}^2} \quad C_{ij} = 0 \;\; U_{ii} = 1 \tag{30}$$

$$D_{ii} = \frac{X_{Li}}{R_{Li}^2 + X_{Li}^2} \quad D_{ij} = 0 \;\; U_{ij} = 0 \tag{31}$$

Then, direct solution for loads modeled as constant impedances can be written as:

$$\mathbf{V} = \mathrm{V_0} \cdot \mathbf{TRXL}^{-1} \tag{32}$$

A complete load modeling equation required by the method at each node i, including shared constant current, impedance and power as well as shunt impedance of distribution feeding line is addressed in Eq. (33) as follows.

$$\overline{I_i^k} = I_{xi}^k + jI_{yi}^k = -\sigma \bar{I}_{Loadi} - \beta \frac{\overline{V_i^k}}{\overline{Z}_{Li}} - \gamma(\bar{S}_i \overline{V_i^k})^* + \overline{V_i^k} \overline{Y}_i \tag{33}$$

where $\sigma + \beta + \gamma = 1$ and $\overline{Y}_i$ is the sequence positive distribution line admittance.

2.6. Convergence check-in and final calculations

Recent updated voltages are compared with previous voltages in all nodes in order to perform convergence check in.

$$|\overline{V}_i^{k+1} - \overline{V}_i^k| \le \varepsilon \quad i = 1, \ldots, n \tag{34}$$

When convergence is reached, current flows **J** and percentage voltage drops **VD%** are verified using Eqs. (12) and (23), respectively. Power losses are given by:

$$\Delta\overline{S_E} = \Delta P_E + j\Delta Q_E = \sum_{i=0}^{n} \overline{S}_i = \sum_{i=0}^{n} \overline{V}_i \cdot \overline{I}_i^* \tag{35}$$

2.7. Algorithm summary

The general algorithm flowchart of the proposed method considering loads as constant powers is resumed as follows:

General Algorithm: Single-Phase Distribution Power Flow

1. STEP 1: Setup Data Base: Topology **T**, Series Impedances **Z**, Measurements **S**
2. STEP 2: Build and Store **TRX** matrix
3. STEP 3: k=0 Voltage Initialization $\mathbf{V}^0$
4. STEP 4: Nodal Currents Calculation $\mathbf{I}^k$
5. STEP 5: Voltage UPDATE $\mathbf{V}^{k+1}$
6. STEP 6: Check convergence $max(|\mathbf{V}^{k+1} - \mathbf{V}^k|) < \varepsilon$
7. Did Converge?
   No: $k = k+1$ Go to Step 4
   Yes: End of iterative process
8. Compute Voltage drops **VD%**, power losses ΔS_E, ΔP_E, ΔQ_E and branch currents **J**

2.8. Computational performance assessment

The dimension of the **TRX** matrix for single phase modeling (balanced systems) is $2n \times 2n$. However, it must be pointed out that only $\mathbf{A} = \mathbf{T}^T\mathbf{RT}$ and $\mathbf{B} = \mathbf{T}^T\mathbf{XT}$ matrices should be allocated in memory.

Quasi-symmetry of **TRX** matrix constitutes and advantage in order to efficiently compute voltages at each iteration. It must be noted that **T** matrix is sparse, then **A** and **B** entries can be efficiently calculated at a given change of topology. For a typical 1000-node distribution feeder, proposed global matrix will require 2.7 MB using double-precision numbers.

It must be stressed that proposed **A** and **B** matrices are equivalent in some way to global complex matrices as DLF proposed by [24] and later by [25] in their original BW/FW sweep formulations. The main difference between previous contributions and this proposal is stated as follows: global matrices as DLF are built with complex variables arranged under an asymmetric structure. On the other hand, the proposed **TRX** matrix is entirely formed with real numbers with a quasi-symmetric structure suitable to be exploited for better computational performance.

3. The proposed power flow method: three-phase unbalanced approach

This section presents the extension of the proposed methodology in Section 2. The power flow procedure is described for three-phase unbalanced distribution systems. The method is formulated in six steps: data preparation, initialization, current and voltage calculations, quasisymmetric matrix calculation, and convergence process. The proposed formulation is given including three phase line shunt-admittances and loads are modelled as constant power.

3.1. Data preparation

The input data is given by three-phase per-unit node-branch oriented information. The basic data required is: three-phase injected powers and sending and receiving nodes of a given line impedance. The branch impedances are given as a rectangular $3nx3$ phase impedance matrix $\mathbf{Z}_{abc}$

$$\mathrm{Z_{abc}} = \begin{bmatrix} \mathrm{Z_{abc}^{01}} & \cdots & \mathrm{Z_{abc}^{ij}} & \cdots & \mathrm{Z_{abc}^{(n-1)n}} \end{bmatrix} \tag{36}$$

where Z^{ij}_{abc} is the Kron's reduced series 3-phase matrix impedance corresponding to *ij* line section:

$$Z^{ij}_{abc} = \begin{bmatrix} \overline{Z}^{ij}_{aa} & \overline{Z}^{ij}_{ab} & \overline{Z}^{ij}_{ac} \\ \overline{Z}^{ij}_{ba} & \overline{Z}^{ij}_{bb} & \overline{Z}^{ij}_{bc} \\ \overline{Z}^{ij}_{ca} & \overline{Z}^{ij}_{cb} & \overline{Z}^{ij}_{cc} \end{bmatrix} \tag{37}$$

Shunt admittances are modelled by a rectangular 3*nx*3 matrix $\mathbf{Y}_{abc}$

$$Y_{abc} = \begin{bmatrix} Y^{01}_{abc} & \cdots & Y^{ij}_{abc} & \cdots & Y^{(n-1)n}_{abc} \end{bmatrix} \tag{38}$$

$$Y^{ij}_{abc} = \begin{bmatrix} \overline{Y}^{ij}_{aa} & \overline{Y}^{ij}_{ab} & \overline{Y}^{ij}_{ac} \\ \overline{Y}^{ij}_{ba} & \overline{Y}^{ij}_{bb} & \overline{Y}^{ij}_{bc} \\ \overline{Y}^{ij}_{ca} & \overline{Y}^{ij}_{cb} & \overline{Y}^{ij}_{cc} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} B^{ij}_{aa} & B^{ij}_{ab} & B^{ij}_{ac} \\ B^{ij}_{ba} & B^{ij}_{bb} & B^{ij}_{bc} \\ B^{ij}_{ca} & B^{ij}_{cb} & B^{ij}_{cc} \end{bmatrix} \tag{39}$$

where Y^{ij}_{abc} is the 3-phase matrix admittance corresponding to *ij* line section. B^{ij}_{aa} is the susceptance associated to phase *a* at section line *ij*.

Calculation details of Y^{ij}_{abc} and Z^{ij}_{abc} can be consulted in [34]

Branches are organized according to an appropriate numbering scheme (list) discussed in Section 2. Under the unbalanced approach, nodal power injection vector **S** is given per node and per phase.

$$S_{abc} = \begin{bmatrix} \overline{S}_{p-1} \\ \vdots \\ \overline{S}_{p-i} \\ \vdots \\ \overline{S}_{p-n} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} P_{p-1} + jQ_{p-1} \\ \vdots \\ P_{p-i} + jQ_{p-i} \\ \vdots \\ P_{p-n} + jQ_{p-n} \end{bmatrix}^T \quad p = a, b, c \tag{40}$$

where active and reactive net phase powers are given at given node *i* by generated and demanded powers:

$$P_{p-i} = P_{Gp-i} - P_{Dp-i} \quad p = a, b, c \quad i = 1, \ldots, n \tag{41}$$

$$Q_{p-i} = Q_{Gp-i} - Q_{Dp-i} \quad p = a, b, c \quad i = 1, \ldots, n \tag{42}$$

3.2. Initialization

Three phase voltage initialization at substation is set as a reference V_{Ref} and does not change in the iterative process. All reference values could be taken from measurements at substation or simply assumed as 1.0 pu. Let us define the substation or reference node 6*xn* vector $\mathbf{V}_{abc0}$

$$V_{abc0} = \begin{bmatrix} V_{abc-x0} \\ V_{abc-y0} \end{bmatrix} \tag{43}$$

where

$$V_{abc-x0} = \begin{bmatrix} V_{a-x0} & V_{b-x0} & V_{c-x0} & \cdots & V_{a-x0} & V_{b-x0} & V_{c-x0} \end{bmatrix} \tag{44}$$

$$V_{abc-y0} = \begin{bmatrix} V_{a-y0} & V_{b-y0} & V_{c-y0} & \cdots & V_{a-y0} & V_{b-y0} & V_{c-y0} \end{bmatrix} \tag{45}$$

where $V_{a-x0} = V_{Ref}, V_{a-y0} = 0$, $V_{b-x0} = \Re e\{V_{Ref} \cdot \alpha^2\}$, $V_{b-y0} = Im\{V_{Ref} \cdot \alpha^2\}$, $V_{c-x0} = \Re e\{V_{ref} \cdot \alpha\}$, $V_{c-y0} = Im\{V_{ref} \cdot \alpha\}$ and $\alpha = e^{j(2\pi/3)}$

Three phase initialization approach: given an initial condition ($k = 0$), the phase voltage 6*xn*-elements vector V^{0}_{abc} is decomposed into real and imaginary parts:

$$V^{k=0}_{abc} = \begin{bmatrix} V^{0}_{abc-x} \\ V^{0}_{abc-y} \end{bmatrix} \tag{46}$$

where

$$V^{0}_{abc-x} = \begin{bmatrix} V^0_{a-x1} & V^0_{b-x1} & V^0_{c-x1} & \cdots & V^0_{a-xn} & V^0_{b-xn} & V^0_{c-xn} \end{bmatrix} \tag{47}$$

$$V^{0}_{abc-y} = \begin{bmatrix} V^0_{a-y1} & V^0_{b-y1} & V^0_{c-y1} & \cdots & V^0_{a-yn} & V^0_{b-yn} & V^0_{c-yn} \end{bmatrix} \tag{48}$$

In the general case, flat initial voltages ($V_{init} = 1.0$ pu) could be used for each node *i* in order to begin the iterative process:

$$V^0_{a-xi} = V_{init} \quad i = 1, \ldots, n$$
$$V^0_{a-yi} = 0 \quad i = 1, \ldots, n$$
$$V^0_{b-xi} = \Re e\{V_{init} \cdot \alpha^2\} \quad i = 1, \ldots, n$$
$$V^0_{b-yi} = Im\{V_{init} \cdot \alpha^2\} \quad i = 1, \ldots, n$$
$$V^0_{c-xi} = \Re e\{V_{init} \cdot \alpha\} \quad i = 1, \ldots, n$$
$$V^0_{c-yi} = Im\{V_{init} \cdot \alpha\} \quad i = 1, \ldots, n$$

where $\alpha = e^{j(2\pi/3)}$

3.3. Current calculations

At given iteration *k*, current injections can be defined as 6*xn*-elements vector I^{k}_{abc} and it can be decomposed into real and imaginary parts as follows:

$$I^{k}_{abc} = \begin{bmatrix} I^{k}_{abc-x} \\ I^{k}_{abc-y} \end{bmatrix} \tag{49}$$

where

$$I^{k}_{abc-x} = \begin{bmatrix} I^k_{a-x1} & I^k_{b-x1} & I^k_{c-x1} & \cdots & I^k_{a-xn} & I^k_{b-xn} & I^k_{c-xn} \end{bmatrix} \tag{50}$$

$$I^{k}_{abc-y} = \begin{bmatrix} I^k_{a-y1} & I^k_{b-y1} & I^k_{c-y1} & \cdots & I^k_{a-yn} & I^k_{b-yn} & I^k_{c-yn} \end{bmatrix} \tag{51}$$

Three phase injected currents I^k_{p-xi} and I^k_{p-yi} for $i = 1, \ldots, n$, $p = a, b, c$ are given as function of present three phase power injections (demands, capacitors or distributed generators) and three phase operational voltages:

$$\overline{I^k_{p-i}} = I^k_{p-xi} + jI^k_{p-yi} = \frac{\overline{S}^*_{p-i}}{V^k_{p-xi} - jV^k_{p-yi}} - \sum_{p=a,b,c} \overline{Y}^{ij}_{pp} \cdot \overline{V}^k_{p-i} \tag{52}$$

Hence,

$$I^k_{p-xi} = \Re e\{\bar{I}_{p-i}\} = \frac{P_{p-i}V^k_{p-xi} + Q_{p-i}V^k_{p-yi}}{(V^k_{p-xi})^2 + (V^k_{p-yi})^2} + \sum_{p=a,b,c} B^{ij}_{pp}V^k_{p-xi} \tag{53}$$

$$I^k_{p-yi} = Im\{\bar{I}_{p-i}\} = \frac{-Q_{p-i}V^k_{p-xi} + P_{p-i}V^k_{p-yi}}{(V^k_{p-xi})^2 + (V^k_{p-yi})^2} - \sum_{p=a,b,c} B^{ij}_{pp}V^k_{p-yi} \tag{54}$$

where $p = a, b, c$ $i = 1, \ldots, n$

$\overline{Y}^{ij}_{pp}$ is the *pp* element at branch *ij* of susceptance Y^{ij}_{abc} matrix

$$\overline{Y}^{ij}_{pp} = 0 + jB^{ij}_{pp} \quad p = a, b, c \quad j = 1, \ldots, n \tag{55}$$

Three phase branch currents calculation: the relationship between injected currents and branch currents is set through an

upper triangular matrix $\mathbf{T}_{abc}$ accomplishing the Kirchhoff Current Laws (KCL) as follows.

$$J^{k}_{abc-x} = -T_{abc} \cdot I^{k}_{abc-x} \tag{56}$$

$$J^{k}_{abc-y} = -T_{abc} \cdot I^{k}_{abc-y} \tag{57}$$

3.4. Voltage update

Nodal voltage vector is updated from the origin to loads according the Kirchhoff Voltage Laws (KVL), using previously calculated branch currents vector.

$$V^{k+1}_{abc-x} + jV^{k+1}_{abc-y} = V_{abc-x0} + jV_{abc-y0} - T^{T}_{abc} \cdot (R_{abc} + jX_{abc}) \cdot (J^{k}_{abc-x} + jJ^{k}_{abc-y}) \tag{58}$$

where $R_{abc} = \Re e\{diag(Z_{abc})\}$ and $\mathbf{X}_{abc} = Im\{diag(\mathbf{Z}_{abc})\}$

This expression correspond to Kirchhoff Voltage Laws (KVL) through all nodes and, where $J^{k}_{abc-x} + jJ^{k}_{abc-y}$ term corresponds to all nodal Kirchhoff Current Laws (KCL). After some algebra, real and imaginary parts of Eq. (58) can be rewritten as:

$$V^{k+1}_{abc-x} = V_{abc-x0} + T^{T}_{abc} \cdot (R_{abc}) \cdot T_{abc} \cdot I^{k}_{abc-x} - T^{T}_{abc} \cdot (X_{abc}) \cdot T_{abc} \cdot I^{k}_{abc-y} \tag{59}$$

$$V^{k+1}_{abc-y} = V_{abc-y0} + T^{T}_{abc} \cdot (X_{abc}) \cdot T_{abc} \cdot I^{k}_{abc-x} + T^{T}_{abc} \cdot (R_{abc}) \cdot T_{abc} \cdot I^{k}_{abc-y} \tag{60}$$

where $\mathbf{R}_{abc}$ is arranged in a diagonal form as follows:

$$\mathbf{R_{abc}} = \left[\begin{array}{ccc|c|ccc|c} R^{01}_{aa} & R^{01}_{ab} & R^{01}_{ac} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots \\ R^{01}_{ba} & R^{01}_{bb} & R^{01}_{bc} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots \\ R^{01}_{ca} & R^{01}_{cb} & R^{01}_{cc} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline 0 & 0 & 0 & \dots & R^{ij}_{aa} & R^{ij}_{ab} & R^{ij}_{ac} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & R^{ij}_{ba} & R^{ij}_{bb} & R^{ij}_{bc} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & R^{ij}_{ca} & R^{ij}_{cb} & R^{ij}_{cc} & \dots \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{array}\right] \tag{61}$$

Eqs. (59) and (60) are settled in matricial form as:

$$\begin{bmatrix} V^{k+1}_{abc-x} \\ V^{k+1}_{abc-y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{abc-x0} \\ V_{abc-y0} \end{bmatrix} \tag{62}$$

$$+ \begin{bmatrix} T^{T}_{abc} R_{abc} T_{abc} & -T^{T}_{abc} X_{abc} T_{abc} \\ T^{T}_{abc} X_{abc} T_{abc} & T^{T}_{abc} R_{abc} T_{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^{k}_{abc-x} \\ I^{k}_{abc-y} \end{bmatrix} \tag{62}$$

then Eq. (63) shows a compact voltage drop formula.

$$V^{k+1}_{abc} = V_{abc0} + TRX_{abc} \cdot I^{k}_{abc} \tag{63}$$

where V^{k+1}_{abc}, $\mathbf{V}_{abc0}$ and $\cdot I^{k}_{abc}$ are $(6n \times 1)$ vectors.

3.5. The $\mathbf{TRX}_{abc}$ quasisymmetric matrix

The proposed database matrix is given by a $(6n) \times (6n)$ array:

$$TRX_{abc} = \begin{bmatrix} T^{T}_{abc} R_{abc} T_{abc} & -T^{T}_{abc} X_{abc} T_{abc} \\ T^{T}_{abc} X_{abc} T_{abc} & T^{T}_{abc} R_{abc} T_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{abc} & -B_{abc} \\ B_{abc} & A_{abc} \end{bmatrix} \tag{64}$$

It must be noted $\mathbf{TRX}_{abc}$ matrix – like **TRX** matrix discussed in Section 2 – has a quasi-symmetric structure where only $\mathbf{A}_{abc}$ and $\mathbf{B}_{abc}$ real matrices should stored in memory. The dimension of the $\mathbf{TRX}_{abc}$ matrix for unbalanced systems is $6n \times 6n$.

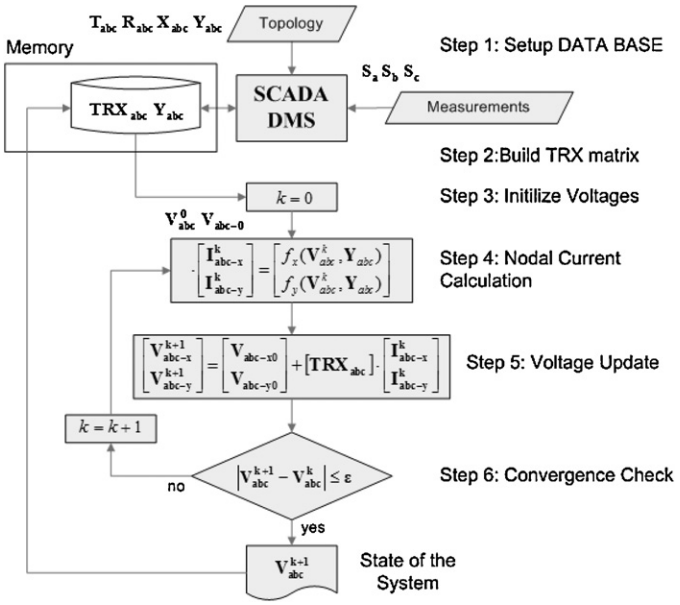

Fig. 2. The unbalanced distribution power flow method flowchart.

3.6. Convergence check-in and final calculations

The recent updated voltages are compared with previous voltages in all nodes in order to perform convergence check in.

$$|\overline{V}^{k+1}_{p-i} - \overline{V}^{k}_{p-i}| \le \varepsilon \quad i = 1, \dots, n \quad p = a, b, c \tag{65}$$

When convergence is reached, current flows $\mathbf{J}_{abc}$ are verified using Eq. (49). All nodal percentage voltage drops $\mathbf{VD\%}_{abc}$ are calculated using:

$$VD\%_{abc} = 100 \cdot TRX_{abc} \cdot I_{abc} \tag{66}$$

Power losses in all branches are calculated as:

$$\Delta\overline{S_E} = \Delta P_E + j\Delta Q_E = \sum_{j=0}^{n} (\overline{S}_{a-j} + \overline{S}_{b-j} + \overline{S}_{c-j})$$

$$= \sum_{j=0}^{n} (\overline{V}_{a-j} \cdot \overline{I}^{*}_{a-j} + \overline{V}_{b-j} \cdot \overline{I}^{*}_{b-j} + \overline{V}_{c-j} \cdot \overline{I}^{*}_{c-j}) \tag{67}$$

3.7. Algorithm summary

The general algorithm flowchart is depicted in Fig. 2.

4. Implementation under CIM standard

The Common Information Model (CIM) is described on detail in the IEC 61970-301 [35] for Energy Management Systems and IEC61968 series of standard for Distribution Management Systems [20]. System modeling requires at least two packages: wires (transformers, lines and switches) and topology. Some efforts have been made to include CIM extensions to electrical distribution for radial test feeders [36]. Basically these extensions are based on new classes on wire packages. This paper shows that electric distribution model could be reduced to only one package with a new class denominated *TRXmatrix* as seen in Fig. 3.

In this sense, each distribution feeder could be represented by a CIM RDF Model exchange format useful for power system analysis, as discussed in this paper, or by define optimization models

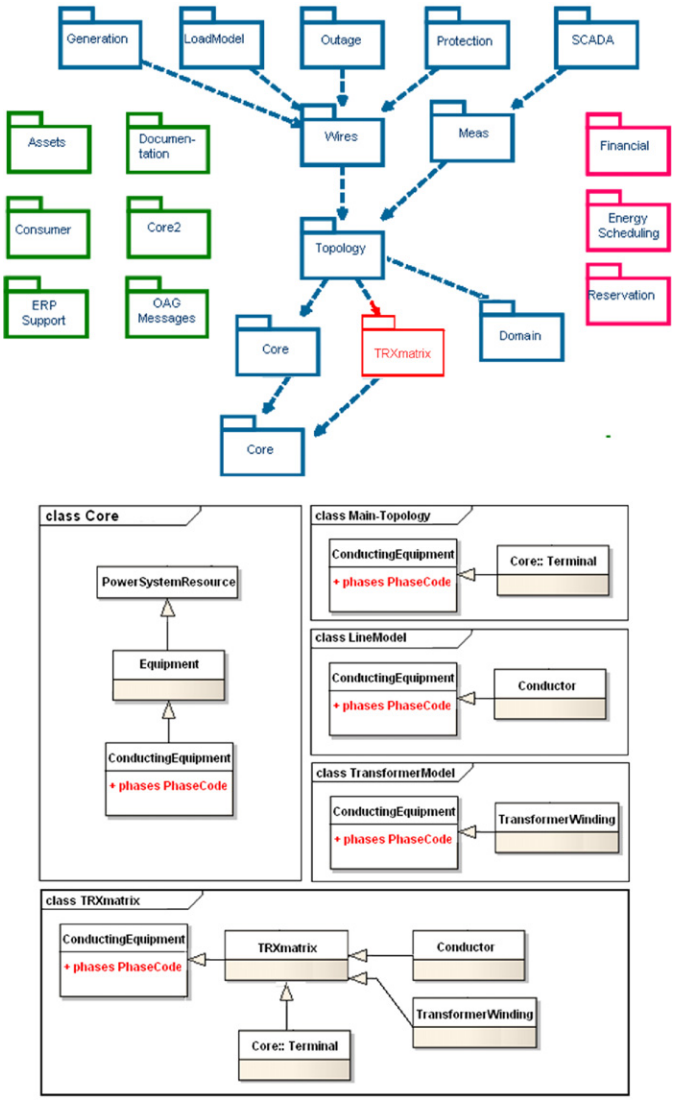

Fig. 3. The standard CIM packages including a new class TRX matrix.

under the smart grid paradigm, i.e., smart state-estimation, reactive power control, etc. The script in XML schema of these entries under a standardized data exchange model as CIM should be object of additional study.

5. Testing

In order to illustrate and evaluate the proposed method, a series of application and comparison studies were performed into following test systems:

- The IEEE 4, 37, 123 and 8500 node systems.
- Eminoglu's comparative study
- Comparative study using a uniformly distributed test system from 1000 to 3000 nodes.
- Caracas City Medium Voltage 49,000-node System

A Macbook Intel Core 2 Duo T8300@2.4 GHz with 2 GB RAM under OSX Leopard 10.5.5 has been used for all simulations. All algorithm implementations were coded in Matlab [37] and could be requested to authors.

Table 1
Solution IEEE 4-node test system—single-phase balanced load [26].

	Mod. (kV)	Mod. (pu)	Angle (°)
Node 0	12.47	1.0000	+0.0000
Node 1	12.34	0.9893	−0.3498
Node 2	3.91	0.9399	−3.5897
Node 3	3.44	0.8268	−8.8198

5.1. IEEE 4-node test system

Proposed methodology has been applied in the well-known *IEEE 4-node test network* network for illustration purposes. The distribution model is detailed in [26]. All simulations considered four-wire configuration and a step-down transformer 6 MVA 12.47/4.16 kV under wye–wye connection. In this example, it was applied in detail the single-phase power flow formulation for balanced loads discussed in Section 2 and the three-phase power flow formulation for unbalanced loads discussed in Section 3.

5.1.1. Single-phase—balanced load

The single phase power flow is solved assuming a system voltage bases $V_{Base}^{High} = 12.47$ kV for the medium voltage network, $V_{base}^{Low} = 4.16$ kV for the low-voltage network. Power system base is $S_{base} = 6$ MVA. Impedance bases are $Z_{base}^{High} = 25.92\,\Omega$ and $Z_{base}^{Low} = 2.8843\,\Omega$.

The positive impedance sequence matrix of the IEEE 4-node test system **Z** is given by:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 0.0045 + j0.0092 & 0.0100 + j0.0600 & 0.0502 + j0.1029 \end{bmatrix} \tag{68}$$

The upper triangular matrix **T** is given by:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{69}$$

and the **A** and **B** matrices are:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.0045 & 0.0045 & 0.0045 \\ 0.0045 & 0.0145 & 0.0145 \\ 0.0045 & 0.0145 & 0.0647 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.0092 & 0.0092 & 0.0092 \\ 0.0092 & 0.0692 & 0.0692 \\ 0.0092 & 0.0692 & 0.1721 \end{bmatrix} \tag{70}$$

Then the **TRX** matrix is defined as

$$\mathbf{TRX} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0.0045 & 0.0045 & 0.0045 & -0.0092 & -0.0092 & -0.0092 \\ 0.0045 & 0.0145 & 0.0145 & -0.0092 & -0.0692 & -0.0692 \\ 0.0045 & 0.0145 & 0.0647 & -0.0092 & -0.0692 & -0.1721 \\ \hline 0.0092 & 0.0092 & 0.0092 & 0.0045 & 0.0045 & 0.0045 \\ 0.0092 & 0.0692 & 0.0692 & 0.0045 & 0.0145 & 0.0145 \\ 0.0092 & 0.0692 & 0.1721 & 0.0045 & 0.0145 & 0.0647 \end{array}\right] \tag{71}$$

Eq. (21) is iteratively solved assuming flat initial voltages at all nodes. Load at node 3 is regarded as constant power:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & (-0.9000 - j0.4358) \end{bmatrix} \tag{72}$$

Convergence is reached at iteration 13, $\varepsilon = 10^{-7}$. Table 1 shows the solution for the balanced case. Losses at balanced case are 555.3 kW and 1476.1 kVAr.

Note that losses are quite high due to the IEEE 4 node test system under wye–wye transformer connection has high currents at 4.16 kV side. Around 1000 A is circulating through the

336,400 26/7 phase conductors which nominal currents are settled around 530 A. For this reason, percentage voltage drop is 18%.

5.1.2. Three-phase—unbalanced load

The three-phase unbalanced power flow is solved assuming a system voltage bases $V_{base}^{High} = 12.47/\sqrt{3}$ kV for the medium voltage network, $V_{base}^{Low} = 4.16/\sqrt{3}$ kV for the low-voltage network. Power system base is S_{base} = 2 MVA. Impedance bases are $Z_{base}^{High} = 25.92\,\Omega$ and $Z_{base}^{Low} = 2.8843\,\Omega$.

Branch impedances are given as a rectangular 12×3 phase impedance matrix $\mathbf{Z}_{abc}$

$$\mathrm{Z_{abc}} = \begin{bmatrix} \mathrm{Z_{abc}^{01}} & \mathrm{Z_{abc}^{12}} & \mathrm{Z_{abc}^{23}} \end{bmatrix} \tag{73}$$

where

$$\mathrm{Z_{abc}^{01}} = \begin{bmatrix} 0.0067 + 0.0158i & 0.0023 + 0.0073i & 0.0022 + 0.0056i \\ 0.0023 + 0.0073i & 0.0068 + 0.0153i & 0.0023 + 0.0062i \\ 0.0022 + 0.0056i & 0.0023 + 0.0062i & 0.0067 + 0.0156i \end{bmatrix} \tag{74}$$

$$\mathrm{Z_{abc}^{12}} = \begin{bmatrix} 0.0100 + 0.0600i & 0 & 0 \\ 0 & 0.0100 + 0.0600i & 0 \\ 0 & 0 & 0.0100 + 0.0600i \end{bmatrix} \tag{75}$$

$$\mathrm{Z_{abc}^{23}} = \begin{bmatrix} 0.0752 + 0.1772i & 0.0256 + 0.0825i & 0.0252 + 0.0633i \\ 0.0256 + 0.0825i & 0.0767 + 0.1723i & 0.0260 + 0.0696i \\ 0.0252 + 0.0633i & 0.0260 + 0.0696i & 0.0759 + 0.1751i \end{bmatrix} \tag{76}$$

The upper triangular matrix $\mathbf{T}_{abc}$ is given by:

$$\mathbf{T_{abc}} = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \tag{77}$$

and the A_{abc} and B_{abc} matrices are:

$$\mathrm{A_{abc}} = \begin{bmatrix} 0.0067 & 0.0023 & 0.0022 & 0.0067 & 0.0023 & 0.0022 & 0.0067 & 0.0023 & 0.0022 \\ 0.0023 & 0.0068 & 0.0023 & 0.0023 & 0.0068 & 0.0023 & 0.0023 & 0.0068 & 0.0023 \\ 0.0022 & 0.0023 & 0.0067 & 0.0022 & 0.0023 & 0.0067 & 0.0022 & 0.0023 & 0.0067 \\ 0.0067 & 0.0023 & 0.0022 & 0.0167 & 0.0023 & 0.0022 & 0.0167 & 0.0023 & 0.0022 \\ 0.0023 & 0.0068 & 0.0023 & 0.0023 & 0.0168 & 0.0023 & 0.0023 & 0.0168 & 0.0023 \\ 0.0022 & 0.0023 & 0.0067 & 0.0022 & 0.0023 & 0.0167 & 0.0022 & 0.0023 & 0.0167 \\ 0.0067 & 0.0023 & 0.0022 & 0.0167 & 0.0023 & 0.0022 & 0.0919 & 0.0279 & 0.0275 \\ 0.0023 & 0.0068 & 0.0023 & 0.0023 & 0.0168 & 0.0023 & 0.0279 & 0.0935 & 0.0283 \\ 0.0022 & 0.0023 & 0.0067 & 0.0022 & 0.0023 & 0.0167 & 0.0275 & 0.0283 & 0.0926 \end{bmatrix} \tag{78}$$

$$\mathrm{B_{abc}} = \begin{bmatrix} 0.0158 & 0.0073 & 0.0056 & 0.0158 & 0.0073 & 0.0056 & 0.0158 & 0.0073 & 0.0056 \\ 0.0073 & 0.0153 & 0.0062 & 0.0073 & 0.0153 & 0.0062 & 0.0073 & 0.0153 & 0.0062 \\ 0.0056 & 0.0062 & 0.0156 & 0.0056 & 0.0062 & 0.0156 & 0.0056 & 0.0062 & 0.0156 \\ 0.0158 & 0.0073 & 0.0056 & 0.0758 & 0.0073 & 0.0056 & 0.0758 & 0.0073 & 0.0056 \\ 0.0073 & 0.0153 & 0.0062 & 0.0073 & 0.0753 & 0.0062 & 0.0073 & 0.0753 & 0.0062 \\ 0.0056 & 0.0062 & 0.0156 & 0.0056 & 0.0062 & 0.0756 & 0.0056 & 0.0062 & 0.0756 \\ 0.0158 & 0.0073 & 0.0056 & 0.0758 & 0.0073 & 0.0056 & 0.2530 & 0.0898 & 0.0689 \\ 0.0073 & 0.0153 & 0.0062 & 0.0073 & 0.0753 & 0.0062 & 0.0898 & 0.2476 & 0.0758 \\ 0.0056 & 0.0062 & 0.0156 & 0.0056 & 0.0062 & 0.0756 & 0.0689 & 0.0758 & 0.2507 \end{bmatrix} \tag{79}$$

Table 2
Solution IEEE 4-node test system at Node 3—three-phase unbalanced load [26].

	TRX method		It. ladder [26]	
	Mod.	Angle (°)	Mod.	Angle (°)
Phase a (kV)	2.173	−4.1292	2.175	−4.1
Phase b (kV)	1.927	−126.8014	1.930	−126.8
Phase c (kV)	1.830	102.8155	1.833	102.8

Eq. (63) is iteratively solved assuming flat initial voltages at all nodes. The unbalanced load at node 3 is regarded as constant power:

$$\mathrm{S_3} = \begin{bmatrix} -0.6375 - j0.3951 & -0.9000 - j0.4359 & -1.1875 - j0.3903 \end{bmatrix} \tag{80}$$

Assuming $\varepsilon = 10^{-7}$, solution is reached at 15 iteration.

Table 2 shows the solution for the unbalanced load conditions. Losses at this case are 661.36 kW and 1770.6 kVAr. Note that under unbalanced load operation, active power loss deviation is about 16% (106 kW) respect to balanced load operation. As a conclusive remark, it must be said that under discussed approach any three-phase distribution system can be described by the quasi-symmetric matrix **TRX**.

5.2. The IEEE test networks

The proposed methodology has been applied to IEEE 37 [27], 123 [28] and 8500 node system [19]. Single-phase equivalent and three-phase formulations were applied. In all cases convergence criteria is set $\varepsilon = 10^{-7}$.

Table 3 shows overall performance to reach the solution in each test case, system losses and TRX matrix size in bytes. Note that power losses considering unbalanced load operation does not match with expected losses when loads are balanced. As a result it is shown TRX matrix size has an exponential behavior respect to number of nodes.

Fig. 4 shows voltage profile solution for the IEEE 37 node test case.

Fig. 5 shows the triangular upper matrix **T**, size 122×122, corresponding to IEEE 123 node test case considering balanced load. It must be noted that **T** structure is sparse. In this sense, **A** and **B** matrices should be calculated using sparsity in order to improve computation time.

Table 3
Solution IEEE test systems—balanced and unbalanced load.

	#Iterations 3-Ph Unb.	#Iterations 1-Ph Bal.	ΔP_E (kW) 3-Ph Unb.	ΔP_E (kW) 1-Ph Bal.	$\mathbf{TRX}_{abc}$ Bytes	**TRX** Bytes
IEEE4 [26]	15	13	661	555	628	261
IEEE37 [27]	3	6	70	52	40,813	3504
IEEE123 [28]	12	7	204	102	265,963	36,911
IEEE8500 [19]	6	–	1150	–	38,056,060	–

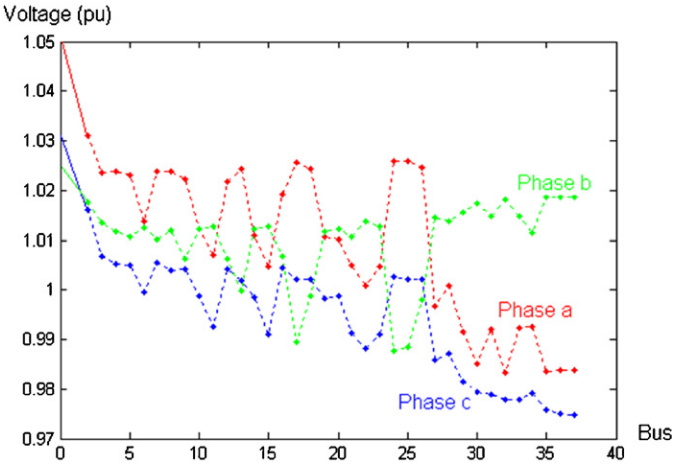

Fig. 4. Voltage profile solution for the IEEE 37 node test case.

The IEEE 8500 node test case [19] (balanced case) has 2516 medium-voltage nodes and 5690 low-voltage nodes with 2354 load nodes along 170 km with different line configurations. Peak demand at main feeder is 10.4 MVA. 3.9 mvar compensation is applied. System database matrices $\mathbf{A}_{abc}$ and $\mathbf{B}_{abc}$ require almost 40 MB RAM memory and I/O access time is 0.4 s.

Three-phase load flow solution is reached in 6 iterations and 1.7 s. This time is significantly low, considering load flow is solved in Matlab Suite (a non-complied platform) using a Core 2 Duo T8300@2.4 GHz with 2 GB RAM computer. If solver routines are compiled, a faster solution could be reached. Single-phase load flow

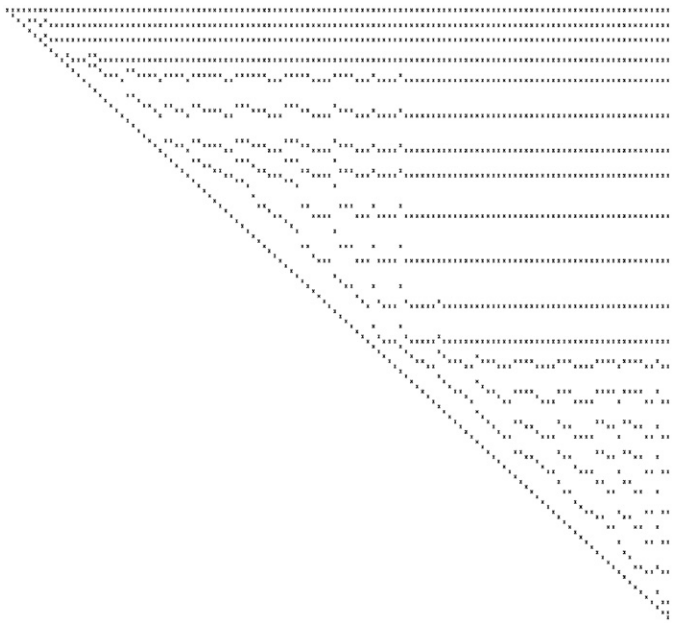

Fig. 5. Triangular upper matrix **T** for the IEEE 123 node test case.

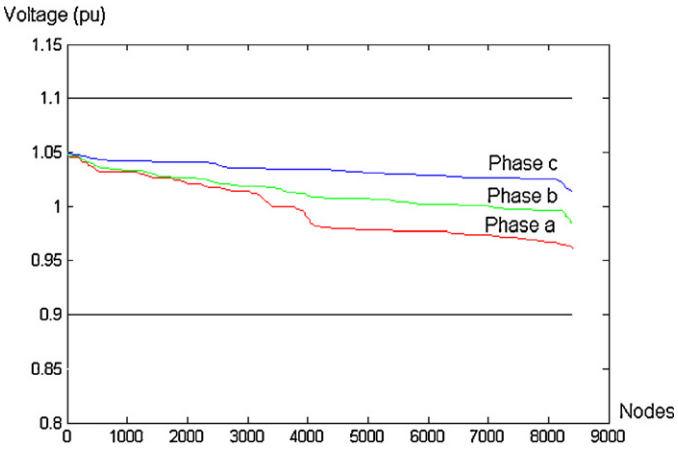

Fig. 6. Voltage profile for the IEEE 8500 node test case.

Table 4
Comparison between proposed method, standard BW/FW sweep and NR power flow.

	Number of iterations		
	12-node	33-node	69-node
Complex back/forward sweep [25]	5	6	7
NR (Matpower) [38]	4	4	4
Proposed method	5	6	7

solution is not provided since IEEE 8500 node test case [19] does not include positive sequence line data.

Fig. 6 shows the voltage profile of IEEE 8500 node test case from higher to lower values.

5.3. Eminoglu's comparative analysis

The proposed methodology was also applied in three (3) distribution test networks: 12-node [29], 33-node [30] and 69-node [31]). Test systems are the same used by Eminoglu [9] in his comprehensive analysis about BW/FW sweep algorithms and used here for comparative purposes.

As previous implementations, performance and robustness of the method was assessed under Matlab platform and compared with two alternative methods. First, the standard BW/FW sweep power flow approach presented in [24,25] and, second the Matpower's Newton–Raphson solver [38]. The BW/FW sweep method has been coded with complex variables using the theoretical basis presented in Section 2. The Matpower–NR solver is based on a standard Newton's method [1] using a full Jacobian, updated at each iteration. Its performance is good even on very large-scale test cases, since the algorithms and implementation take advantage of Matlab's built-in sparse matrix handling. Convergence and robustness of the proposed algorithm is analyzed through the number of iterations needed to reach a solution. The results are presented in Table 4.

It is shown that Newton–Raphson (NR) method has better convergence behavior (lower number of iterations) than proposed

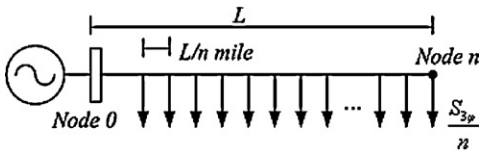

Fig. 7. The n-node radial distribution network.

method and the standard BW/FW sweep. The results confirm the conclusions reported by Eminoglu in a broad comparative convergence analysis with several BW/FW sweep based methods respect to Newton-based methods [9]. However, comparative results reported in [9] do not include CPU performance due to methods were applied to a small test systems. In order to test our proposal under CPU performance view, a large-scale analysis is discussed in next section.

5.4. Comparative analysis—uniformly loaded feeder

The proposed method has also applied in a large-scale test network and its performance compared with the BW/FW sweep [24,25] and the Matpower's Newton–Raphson [38]. Same computer conditions than previous comparison analysis are used. The test case is a 12.47 kV n-node radial distribution network with a load of 4000 kW uniformly distributed through $L = 1$ mile. Each branch is 336,400 26/7 ACSR (Linnet) conductors with impedance given in ohms:

$$\overline{Z} = \cdots = \overline{Z}_{n-1n} = \frac{R + jX}{n} = \frac{0.4556 + j1.0838}{n}\Omega \tag{81}$$

To illustrate the impact of the number of nodes in the CPU time required by each power flow method, line section depicted in Fig. 7 has been divided in n branches connected in radial form and total load has been fractionated in n nodal loads.

It is well known that percentage voltage drop solution for uniform distributed balanced distribution systems is given by [39]:

$$VD\% = \frac{V_0 - V_n}{V_0} \times 100 \simeq \frac{1}{2}\frac{S}{V_0^2}(R\cos\varphi_n + X\sin\varphi_n) \times 100 \tag{82}$$

Using a $V_0 = 12.47$ kV, $S = 4000$ kVA, with power factor is equal to 1, R and X equal to 0.45 ohms and 1.08 ohms, expected percentage voltage drop should be **VD**% = 0.6%. Then, if $V_0 = 1$, solution is V_n is 0.9940 pu. In order to verify this solution, the exact power flow solution is obtained using NR for $n = 1000$–3000: at the end of the feeder. In all cases, voltage solution converges to $V_n = 0.99398$ pu = 12.3949 kV, and angle $\theta_n = -0.016$ radians.

Then the n-node network has been solved using the proposed method and two alternative methods (NR, back/forward sweep) varying n parameter from 1000 to 3000 nodes. As shown above, all simulations lead to the same solution.

The computer processing unit (CPU) time, i.e., time required by each method to achieve convergence, is depicted in Fig. 8. As I/O data exchange time is not included in this comparison, it must be said that reordering routine time required by BW/FW sweep methods are not included. In fact, NR method does not require any kind of reordering routine. Actually, these assumptions become realistic because under DMS environment, a sentinel program should maintain all data matrices in memory with the most realistic branch and topology structure able to be exchanged between different platforms through CIM standard [36].

Under these assumptions and under this specific test case (n from 1000 to 3000 nodes), it is shown that BW/FW sweep algorithms and NR have similar convergence times. The proposed method is based on summation and multiplication of real numbers previously allocated in memory being highly competitive respect to NR with LU factorization and sparse handling. The **TRX** matrix does not require update at each iteration like Jacobian in Full NR method. The result presented is not absolute but it gives us an idea of the competitiveness of the implementation of BW/FW sweep methods under modern DMS systems. Nevertheless, it must be pointed out that improved NR solution, related to sparse matrix handling in distribution systems might improve overall performance under Matlab platform. Further analysis must be done in the future to compare proposed methods under highly loaded large-scale real networks and efficient NR implementations.

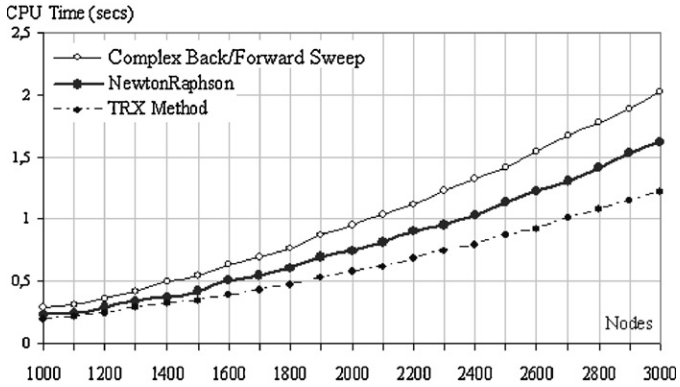

Fig. 8. CPU time required to convergence in a n-node radial distribution network.

The proposed method is a valuable tool to analyze distribution systems, since they can be modelled as a single series impedance. Research efforts should be focused in the generalization of the method including multiple interconnections with the transmission system and shunt impedances modeling associated to underground distribution lines. Further research must be oriented to compare the proposed methodology with other distribution-oriented power flow methodologies, in particular decoupled versions of NR and BW/FW sweep methods based on biquadratic formula.

5.5. Large scale application—Caracas City distribution network

Finally, the method was applied under real-world conditions on Venezuelan utility CORPOELEC attending 1.3 million customers in Caracas City.

The network topology and load conditions have been taken from operational conditions registered during December, 13, 2010. The studied system consists on 75 substations (12.47 kV and 5 kV) with three phase 488 primary circuits with 49.032 interconnection nodes where 9707 of them are load transformers. Total distribution transformer capacity is 3800 MVA and maximum load demand 1979 MVA, achieved at 15:00.

Quasisymmetric matrices **TRX** have been structured using the positive-sequence distribution system model loaded on the Geographical Information System of the company. Load allocation in active and reactive power for the 9707 load transformers have been performed using SCADA measurements at substation on all 488 feeders.

The power flow was performed using 10^{-7} as stop criteria in modulus of all nodal voltages. Computation time to load nodal active and reactive load powers and network matrices is 3.15 s. Computation time associated to iterative process in order to get voltage solution through 49 thousand nodes is close to 0.6 s.

Unlike IEEE 8500 node test case, the computational time is significantly lower because power flow is solved simultaneously in all 488 distribution feeders. It is due to each CORPOELEC's circuit was modelled with few nodes considering only loads and interconnection buses. The largest one has 353 nodes. The IEEE 8500 case has only one feeder with 2616 medium-voltage nodes. In this case, solution is reached with no distributed computing technique. In

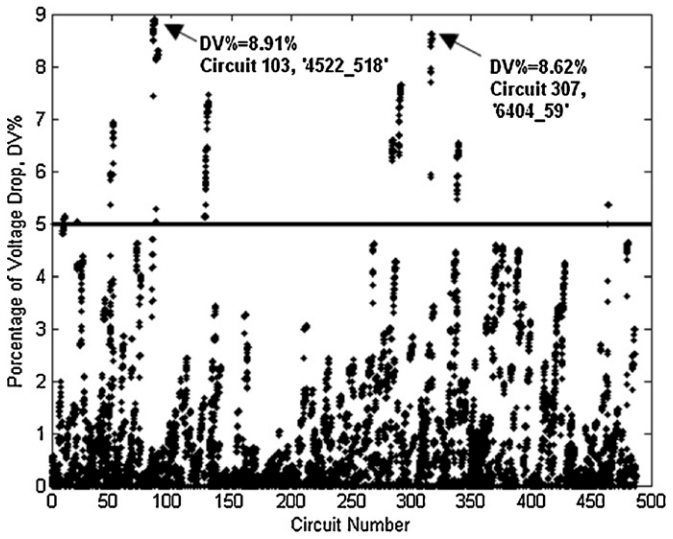

Fig. 9. Percentage of voltage drop—Caracas City distribution system.

order to store all the 488 network matrices, really only **A** and **B**, it is required 9 MB.

The solution for all system voltages is depicted in Fig. 9. The worst result of percentage of voltage drop is reported at circuit 103, node 4522–518, **VD**% = 8.91%. Globally, only 2.82% of system nodes does not achieve adopted design criteria (5%). The analysis tool let us know under large-scale applications, which circuits are running below allowed limits.

6. Conclusion

This paper presents a new formulation for the backward–forward sweep method for the power flow solution of active and passive distribution networks. The fundamental issue raised here is how to perform iterative process by using a unique real-matrix representing conductor characteristics and network topology. The method is formulated with real variables as opposed to complex variables used in previous contributions.

The TRX matrix has quasi-symmetric structure characterized by two sub-matrices representing a complete database by including information of topology structure as well as impedance for all branches of the distribution feeder. The network data associated at all feeders of a substation is suitable to be stored in memory and exchanged under Common Information Model standard allowing an efficient computation of the state of the system for on-line and off-line studies.

The proposed method has been successfully applied in the IEEE 4, 37, 123 and 8500 node systems. The method was also applied under real-world conditions in a large-scale distribution system operated by Venezuelan utility CORPOELEC serving 75 substations with 488 feeders and 49.032 nodes, Caracas city load demand 2000 MVA. The results show that proposed method is highly competitive respect to other algorithms. Future research should be focused on model extension by including detailed distribution line modeling.

Appendix A. List of symbols

$\Delta\overline{S_E}$	apparent power losses (pu)
ΔP_E	real power losses (pu)
ΔQ_E	reactive power losses (pu)
α	$e^{j(2\pi/3)}$
β	sharing index for load as constant impedance
σ	sharing index for load as constant current
γ	sharing index for load as constant power
ε	convergence criteria
θ_n	angle at node n in radians
φ	power factor angle in radians
$\mathbf{A}$	submatrix of **TRX** (pu)
$\mathbf{A}_{abc}$	submatrix of $\mathbf{TRX}_{abc}$ (pu)
$\mathbf{B}$	submatrix of **TRX** (pu)
$\mathbf{B}_{abc}$	submatrix of $\mathbf{TRX}_{abc}$ (pu)
$\mathbf{C}$	submatrix of **TRXL** (pu)
$\mathbf{D}$	submatrix of **TRXL** (pu)
$\mathbf{I}$	single phase injected current vector (pu)
I_{Loadi}	single phase constant load current at node i (pu)
$\overline{I}_i$	single phase injected current at node i (pu)
$\mathbf{I}_x$	single phase injected real part of current vector **I** (pu)
$\mathbf{I}_y$	single phase injected imaginary part of current vector **I** (pu)
$\mathbf{I}_{abc}$	three phase current vector
$\mathbf{I}_{abc-x}$	real part of three phase current vector $\mathbf{I}_{abc}$
$\mathbf{I}_{abc-y}$	imaginary part of three phase current vector $\mathbf{I}_{abc}$
$\mathbf{J}$	single phase branch current vector (pu)
$\mathbf{J}_x$	single phase real part of branch current vector **J** (pu)
$\mathbf{J}_y$	single phase imaginary part of branch current vector **J** (pu)
$\mathbf{J}_{abc}$	three phase branch current vector (pu)
$\mathbf{J}_{abc-x}$	three phase real part of branch current vector (pu)
$\mathbf{J}_{abc-y}$	three phase imaginary part of branch current vector (pu)
L	line length in miles
n	number of nodes, excluding origin
$\mathbf{P}$	real power injected vector (pu)
$\mathbf{Q}$	reactive power injected vector (pu)
P_i	real power injected at node i (pu)
Q_i	reactive power injected at node i (pu)
P_{Di}	real power demanded at node i (pu)
Q_{Di}	reactive power demanded at node i (pu)
P_{Gi}	real power generated at node i (pu)
Q_{Gi}	reactive power generated at node i (pu)
$P_{p\text{-}i}$	real power injected at node i and phase p (pu)
$P_{Dp\text{-}i}$	real power demanded at node i and phase p (pu)
$P_{Gp\text{-}i}$	real power generated at node i and phase p (pu)
$Q_{p\text{-}i}$	reactive power injected at node i and phase p (pu)
$Q_{Dp\text{-}i}$	reactive power demanded at node i and phase p (pu)
$Q_{Gp\text{-}i}$	reative power generated at node i and phase p (pu)
$\mathbf{R}$	diagonal branch resistance vector (pu)
$\mathbf{R}_{abc}$	diagonal three phase branch resistance vector (pu)
R	line resistance (Ω)
R_{Li}	load resistance at node i (pu)
R_{ij}	resistance between node i and node j (pu)
S	apparent load (VA)
$\mathbf{S}$	apparent power injected vector (pu)
$\overline{S}_i$	apparent power injected at node i (pu)
S_{Di}	apparent power demanded at node i (pu)
S_{Gi}	apparent power generated at node i (pu)
$\mathbf{S}_{abc}$	three phase apparent power injected vector
$\overline{S}_{p-i}$	apparent power injected at node i and phase p (pu)
S_{Dp-i}	apparent power demanded at node i and phase p (pu)
S_{Gp-i}	apparent power generated at node i and phase p (pu)
S_{base}	power base (MVA)
$\mathbf{T}$	triangular matrix
$\mathbf{T}_{abc}$	three phase triangular matrix
TRX	single phase network matrix (pu)
TRXL	single phase network and load matrix (pu)
$\mathbf{TRX}_{abc}$	three phase TRX matrix (pu)
$\mathbf{U}$	identity matrix (pu)
V_{base}^{High}	voltage base at high voltage side (kV)

V_{base}^{Low} voltage base at low voltage side (kV)
$\mathbf{V}$ voltage vector (pu)
$\overline{V}_i$ voltage at node i (pu)
$\mathbf{V}_x$ real part of voltage vector $\mathbf{V}$ (pu)
$\mathbf{V}_y$ imaginary part of voltage vector $\mathbf{V}$ (pu)
$\mathbf{V}_{abc}$ three phase voltage vector
$\mathbf{V}_{abc-x}$ real part of three phase voltage vector $\mathbf{V}_{abc}$
$\mathbf{V}_{abc-y}$ imaginary part of three phase voltage vector $\mathbf{V}_{abc}$
V_{Init} initial voltage at origin (pu)
V_{Ref} reference voltage at origin (pu)
$\mathbf{V}_0$ set of substation voltages (pu)
$\mathbf{V}^0$ set of initial voltages (pu)
V_0 voltage at node 0 (kV)
V_n voltage at node 0 (kV)
VD% single phase percentage voltage drop (%)
$\mathbf{VD\%}_{abc}$ three phase percentage voltage drop (%)
$\mathbf{X}$ diagonal branch reactance vector (pu)
$\mathbf{X}_{abc}$ diagonal three phase branch reactance vector (pu)
X line reactance (Ω)
X_{ij} reactance between node i and node j (pu)
X_{Li} load reactance at node i (pu)
$\mathbf{Z}$ single phase branch impedance vector (pu)
$\mathbf{Z}_L$ single phase load impedance vector (pu)
$\overline{Z}_{Li}$ single phase load impedance at node $i$in pu
$\overline{Z}_{ij}$ single phase branch impedance between node i and node j (pu)
$\mathbf{Z}_{ij}$ single phase impedance matrix between node i and node j (pu)
Z_{abc}^{ij} three phase branch impedance matrix between node i and node j
$\mathbf{Z}_{abc}$ three phase branch impedance matrix (pu)
$\overline{Z}_{aa}^{ij}$ self impedance phase a between node i and node j (pu)
$\overline{Z}_{ab}^{ij}$ mutual impedance phase ab between node i and node j (pu)
Z_{base}^{High} impedance base at high voltage side (Ω)
Z_{base}^{Low} impedance base at high voltage side (Ω)

Operators

diag diagonal matrix
T transpose matrix
* conjugate of a complex number

Subindexes

i associated to node i
j associated to node j
k associated to iteration k

References

[1] W.F. Tinney, C.E. Hart, Power flow solution by Newton's method, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS-86 (November (11)) (1967) 1449–1460.
[2] H. Chiang, Hsiao, A decoupled load flow method for distribution power networks: algorithms, analysis and convergence study, International Journal of Electrical Power & Energy Systems 13 (3) (1991) 130–138.
[3] R.D. Zimmerman, H.D. Chiang, Fast decoupled power flow for unbalanced radial distribution systems, IEEE Transactions on Power Systems 10 (4) (1995) 2045–2052.
[4] F. Zhang, C. Cheng, A modified Newton method for radial distribution system power flow analysis, IEEE Transactions on Power Systems 12 (1) (1997) 389–397.
[5] L.R. Araujo, D.R.R. Penido, S. Carneiro, J.L.R. Pereira, P.A.N. Garcia, A comparative study on the performance of TCIM full Newton versus backward–forward power flow methods for large distribution systems, IEEE Power Systems Conference and Exposition (November (1)) (2006) 522–526.
[6] C.E. Lin, Y.W. Huang, C.L. Huang, Distribution system load-flow calculation with microcomputer implementation, Electric Power Systems Research (2) (1987) 139–145.
[7] L.R. Araujo, D.R.R. Penido, S. Carneiro Jr., J.L.R. Pereira, P.A.N. Garcia, Comparisons between the three-phase current injection method and the forward/backward sweep method, International Journal of Electrical Power & Energy Systems 32 (7) (2010) 825–833.
[8] J.R. Carson, Wave propagation in overhead wires with ground return, Bell System Technical Journal (1927).
[9] U. Eminoglu, M.H. Hocaoglu, Distribution systems forward/backward sweep-based power flow algorithms: a review and comparison study, Electric Power Components and Systems 37 (1) (2009) 91–110.
[10] M.F. AlHajri, M.E. El-Hawary, Exploiting the radial distribution structure in developing a fast and flexible radial power flow for unbalanced three-phase networks, IEEE Transactions on Power Delivery 25 (January (1)) (2010) 378–389.
[11] R.M. Ciric, A. Padilha-Feltrin, L.F. Ochoa, Power flow in four-wire distribution networks, IEEE Transactions on Power Systems 18 (4) (2003) 1283–1290.
[12] D.R.R. Penido, L.R. Araujo, S. Carneiro, Three-phase power flow based on four-conductor current injection method for unbalanced distribution networks, IEEE Transactions on Power Systems 23 (2) (2008) 494–503.
[13] D.R.R. Penido, L.R. Araujo, J.L.R. Pereira, P.A.N. Garcia, J. Carneiro, Four wire Newton–Raphson power flow based on the current injection method, in: Proc. 2004 IEEE Power Engineering Society Power Systems Conference and Exposition, vol. 1, 2004, pp. 239–242.
[14] J.A. Peralta, F. de Leon, J. Mahseredjian, Unbalanced multiphase load-flow using a positive-sequence load-flow program, IEEEE Transactions on Power Systems 23 (2) (2008) 469–476.
[15] T.H. Chen, W.C. Yang, Analysis of multi-grounded four-wire distribution systems considering the neutral grounding, IEEE Transactions on Power Delivery 16 (2001) 710–717.
[16] M. Monfared, A.M. Daryani, M. Abedi, Three phase asymmetrical load flow for four-wire distribution networks, Power Systems Conference and Exposition (2006) 1899–1903.
[17] A.P. Sakis Meliopoulos, F. Zhang, Multiphase power flow and state estimation for power distribution systems, IEEE Transactions on Power Systems 11 (2) (1996) 939–946.
[18] EPRI, OpenDSS Program, sourceforge.net, URL: http://sourceforge.net/projects/electricdss
[19] R.F. Arritt, R.C. Dugan, The IEEE 8500-node test feeder, in: Proc. of the 2010 IEEE PES Transmission and Distribution, April 2010, New Orleans, 2010.
[20] IEC 61968, Common Information Model (CIM)—Distribution Management.
[21] A. Losi, M. Russo, Object-oriented load flow for radial and weakly meshed distribution networks, IEEE Transactions on Power Systems 18 (November (4)) (2003) 1265–1274.
[22] F. Milano, M. Zhou, H. Guan Ji, Open model for exchanging power system data, in: IEEE Power & Energy Soc. Gen. Meet., PES09, July 2009, 2009, pp. 1–7, 26–30.
[23] M. Kleinberg, K. Miu, K. and, C. Nwankpa, A study of distribution power flow analysis using physically distributed processors, IEEE Power Systems Conference and Exposition (November 2006) 518–521.
[24] P. Aravindhabuba, S. Ganapathy, K.R. Nayar, A novel technique for the analysis of radial distribution systems, Electric Power Systems Research 23 (3) (2001) 167–171.
[25] J.H. Teng, A direct approach for distribution system load flow solutions, IEEE Transactions on Power Delivery 18 (3) (2003) 882–887.
[26] IEEE Distribution System Analysis Subcommittee, IEEE 4 Node Test Feeder, 2006.
[27] IEEE Distribution System Analysis Subcommittee, IEEE 37 Node Test Feeder, 2004.
[28] IEEE Distribution System Analysis Subcommittee, IEEE 123 Node Test Feeder, 2004.
[29] D. Das, H.S. Nagi, D.P. Kothari, Novel method for solving radial distribution networks, IEE Proceeding, Generation, Transmission and Distribution 141 (4) (1994) 291–298.
[30] M.E. Baran, F.F. Wu, Optimal sizing of capacitors placed on a radial distribution system, IEEE Transactions on Power Delivery 4 (1) (1989) 735–742.
[31] M.E. Baran, F.F. Wu, Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing, IEEE Transactions on Power Delivery 4 (2) (1989) 1401–1407.
[32] D. Shirmohammadi, H.W. Hong, A. Semlyen, G.X. Luo, A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks, IEEE Transactions on Power Delivery 3 (2) (1988) 753–762.
[33] S. Jovanovic, F. Milicevic, Triangular distribution load flow, IEEE Power Engineering Review 20 (5) (2000) 60–62.
[34] W. Kersting, Distribution System Modeling and Analysis, 2nd edition, CRC Press, 2001.
[35] IEC 61970-301: Common Information Model (CIM) – Energy Management, Energy Management System Application Program Interface (EMS-API) – Part 301: Common Information Model (CIM) Base, 2006.
[36] X. Wang, N.N. Schulz, S. Neumann, CIM extensions to electrical distribution and CIM XML for the IEEE radial test feeders, IEEE Transactions on Power Systems 18 (August (3)) (2003) 1021–1028.
[37] Mathworks, Matlab 7.2 User's Manual, 2006.
[38] MATPOWER 3.2, Cornell University, [Online]. Available: http://www.pserc.cornell.edu/matpower
[39] T. Gonen, Electric Power Distribution System Engineering, 1st edition, McGraw-Hill Book Company, New York, 1986.

STATE ESTIMATION FOR REAL-TIME MONITORING OF DISTRIBUTION SYSTEMS

Mesut E. Baran Arthur W. Kelley

Department of Electrical and Computer Engineering
North Carolina State University
Raleigh, NC 27695

Abstract: Utilities currently use historical customer load data to forecast the loads in their distribution feeders for real-time feeder analysis and control. In this paper a three-phase state estimation method is developed to increase the accuracy of this load data. The method is based on the weighted least square approach and uses a three-phase node voltage formulation. The method can handle power, voltage, and current measurements. Test results indicate that state estimation can improve the forecasted load data by using real-time measurements. The effectiveness of branch current measurements were also tested.

Key Words: Distribution Systems, State Estimation, Real-time monitoring.

I. INTRODUCTION

In conventional operation of a distribution system, there is very little real-time information available to monitor the system; the voltage and the power supplied to the feeders at the substation are usually the only real-time measurements available to distribution system operators at distribution control centers. However, more extensive real-time monitoring and control is needed for effective operation of the system and for good quality of service to the customers. In [1], it is pointed out that in addition to monitoring and control of switches and control devices, detailed real-time load data is needed for real-time monitoring and control purposes. Unfortunately, this data is not currently available and historical data about the customer loads is used to forecast the loads [2-4]. Obviously, the accuracy of historical data may not be good enough for real-time applications.

As the utilities upgrade their distribution systems and install Supervisory Control and Data Acquisition, SCADA, systems, more real-time measurements will be available at the control centers. However, since it is not possible to measure every quantity and telemeter it to the control center, only a limited number of real-time measurements will be available at the control center. Then the problem becomes determining the operating point of the system as accurately as possible based on these limited measurements.

94 WM 235-2 PWRS A paper recommended and approved by the IEEE Power System Engineering Committee of the IEEE Power Engineering Society for presentation at the IEEE/PES 1994 Winter Meeting, New York, New York, January 30 - February 3, 1994. Manuscript submitted August 2, 1993; made available for printing January 11, 1994.

When there are only a few measurements, power flow analysis can be used to obtain an approximate solution by scaling the forecasted loads such that the power flow results match the measurements [2-5]. To improve the accuracy of load data, however, more real-time measurements are needed so that the validity of the forecasted load data can be checked and corrected if necessary. We propose to use state estimation (SE) for this purpose. A SE method has been developed in [6] for balanced feeders.

The main function of SE is to minimize the errors and inconsistencies that may exist in data. Usually these errors are small, but sometimes they may be gross. An example of a gross error might involve assuming a capacitor bank is in service although it may be actually have failed. A state estimator can "smooth out" small errors in meter readings, detect and identify gross measurement errors, and "fill-in" meter readings that have failed due to communication failures [9].

The main focus of this paper is to develop a SE method that can be used in monitoring of a distribution feeder in real-time. In the next section, a three-phase state estimation method is proposed. The method is tailored for distribution feeder monitoring by using special features of the distribution system. The minimum data requirements are discussed in section three. Test results are presented in the fourth section. Section five contains the conclusions.

II. STATE ESTIMATION

State estimation (SE) as a mathematical analysis tool acts as a noise filter to eliminate errors in data. In this process, network topology and parameters (line impedances, etc.) are assumed to be given and are used together with the measurements to obtain the "best estimate" of the system state. System state is a set of variables (usually the bus voltages) such that if they are known, then every other quantity about the system can be calculated from them. Hence system state basically determines the operating point of the system.

2.1. Basic WLS Approach

SE techniques have been developed and used at the transmission level for over 20 years. The basic approach is called the weighted least square (WLS) method. An excellent review of the state-of-the-art can be found in [10]. The mathematical model of WLS state estimation is based on the mathematical relations between the measurements and the state variables. For the general case, let **z** denote the vector containing the

0885-8950/94/$04.00 © 1994 IEEE

measurements, and $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ the equations relating the measurements to the state variable vector, $\mathbf{x}$, then

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \tag{1}$$

where $\mathbf{v}$ is the vector of measurement errors. WLS state estimation tries to find a system state, represented by $\hat{\mathbf{x}}$, by solving the following optimization problem:

$$\min_{\mathbf{x}} \; J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} w_i (z_i - h_i(\mathbf{x}))^2 = [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})]^{\mathrm{T}} W [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})] \tag{2}$$

where w_i represents the weight associated with measurement z_i and $\mathbf{r} = \mathbf{z}\text{-}\mathbf{h}(\mathbf{x})$ is called the residual vector. Weights are chosen as proportional to the accuracy of the measurements: the higher the accuracy of a measurement the bigger its weight. The solution of this optimization problem gives the estimated state $\hat{\mathbf{x}}$ which must satisfy the following optimality condition:

$$\frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{H}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}) \mathbf{W} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] = 0 \tag{3}$$

where

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \tag{4}$$

is the Jacobian matrix of the measurement function $\mathbf{h}(\mathbf{x})$. The solution of the non-linear equation (3) may be obtained by an iterative method in which a linear equation of the following type is solved at each iteration to compute the correction $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \Delta \mathbf{x}^k$,

$$[\mathbf{G}(\mathbf{x}^k)] \Delta \mathbf{x}^k = \mathbf{H}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x}^k) \mathbf{W} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^k)] \tag{5}$$

where $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ is called the gain matrix and is usually chosen as

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{H}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x}) \mathbf{W} \mathbf{H}(\mathbf{x}) \tag{6}$$

Eq.(5) is called the normal equation of the WLS problem.

There are various issues that need to be investigated in adopting the WLS based SE method for distribution feeder monitoring. The most important of these issues is the representation (i.e., modeling) of feeders which will be discussed in the next subsection. Another important issue is the fact that there are very few real-time measurements in distribution systems and some of them are branch current magnitude measurements due to economic reasons. Handling of these measurements is discussed in the method development subsection 2.3.

2.2. Feeder Model

In general, main feeders are three-phase, however, some laterals can be two-phase or single-phase. The lines are usually short and untransposed. Loads can be three-phase, two-phase or single-phase (like residential customers). Therefore it is desirable to use a three phase model as it is recommended for power flow analysis of feeders [7,8]. A three-phase model enables us to analyze all three phases of the feeder and take into account the coupling effects between the phases.

Based on the above considerations it is decided that it is necessary to develop a three-phase state estimation that can be used to monitor all three phases of a feeder. The three-phase feeder model is adopted from [7] which is commonly used in power flow analysis. Fig.2 shows the main element of a feeder, the line section.

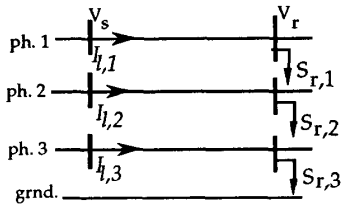

Figure 2: A three-phase line section

Note that for convenience phases are numbered as 1,2,3 rather than labeled as a,b,c.

Terminal equations describing the voltages across the terminals of the line as a function of line currents are given as

$$\begin{bmatrix} V_{r,1} \\ V_{r,2} \\ V_{r,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s,1} \\ V_{s,2} \\ V_{s,3} \end{bmatrix} - l \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{l,1} \\ I_{l,2} \\ I_{l,3} \end{bmatrix} \tag{7}$$

where the coefficient matrix $\mathbf{Z}$ is the line impedance matrix (usually ohms/mile) and l is the line length. Eq.(7) can be written in compact form as:

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{V}_s - \mathbf{Z}_l \mathbf{I}_l \tag{8}$$

where $\mathbf{Z}_l = l\mathbf{Z}$.

This line model takes into account the magnetic couplings between the phase conductors but ignores the line charging, since the lines are short. The ground and neutral conductor effects can also be included in this formulation by modifying the impedance matrix using the approach of Carson and Lewis [7].

Feeder loads are modeled by assuming that they are all grounded, irrespective of whether they are single-phase, two-phase, or three-phase. Hence loads are represented on a per-phase basis as shown in Fig.3.

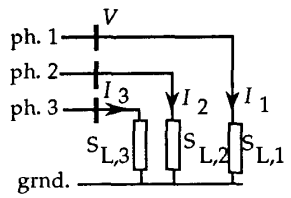

Figure 3: Three-phase load representation

Thus, the relationship between the phase load and the current is

$$S_{L\varphi} = V_{\varphi} I_{\varphi}^{*} \qquad \varphi = 1,2,3 \tag{9}$$

This three-phase feeder model is used to develop a three-phase SE method by adapting the basic WLS approach introduced at the beginning of this section. Details of the method is further elaborated in the following subsection.

2.3. Three-Phase SE

The basic WLS SE method outlined at the beginning of this section is adapted for three-phase analysis using the feeder model introduced above. Node voltages are chosen as the state, i.e.,

$$\mathbf{x} = [\theta \ \mathbf{V}]$$

where θ and $\mathbf{V}$ contains the node voltage magnitude and phase angle of every node and every phase, respectively. It will be assumed that θ and $\mathbf{V}$ are ordered such that locations 3i, 3i+1, 3i+2 correspond to 1st, 2nd, and 3rd phases of node i, respectively. For this formulation, we need to rearrange the line equation (8) and put it in the following line admittance form

$$\begin{bmatrix} I_{l,1} \\ I_{l,2} \\ I_{l,3} \end{bmatrix} = \frac{1}{l}\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{s,1} - V_{r,1} \\ V_{s,2} - V_{r,2} \\ V_{s,3} - V_{r,3} \end{bmatrix} \tag{10}$$

which can be written in compact form as

$$\mathbf{I}_l = \tfrac{1}{l}\mathbf{Y}(\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_r) \tag{11}$$

where $\mathbf{Y}$ is the line admittance per-mile.

The measurement functions, $\mathbf{h}(\mathbf{x})$, can now be written for the measurements considered which are the branch current or power, power injection (i.e., load) and node voltage magnitude measurements. Lets start with a branch current measurement, for instance the branch current measurement $I^m_{l,\varphi}$ on phase $\varphi \in \{1,2,3\}$ of branch l in Fig.2. Using (11), this branch current can be expressed in terms of node voltages as

$$I_{lr,\varphi} + jI_{lx,\varphi} = \sum_{k=1}^{3} y_{sr(\varphi,k)}(V_{s,k} - V_{r,k}) \tag{12}$$

where $y_{sr(\varphi,k)}$ is the element (φ,k) of the line admittance matrix Y/l. Since the measurement $I^m_{l,\varphi}$ is the magnitude of this current, the associated measurement function is

$$h_c(x) = I_{l,\varphi} = \sqrt{I^2_{lr,\varphi}(x) + I^2_{lx,\varphi}(x)} \tag{13}$$

If the measurement is a power flow measurement $S^{*m}_{sr,\varphi} = P^m_{sr,\varphi} - jQ^m_{sr,\varphi}$ on the same line, then

$$h_p(x) - jh_q(x) = S^*_{sr,\varphi} = V^*_{s,\varphi}\sum_{k=1}^{3} y_{sr(\varphi,k)}(V_{s,k} - V_{r,k}) \tag{14}$$

Similarly, an injection measurement, e.g., the load measurement at phase φ of node r, $S^m_{r,\varphi} = P^m_{r,\varphi} + jQ^m_{r,\varphi}$ can be represented as:

$$h_{pi}(x) - jh_{qi}(x) = S^*_{r,\varphi} = V^*_{r,\varphi}\sum_{j\in J}\sum_{k=1}^{3} y_{rj(\varphi,k)}(V_{r,k} - V_{j,k}) \tag{15}$$

where J represents the set containing the nodes connected to node r. Finally, the voltage magnitude measurement at phase φ of node r, $V^m_{r,\varphi}$ can be represented as

$$h_v(x) = V_{r,\varphi} \tag{16}$$

An investigation of the measurement functions introduced above will reveal that all the functions, except the one corresponding to the voltage magnitude measurement, are nonlinear functions of state variables. These functions are more complex than the single-phase case, since they not only contain product terms between neighboring nodes ($V^*_{s,\varphi}V_{r,\varphi}$ terms) but also cross product terms between phases ($V^*_{s,\varphi}V_{s,k}$ terms). This indicates that the Jacobian $\mathbf{H}$ corresponding to the measurement equations will not be constant (i.e., the elements of Jacobian will depend on state variables, $\mathbf{x}$). However, it is very desirable to have a constant Jacobian for computational efficiency, since then the normal equations (5) will be easier to construct and solve iteratively. For this purpose, we try to approximate the Jacobian by simplifying its elements. This is achieved by exploiting special features of distribution feeders as follows:

i) Substation Voltage

Take the substation node as reference and assume that the voltage at the substation of the feeder is a three-phase, balanced, positive sequence known voltage of the following form:

$$\mathbf{V}_0 = V_0\begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \tag{17}$$

where $a = 1\underline{/120^0}$ is the 120^0 shift operator.

ii) Phasor Transformation

Shift both the voltage and current phasors of the 2nd and 3rd phases by 120^0 and -120^0, respectively. This operation corresponds to the following transformation

$$\begin{bmatrix} V_{i1} \\ V_{i2} \\ V_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & a & \\ & & a^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V^a_{i1} \\ V^a_{i2} \\ V^a_{i3} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} I_{i1} \\ I_{i2} \\ I_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & a & \\ & & a^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I^a_{i1} \\ I^a_{i2} \\ I^a_{i3} \end{bmatrix} \tag{18}$$

or in compact form

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{A}\mathbf{V}^a_i \qquad \mathbf{I}_i = \mathbf{A}\mathbf{I}^a_i \tag{19}$$

where superscript a indicates that it is an actual variable, and $\mathbf{A}$ is the transformation matrix. Note that this transformation is power invariant, i.e.,

$$S_\varphi = V_\varphi I^*_\varphi = V^a_\varphi I^{a*}_\varphi \tag{20}$$

The new transformed variables simplify the measurement equations, since the transformation eliminates 120^0 angle differences between the phases.

Except for the line admittances, the measurement equations in terms of new variables will be the same. To transform the line admittances, lets rewrite the actual line equation of (11) as

$$\mathbf{I}_l^a = \frac{1}{l}\mathbf{Y}^a(\mathbf{V}_s^a - \mathbf{V}_r^a) \tag{21}$$

Then it can be shown that the line equation in terms of new variables is of the same form, i.e.,

$$\mathbf{I}_l = \frac{1}{l}\mathbf{Y}(\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_r) \tag{22}$$

where the new line admittance matrix Y is related to the actual admittance matrix $\mathbf{Y^a}$ as follows

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{Y}^a\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} y_{11}^a & a^2 y_{12}^a & a y_{12}^a \\ a y_{21}^a & y_{22}^a & a^2 y_{23}^a \\ a^2 y_{31}^a & a y_{32}^a & y_{33}^a \end{bmatrix} \tag{23}$$

With the new transformed variables, the phase angles of all node voltages will be small (usually less than 10^0) for feeders, hence in constructing the Jacobian, we can use the approximations

$$V_i \cong 1.0 \text{ p.u.} \qquad Cos\theta_{ij} \approx 1, \quad Sin\theta_{ij} \approx 0 \tag{24}$$

Indeed, as it is shown in the appendix, with these approximations, Jacobian elements corresponding to voltage and power measurements become constant.

iii) Branch Current Magnitude Measurements

The main difficulty with branch current measurements is that the associated Jacobian terms cannot be approximated by constant terms, since a good approximation requires a good initial estimate of the phase angle of the current, as indicated in the App. The approaches that have been proposed in the literature to handle current measurements are for balanced systems and they introduce additional complexity to the basic WLS approach [11]. The following two step procedure tries to minimize the Jacobian updates needed to handle current magnitude measurements in iterative solution of the normal equations:

Stage 1: Disregard the current measurements from the measurement set (Note that this corresponds to a flat voltage start, i.e., $V_i = 1$, $\theta_i = 0$). Construct the Jacobian, **H** and the gain, **G** matrices and perform the first k iterations (for example k=3) using normal equations with the reduced measurements only.

Stage 2: Use the results of stage one to get a good estimate for the phase angle of the current measurements and use this estimation to reconstruct the Jacobian **H** and hence the gain matrix, **G**. Then continue solving the normal equations iteratively until the solution converges. Monitor the changes in phase angles of measured line currents during the iterations and reconstruct the gain matrix whenever the changes are appreciable.

This two stage process assumes that there are enough power measurements so that the first stage yields a good estimate of the branch current phase angles and thus the voltage and current magnitude measurements can be used to improve the accuracy of the state estimation. Usage of voltage and current measurements in this context is practiced at transmission level [11].

The Jacobians in both stages will be in full form, i.e., of the following structure

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{p\theta} & \mathbf{H}_{pv} \\ \mathbf{H}_{q\theta} & \mathbf{H}_{qv} \end{bmatrix} \tag{25}$$

and cannot be decoupled, i.e., the off diagonal matrices cannot be approximated as

$$\mathbf{H}_{pv} \approx \mathbf{H}_{q\theta} \approx \mathbf{0}$$

As the results in the appendix indicate, this is mainly due to the fact that the line impedances have high r/x ratios. Nevertheless, the primal form of the decoupled version adapted from [12] was tested with distribution feeder data and the results are not promising. One of the basic reasons is that the main simplifying assumption for decoupling, low r/x ratio branches, is not valid for distribution feeders. Another is due to the fact that the majority of measurements at the distribution level are injection measurements (pseudo load measurements) which have been identified as one of the factors degrading the performance of this method [13].

III. OBSERVABILITY ANALYSIS

For SE to be effective, a minimum amount of real-time data is necessary. As it is pointed out in the introduction, currently, the power supplied to the feeders and voltage measurements at the substation are the only real-time measurements available at distribution level. Some feeders may have a few branch current or power measurements also. Considering the data required for power flow analysis as the minimum data, and taking distribution transformer primaries as load points, this real-time data is not enough for SE. Therefore, we propose to use historical load data to forecast the loads since it is an approach commonly used by utilities. These forecasted loads can be used as pseudo-measurements, measurements that are less accurate than the actual measurements, to supplement for the real-time data available for SE. More real-time measurements will be added to this minimum data as utilities install new SCADA systems on their distribution systems.

A more analytical way of determining whether a given data is enough for state estimation is called the *observability analysis* [14]. The minimum data assumed to be available will satisfy the so-called topological observability when it is applied on a per-phase basis. However, the mutual terms in three-phase analysis and current magnitude measurements may require the

check for numerical observability which corresponds to the gain matrix being non-singular. Numerical observability can be checked during the LDU factorization of the gain matrix, G; if any of the pivots become very small then this is an indication that the gain matrix may be singular, hence the system may not be observable.

IV. TEST RESULTS

The proposed three-phase state estimation method is implemented on a DEC Workstation environment to test its performance using distribution test feeders. The test results obtained are summarized below.

The test feeder is a 34 bus, 24.9 kV, 3-phase radial IEEE test feeder [15]. One line diagram of the feeder is given in Fig.4 with the nodes renumbered to make the illustration of the results easier. The feeder is predominantly 3-phase with some single-phase laterals and has both spot and distributed loads. For test purposes, distributed line section loads are lumped equally at terminal nodes of the line sections. The nominal load data is taken as the actual load and a power flow run is made to determine actual power flows and hence the correct measurements corresponding to this load. The minimum voltage for this loading is

$$V_{21,a} = 0.940/\underline{-3.046}$$

$$V_{21,b} = 0.948/\underline{-2.423} \qquad V_{21,c} = 0.949/\underline{-2.714}$$

which indicates a heavy loading condition on the feeder. The line data used is given in [16] with line r/x ratios varying between 0.57 and 1.37.

To generate data for testing purposes, two different measurement schemes (M1 and M2) and two different forecasted load data (L1 and L2) are considered. This data is used to create four test cases: **T1**: L1 with M1, **T2**: L1 with M2, **T3**: L2 with M1, and **T4**: L2 with M2. The meters for M1 are marked on Fig.4 and they measure the voltage and power flows at the substation, and power flows from main feeder branches 18-19 and 24-30. M2 is the same as M1 except that two measurements from feeder branches are changed to current magnitude measurements. All the measurements are set to their actual values obtained from the power flow solution.

Forecasted load data is created by perturbing the actual load data. For L1, some of the loads are perturbed by about 30%. The disturbance is done such that net load change between the meters is zero. This simulates a case in which loads have an error margin of 30% and are scaled according to measurements. L2 is the same as L1 except that the value of the capacitor at node 33 is reduced by 50 kVar/phase to simulate a capacitor malfunction. This data simulates a case with a bad measurement.

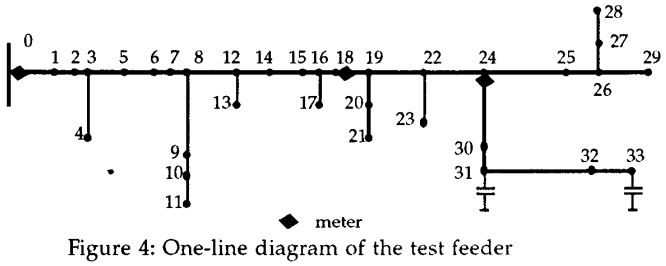

Figure 4: One-line diagram of the test feeder

These four test cases were used to test the performance of the three-phase SE in feeders. The weights for forecasted load and selected measurements are chosen as 1 and 10, respectively. The voltage at the substation is held at the assumed measured value of 1.0 p.u. The convergence criteria is selected as $b = \|\mathbf{HW}(\mathbf{z}-\mathbf{h}(\mathbf{x}))\|_\infty < 10$ which corresponds to state updates with $|\Delta x^k| < 10^{-6}$ p.u. The decoupled version of the method was tested first and it performed very poorly; it didn't converge for any of the cases considered. To test observability, a run with the full coupled version was made with the minimum measurements (only the bus voltage and power flow measurements at the substation) and no observability problem was experienced. The results of the other four test cases are summarized in Tbl.1.

Table 1: Summary of test results

Test	itr	Run (sec)	Max. Residual rp(kW)	Max. Residual rq(kVar)	Obj. J(x)
T1	6	6.49	0.07	0.05	0.053
T2	7	10.74	0.06	0.01	0.026
T3	7	6.51	0.07	15.63	2343
T4	10	11.34	6.03	6.00	873

Observations from these test results can be summarized in two parts.

a) Convergence characteristics:

Small number of iterations (max. 10) indicate the fast convergence of the coupled three-phase SE method with very few measurements (barely observable). Run times for T2 and T4 are higher because in these runs the gain matrix is reconstructed after the 3rd iteration for current measurements. Results from T3 and T4 indicate that the bad data effects the convergence; the effect is more pronounced in T4 with the current measurements (10 itr.) than in T3 with the power measurements (7 itr.). Fig. 5 shows the maximum mismatches, b^k (normalized wrt the initial mismatch b^0) for T3 and T4. The results indicate that the convergence is monotone with power measurements in T3, but not with current measurements in T4.

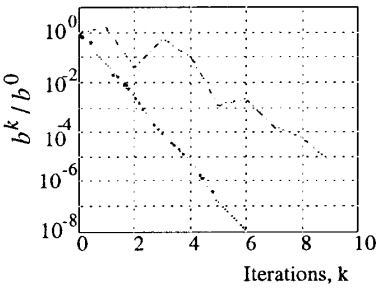

Figure 5: Convergence characteristics for T3 (...) and T4 (--)

b) SE performance:

Results of T1 and T2 indicate that SE with limited measurements improves the accuracy of the load only marginally when the forecasted load data is properly scaled. This can be deduced from the maximum residuals in Tbl.1: the maximum residuals are much smaller than the actual perturbations (maximum perturbation is 10 kW).

Results of T3 and T4 indicate that when there is a bad measurement in the forecasted load (or loads are not properly scaled), SE can scale the loads and sometimes can even localize and identify the bad load data. As the results in Tbl.1 indicate, residuals and performance indices are much higher in both of these test cases compared to that of T1 and T2, which indicates that there may be a bad measurement or scaling problem. The residuals from T3 (max r_P << max r_q, and max r_q occurs at node 33, where the faulty capacitor is) indicate that the bad measurement for this test case can be easily localized and identified when the measurements are power flow measurements. Whereas, T4 results (max $r_P \approx$ max r_q, and max r_q occurs at node 33) indicate that finding the bad measurement becomes more difficult when the two branch measurements are of current type. The residual distributions r_P and r_q of $P_{L,2}$ and $Q_{L,2}$ are given in Fig.6 and Fig.7, respectively to further illustrate this observation.

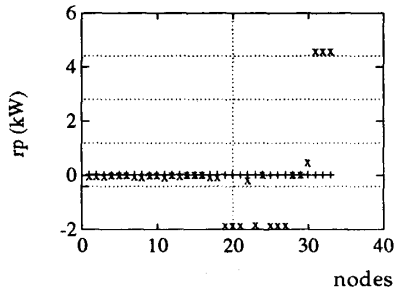

Figure 6: Residuals rp for T3 (+) and T4 (x)

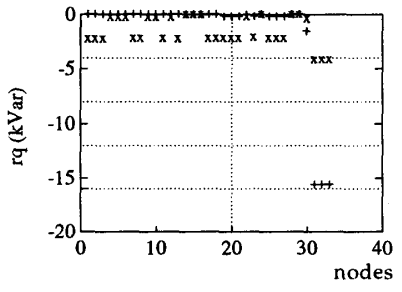

Figure 7: Residuals rq for T3 (+) and T4 (x)

These test resutls illustrate the performance of the SE with only limited real-time measurements. The performance of SE will improve with the addition of more real-time measurements.

V. CONCLUSIONS

In this paper, we propose to use SE to improve the data needed for real-time monitoring and control of distribution feeders. A three-phase SE method is developed for this purpose. Test results indicate that SE has good convergence characteristics even with very limited measurements. Test results also indicate that SE can improve the forecasted load data by using real-time measurements. However, the effectiveness of SE mainly depends on the accuracy of the forecasted loads when there are only limited real-time measurements. It is also observed that power flow measurements are more effective in bad data identification than current measurements. It is the hope of these authors that as more real-time measurements become available at distribution level, SE will be used for feeder monitoring as widely as it is used for monitoring of transmission networks today.

REFERENCES

[1] Baran, M.E. *Data Requirements for Real-Time Monitoring and Control of Feeders.* Proceedings of DA/DSM Symposium, Jan. 1993.

[2] Civanlar, S. and J.J. Grainger, *Forecasting Distribution Feeder Loads: Modelling & Application to Volt/Var Control.* IEEE Trans. on Power Delivery, Jun. 1988, p. 255-264.

[3] Broadwater, R.P. and et. al., *Time-Varying Load Analysis To Reduce Distribution Losses Through Reconfiguration.* IEEE Trans. on Power Delivery, Jan. 1993, p. 294-300.

[4] Roytelman I. and S.M. Shahidehpour, *State Estimation for Electric Power Distribution Systems in Quasi Real-Time Conditions,* presented at IEEE PES 1993 Winter Meeting, paper no: 090-1 PWRD.

[5] Rizy, D.T. and et. al., *Distribution Automation Applications Software for the Athens Utilities Board.* presented at IEEE PES 1988 Winter Meeting, 1988, paper no: 88WM 097-8.

[6] Wu, F.F. and A.F. Neyer, *Asynchronous Distributed State Estimation for Power Distribution Systems.* Proc. of 10th Power System Computation Conference, Aug. 1990, pp. 439-446.

[7] Kersting, W.H. *A Method to Teach the Design and Operation of a Distribution System.* IEEE Trans. on PAS, July 1984, p. 1945-1952.

[8] Chen, T-H, M-S Chen, et al, *Distribution System Power Flow Analysis - A Rigid Approach.* IEEE Trans. on Power Delivery, July 1991, p. 1146-1152.

[9] Wood, A. G. and B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control.* 1978, John Wiley & Sons.

[10] Wu, F.F., *Power System State Estimation: a Survey.* Electrical Power and Energy Systems, April 1990, pp. 80-87.

[11] Geisler, K.I. *Ampere Magnitude Line Measurements for Power System State Estimation,* IEEE Trans. on PAS, Aug. 1984, pp. 1962-1969.

[12] Monticelli, A., A. Garcia, *Fast Decoupled State Estimators,* IEEE Trans. on Power Systems, May 1990, pp. 556-563.

[13] Allemong, J.J., L. Radu, and A.M. Sasson, *A fast and Reliable State Estimation Algorithm for AEP's New Control Center,* IEEE Trans. on PAS, April 1982, pp. 933-944.

[14] Clements, K.A. *Observability Methods and Optimal Meter Placement,* Int. Journal of Electrical Power and Energy Systems, April 1990, pp. 88-93.

[15] IEEE W.G., *Radial Distribution Test Feeders.* IEEE Trans. on Power Systems, Aug. 1991. : p. 975-985.

[16] Goswami, S.K. and S.K. Basu, *Direct Solution of Distribution Systems.* IEE Proceedings-C, Jan. 1991. pp. 78-88.

Acknowledgements

This research has been supported by EPRC, NCSU and Pacific Gas and Electric Company. The authors would like to thank John Mead and Dariush Shirmohammadi of PG&E for their support and contributions to this project. The authors would also like to thank the reviewers for their contributions to the paper.

Appendix

Jacobian terms for different measurements can be obtained as follows. For a branch power flow measurement, such as the one considered in (14), first rearrange (14) to get

$$h_p(x) = P_{sr,\varphi}$$
$$= V_{s,\varphi}\sum_{k=1}^{3}[g_{sr(\varphi,k)}(V_{s,k}Cos\theta_{(s,\varphi)(s,k)} - V_{r,k}Cos\theta_{(s,\varphi)(r,k)}) + b_{sr(\varphi,k)}(V_{s,k}Sin\theta_{(s,\varphi)(s,k)} - V_{r,k}Sin\theta_{(s,\varphi)(r,k)})]$$

$$h_q(x) = Q_{sr,\varphi}$$
$$= V_{s,\varphi}\sum_{k=1}^{3}[g_{sr(\varphi,k)}(V_{s,k}Sin\theta_{(s,\varphi)(s,k)} - V_{r,k}Sin\theta_{(s,\varphi)(r,k)}) - b_{sr(\varphi,k)}(V_{s,k}Cos\theta_{(s,\varphi)(s,k)} - V_{r,k}Cos\theta_{(s,\varphi)(r,k)})] \quad (a.1)$$

where $\theta_{(a)(b)} = \theta_a - \theta_b$ and $y_{sr(i,j)} = g_{sr(i,j)} + jb_{sr(i,j)}$. The corresponding Jacobian elements then can be obtained by taking the partial derivatives wrt state variables, which, with simplifying approximations of (24), will yield

$$\frac{\partial P_{sr,\varphi}}{\partial \theta_{j,k}} \cong \frac{\partial Q_{sr,\varphi}}{\partial V_{j,k}} \cong \begin{cases} -b_{sr(\varphi,k)} & \text{if } j=s \\ b_{sr(\varphi,k)} & \text{if } j=r \end{cases}$$

$$\frac{\partial P_{sr,\varphi}}{\partial V_{j,k}} \cong -\frac{\partial Q_{sr,\varphi}}{\partial \theta_{j,k}} \cong \begin{cases} g_{sr(\varphi,k)} & \text{if } j=s \\ -g_{sr(\varphi,k)} & \text{if } j=r \end{cases} \quad k=1,2,3. \quad (a.2)$$

Similarly, for the power injection measurement at node r, $h_{pi}(x) - jh_{qi}(x) = P_{r,\varphi} - jQ_{r,\varphi}$ corresponding Jacobian terms can be approximated from (15) as

$$\frac{\partial P_{r,\varphi}}{\partial \theta_{j,k}} \cong \frac{\partial Q_{r,\varphi}}{\partial V_{j,k}} \cong \begin{cases} -\sum_{j\in J} b_{rj(\varphi,k)} & \text{if } j=s \\ b_{rj(\varphi,k)} & \text{if } j\in J \end{cases}$$

$$\frac{\partial P_{r,\varphi}}{\partial V_{j,k}} \cong -\frac{\partial Q_{r,\varphi}}{\partial \theta_{j,k}} \cong \begin{cases} \sum_{j\in J} g_{rj(\varphi,k)} & \text{if } j=s \\ -g_{rj(\varphi,k)} & \text{if } j\in J \end{cases} \quad k=1,2,3. \quad (a.3)$$

For the branch current magnitude measurement of (13), Jacobian elements can be obtained by using the chain rule of differentiation, i.e.,

$$\frac{\partial I_{l,\varphi}}{\partial x} = \frac{\partial I_{l,\varphi}(x)}{\partial I_{lr,\varphi}}\frac{\partial I_{lr,\varphi}}{\partial x} + \frac{\partial I_{l,\varphi}(x)}{\partial I_{lx,\varphi}}\frac{\partial I_{lx,\varphi}}{\partial x}$$
$$= Cos\phi_{l,\varphi}\frac{\partial I_{lr,\varphi}}{\partial x} + Sin\phi_{l,\varphi}\frac{\partial I_{lx,\varphi}}{\partial x} \quad (a.4)$$

where $\phi_{l,\varphi} = Tan^{-1}(I_{lx,\varphi} / I_{lr,\varphi})$

is the phase angle of the current. To obtain the partial derivatives needed in the above equation, first, we get the following equations from (12)

$$I_{lr,\varphi} = \sum_{k=1}^{3}[g_{sr(\varphi,k)}(V_{s,k}Cos\theta_{s,k} - V_{r,k}Cos\theta_{r,k}) - b_{sr(\varphi,k)}(V_{s,k}Sin\theta_{s,k} - V_{r,k}Sin\theta_{r,k})]$$
$$I_{lx,\varphi} = \sum_{k=1}^{3}[g_{sr(\varphi,k)}(V_{s,k}Sin\theta_{s,k} - V_{r,k}Sin\theta_{r,k}) + b_{sr(\varphi,k)}(V_{s,k}Cos\theta_{s,k} - V_{r,k}Cos\theta_{r,k})] \quad (a.5)$$

from which the partial derivatives can be obtained, with the approximations, as

$$\frac{\partial I_{lr,\varphi}}{\partial \theta_{j,k}} \cong -\frac{\partial I_{lx,\varphi}}{\partial V_{j,k}} \cong \begin{cases} -b_{sr(\varphi,k)} & \text{if } j=s \\ b_{sr(\varphi,k)} & \text{if } j=r \end{cases}$$

$$\frac{\partial I^m_{lr,\varphi}}{\partial V_{j,k}} \cong \frac{\partial I^m_{lx,\varphi}}{\partial \theta_{j,k}} \cong \begin{cases} g_{sr(\varphi,k)} & \text{if } j=s \\ -g_{sr(\varphi,k)} & \text{if } j=r \end{cases} \quad k=1,2,3. \quad (a.6)$$

Mesut E. Baran received his B.S. and M.S. degrees in Electrical Engineering from Middle East Technical University, Turkey and his Ph.D. from the University of California, Berkeley. He worked for Empros Corp. for about one and a half years on Energy Management Systems. Later, he joined North Carolina State University where he is currently a Visiting Assistant Professor. His research interests include distribution and transmission power systems, optimization, and system theory.

Arthur W. Kelley received his B.S.E. from Duke University, Durham, North Carolina. He continued at Duke as a James B. Duke Fellow and received his M.S., and Ph.D. degrees in 1981, and 1984, respectively. From 1985 to 1987, he was employed as a Senior Research Engineer at Sundstrand Corporation, Rockford, Illinois, where he worked on aerospace power systems. He joined the faculty of the Department of Electrical and Computer Engineering at North Carolina State University in 1987 where he currently holds the rank of Associate Professor. His interests include PWM dc-to-dc converters, line-interfaced ac-to-dc converters and

Discussion

A. Abur (Texas A&M University, CS, TX 77843) The authors are complimented for an interesting paper which extends the application of state estimation to distribution systems. Their comments on the following points would be greatly appreciated:

1. Since the measurement residuals in general have dissimilar variances, normalized residuals are better indicators of bad data. So, the presented results in Figures 6 and 7 may be more meaningful if they are normalized. Did the authors try normalizing the residuals ?

2. When using current magnitude measurements, there may be situations where the network observability can not be determined solely based on the LDU factorization of the gain matrix G. This is due to the possibility of multiple solutions for certain network and measurement configurations. In those situations, a nonsingular G will indicate that "a" solution can be obtained, but uniqueness of this solution will not be guaranteed. A simple example which illustrates such a case can be found in [A1].

   If the current magnitude measurements are not used to extend observability, but merely as redundant measurements, then naturally the possibility of multiple solutions will be avoided. This appears to be the case in the measurement scheme M2 of the paper.

[A1] A. Abur and A.G. Exposito, "Observability and Bad Data Identification When Using Ampere Measurements in State Estimation", Int. Sym. on Circuits and Systems, May 1993, Chicago.

Manuscript received February 15, 1994.

I. Roytelman (Siemens/Empros) and S.M. Shahidehpour (Illinois Institute of Technology)-- The topic of this paper is extremely important from the standpoint of future development of distribution management systems. The authors have proposed the implementation of the transmission systems weighted least square state estimator method to distribution systems. Distribution systems control and operation have fundamental differences with those of transmission systems which make it difficult to apply the transmission systems state estimation techniques directly to distribution systems. The differences include unbalanced conditions, current magnitude measurements and the applications of historical (statistical) load data as pseudo measurements. The authors have proposed reasonable ideas and proved by test results that the proposed ideas work. We have a few questions and comments regarding the practical implementation of the proposed method and presented results.

1. Modeling of unbalanced distribution systems:

The authors have based their algorithm on three wire presentation of four wire systems. The elimination of neutral wire may be done according to [a], using one of the following two methods. the first one, refereed to as the Kron reduction method, makes an assumption that the ground wire is at zero potential at both ends of a branch (feeder section), or,

$$Z_{ij} = Z_{ij} - Z_{in} * Z_{nj} / Z_{nn} \qquad (1)$$

The second method, refereed to as the neutral return reduction method, makes the assumption that the return current follows the path through the neutral and all loads are grounded, or,

$$Z_{ij} = Z_{ij} + Z_{nn} - Z_{in} - Z_{nj} \qquad (2)$$

These two expressions have opposite impacts on the results. Equation (1) decreases self impedances slightly and decreases mutual impedances significantly. Equation (2) increases both series and mutual impedances. However, some of the simplifying assumptions may not work for practical cases. Neutral wire may not always represent zero potential, and there are delta connected loads in every distribution feeder. In general, unbalanced 4-wire distribution systems should be simulated as 4 wires without elimination of neutral wire using a 4x4 matrix.

2. Branch current magnitude measurements:

The problem with current magnitude measurement is that the only way we can obtain current angle is to use preliminary power flow results based on load pseudo measurements. Our experience with this method indicates that the weight coefficients for current magnetite and angle should be different as magnitude is directly measured and is more reliable, however, angle is estimated using historical data. Another problem with weights for current magnitude is that they are less than weights for active and reactive power measurements in distribution substations, as the corresponding power is determined by state estimation in transmission systems.

3. Weights for pseudo measurements:

The authors use different weights for real and pseudo measurements. But for different type pseudo measurements different values of weights are to be used. Another observation is that loads (pseudo measurements) power factor is more reliable than active power or current magnitude. The power factor is used as a measure of results (loads) feasibility and should be kept within its permissible range [b].

4. Proposed simplifications:

The authors assume that the phase angles of voltages are less than 10 degrees. Our experience with distribution systems indicates that this assumption is correct only for the primary voltage level and in cable systems. Since loads are connected to the secondary voltage level, distribution transformers voltage drop should be taken into account. In heavily loaded overhead lines, line voltage drop gives additional angle shift. These assumptions may provide a more simple model for distribution systems, however, the simulation results may turn out to be different from actual practice.

5. Test results:

Test results are presented for relatively small systems. To our knowledge, it is better to apply state estimation to portions which are supplied from distribution substation transformers rather than feeders. The reason is that power flows are measured at substation transformers and current magnitudes are measured at corresponding feeders. On the average, one feeder supplies 150-200 distribution transformers and the number of feeders connected to one substation transformer is 7-10. So the average size of a portion entails to 1500-2000 transformers. If we consider unbalanced conditions as well, the state estimation problem will be a complicated problem for distribution systems and it would be interesting to see the results of the proposed techniques on more practical cases.

The authors should be congratulated for a well-written paper on distribution systems.

[a] IEEE Tutorial on Power Distribution Planning, 92 EHO 361-6-PWR.

[b] I. Roytelman and S.M. Shahidehpour, "Practical Aspects of Distribution Automation in Normal and Emergency Conditions," IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 8, No. 4, pp. 2002-2008, October 1993

Manuscript received March 4, 1994.

M.E. Baran and A.W. Kelley: We thank the discussors very much for their interest in and for their very valuable comments on the paper. We will respond to each discussor separately.

A. Abur: We agree with the discussor that the normalized residuals are better indicators of bad data. Residuals in the paper are not normalized because, for the bad data considered, the actual residual profile given in Figures 6 and 7 is very similar to normalized residual profile which is given in Fig.C1 below.

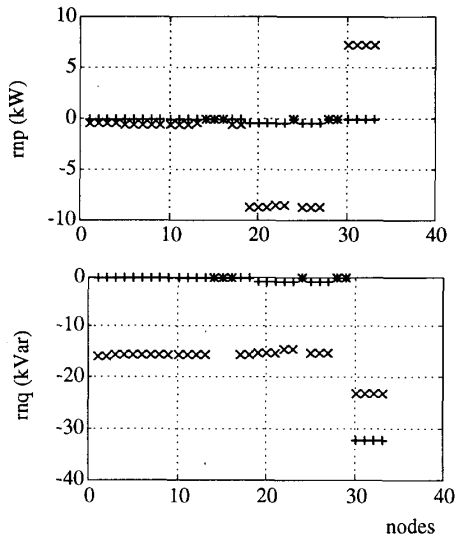

Figure C1: Normalized phase 2 load residuals for T3 (+) and T4 (x)

Regarding the possibility of multiple solutions in case of branch current measurements, since we use pseudo-measurements for all the loads in this application, actual current measurements become redundant measurements and hence the possibility of having multiple solutions is unlikely. In the test runs we haven't observed convergence to multiple solutions, however, we observed that the convergence with current measurements is slower and becomes more oscillatory compared to the one with power measurements, as illustrated in Fig. 5.

I. Roytelman and S.M. Shahidehpour: We thank the discussors for pointing out various modeling issues related to the simulation of practical systems. Our approach towards modeling for state estimation is to use as simplified model as possible since we have very limited real-time data to use for state estimation in distribution systems, as the discussors themselves pointed out. Thus, for example, we think that the use of reduced line model which eliminates the neutral is in general a good model as it is widely used for power flow studies. Nevertheless, the neural can be incorporated into the model for specific cases if simulations indicate that it is necessary. In treatment of branch current measurements, the proposed method estimates the phase angles of the branch currents using the available real-time power measurements and the pseudo load measurements. This scheme seems to provide acceptable results especially if the initial estimate of the power factor of loads are good, which is the case as the discussors point out. Furthermore, we think that having a good estimate of the power factor of loads improves the accuracy of the pseudo load measurements since the load data is obtained from the historical load magnitude and power factor data. Discussors' point on the voltage drop over the distribution transformers is well taken. We think that a good way to calculate these voltage drops is to do the state estimation at primary level first and then to use the estimation results to calculate the voltage drops over the distribution transformers. We hope that the state estimation method proposed here will serve as the main tool to investigate various system modeling issues that the discussors pointed out so that the state estimation can move from this initial research phase to the actual implementation phase.

We thank again the discussors for their very valuable comments.

Manuscript received April 18, 1994.